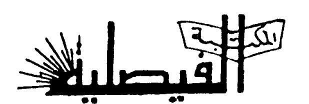
التعلّم بالعمل في
تدريس الرياضيّات
بالمرْحلة الإبْتِدائيّة

دكتور
سعيد جابر المنوفي
أستاذ مشارك المناهج
وطرق تدريس الرياضيّات
بكليّة المعلمين بجدّة

١٩٩٧

المكتبة الفيصلية

الطبعة الأولى
١٤١٨ هـ - ١٩٩٧ م

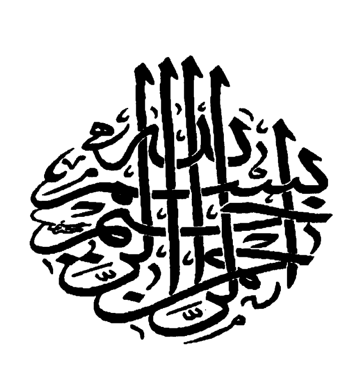


المملكة العربية السعودية
مكة المكرمة ـ المعابدة
س.ت ١٣٢٧٦
ص.ب ٢٧٠٣ ـ تلفون وفاكس: ٥٧٤٦٦٧٩

التعلم بالعمل في

تدريس الرياضيات

بالمرحلة الإبتدائية



سُبحانك لا علم لنا إلا ما علمتنا إنك أنت العليم الحكيم

صدق الله العظيم

(٣٢/البقرة)

المحتويات

الموضوعات	الصفحة

الموضـــوعــات	الصــفحــة
الفصل التاسع: النسبة والتناسب والنسب المئوية	
النسبة	٢٦٣
النسب المكافئة	٢٦٤
المعدل	٢٦٥
التناسب	٢٦٥
التقسيم التناسبى	٢٦٧
مقياس الرسم	٢٦٧
النسبة المئوية	٢٦٩
تطبيقات النسبة المئوية فى الحياة اليومية	٢٧٦
الفصل العاشر: المقاييس وعمليات القياس	
تقديم القياس	٢٩٠
الطول	٢٩٠
المحيط	٢٩٦
المساحة	٢٩٨
السعة	٣٠٢
الحجم	٣٠٥
الوزن	٣٠٨
الزمن	٣١٢
الفصل الحادي عشر: الهندسة	
التوبولوجى	٣٢٧
الأشكال الهندسية	٣٣٦
مفاهيم هندسية أساسية	٣٤٩
الزوايا	٣٤٩
التحويلات الهندسية	٣٥١
التطابق والتشابه	٣٥٣
الإنشاءات الهندسية	٣٥٧
إستخدام الأشكال الهندسية فى الناحية الجمالية	٣٥٩

الموضوعات	الصفحة
الفصل الثاني عشر: الإحصاء	
مفهوم الإحصاء وتطوره	٣٧٢
أهداف تدريس الإحصاءات في المدارس	٣٧٣
أساليب تدريس الإحصاء	٣٧٣
مصادر جمع البيانات	٣٧٤
طرق عرض البيانات	٣٧٦
أقسام الإحصاء	٣٨٣
إستخدام الإحصاء في كتابة وتحليل التشفير	٣٨٣



مقـــدمــة :

الحمد الله الذى خلق فسوى والذى قدر فهدى والصلاة والسلام على المعلم الأول سيدنا محمد صلى الله عليه وسلم وبعد فمن نافلة القول أن الرياضيات أداة مهمة وكثيرة الإستعمال فى حياتنا اليومية وفى العلوم والتكنولوجيا كما ينظر المربون إليها كواحدة من أفضل الوسائل الخاصة بتنمية االمهارات الفكرية. ومن منطلق هذه الأهمية للرياضيات تسعى جميع الدول إلى تطوير محتواها وتطوير الطرق والأساليب المستخدمة فى تدريسها. ولما كانت المرحلة الإبتدائية هى البنية الأساسية لأى نظام تعليمى فقد أوجب ذلك الإهتمام بإعداد معلمى المرحلة الإبتدائية بصفة عامة ومعلم الرياضيات بالمرحلة الإبتدائية بصفة خاصة. ومن هنا برزت فكرة هذا الكتاب الذى يهدف الكاتب منه إلى:

* مساعدة معلمى المستقبل والمعلمين الممارسين للمهنة على تنمية خلفيتهم فى محتوى الرياضيات وطرائق تدريسها فى المرحلة الإبتدائية.
* إقتراح بعض الأساليب التى يمكن من خلالها مساعدة الأطفال على بناء الأفكار الرياضية من خلال الأنشطة التى يقومون بها بأنفسهم.
* التعاون والإسهام فى تطوير تدريس الرياضيات بالمرحلة الإبتدائية فى مجتمعنا لمواكبة الفكروالخبرة العالمية.

ويركز هذا الكتاب على الحاجة إلى تقديم الرياضيات من خلال أنشطة متتالية، وهذه الأنشطة تحقق مبدأ التعلم بالعمل. وبممارسة هذه الأنشطة فإن القارىء أو القائم بالتدريس لا يتعلم الرياضيات فقط ولكنه يكتسب خبرات أساسية فى التدريس للأطفال. و يتطلب التدريس بهذا الأسلوب معلما معدا للتدريس ويتكيف تبعا للمواقف التعليمية ولا يدرس بالطريقة التى درس بها فقط.

وهذا الإسلوب يتمشى وما ينادى به المربون حيث يقول هالموس Halmos(٦):

* أحسن طريقة للتعلم هى أن تعمل وتسأل وتعمل.
* أحسن طريقة للتعليم هى أن تجعل التلاميذ يسألون ويعملون.

* لا تعظ بالحقائق وقم بإثارة الأفعال.

وقد جاء هذا الكتاب فى إثنى عشر فصلا، ونظم كل فصل بحيث يتضمن ست أجزاء هى لتحديد النواتج التعليمية المتوقعة من كل من القارىء والطفل المتعلم

الأهـــــداف: وهى النواتج التعليمية التى ينبغى تحقيقها بعد قراءة هذا الكتاب

- **المقدمة** ويقصد منها إلقاء الضـوء علـى محتوى الفصل والمفاهيم المتضمنة منه.
- **الأنشطة** وذلك لأنها تستخدم فى إثارة الإنتباه وتفريد التعليم وتحقيق التنوع فى طرق التدريس.
- **التعليق والمتابعة:** وتتمثل فى أنشطة إضافية وفريد من المناقشة.
- **معلومات إضافية:** وهى إثراء للقارىء وزيادة خبراتة بأفكار رياضية متقدمة وقدتتضمن أفكارا تاريخية للتشويق والإثارة.
- **إختبر فهمك:** وهى عبارة عن أسئلة وقد وضعت لأسباب عديدة منها.

* قد تساعد القارىء على التعلم أفضل من القراءة فقط.
* تحث على التفكير فى المادة وتثرى القدر المكتسب منها.
* تمكن القارىء من إختبار فهمه وتقوى هذا الفهم.
* تشجع القارىء على أن يسأل أسئلة من عنده.

وإذا إستطعت أن تجيب على الأسئلة التى ينتهى بها كل فصل فسوف تكتسب الفهم والمهارة المطلوبين لمعلم الرياضيات الناجح بالمرحلة الإبتدائية. وإذا لم تستطع الإجابة فأعد قراءة الفصل مرة ثانية أو إبحث فى مصادر أخرى تتعلق بهذا الجزء.

وقد تناول **الفصل الأول:** رياضيات المرحلة الإبتدائية وأهميتهما ومحتواها وأهداف تدريسها. ثم ركز **الفصل الثانى:** على الأدوات المنطقية وأهميتها فى إكتساب أساليب التفكير الرياضى من خلال لعب الأطفال بهذه الأدوات بطريقة مباشرة ثم تناول **الفصل الثالث:** العدد وإستخداماته المتعددة ثم تناول **الفصل الرابع:** الجمع والطرح وفى **الفصل الخامس:** جاء الضرب والقسمة ليكملا العمليات الأربع الأساسية. وتضمن **الفصل السادس:** بعض الأفكار الأولية عن نظرية العدد مثل المضاعفات والعوامل والأعداد الأولية

وقابلية القسمة   أما الكسور الإعتيادية والعمليات عليها فقد خصص لهـا **الفصل السابع:** وجاءت الكسور العشرية والعمليات عليها فى **الفصل الثامن.**

وإختص **الفصل التاسع:** بالنسبة والتناسب وتطبيقاتهما فى حياتنـا العامـة. وتضمن **الفصل العاشـر:** القيـاس ومفاهيمـه وخصـص **الفصـل الحـادى عشـر:** للهندسة ومفاهيمها والإنشاءات الهندسية وأخيرا جاء **الفصـل الثـانى عشـر:** فـى الإحصاء وأهميته وبعض الأفكار الإحصائية التى تناسب طفل المرحلة الإبتدائية.

ويهمس المؤلف فى أذن القارىء بـأن هـذا الكتـاب ليـس للقـراءة البسـيطة التصفحية ولكنه كتاب عمل ويدعوك لتكن ملما بطرق فعالة لمساعدة الأطفال علـى تعلم الرياضيات وعلى القارى وهو يمارس الأنشطة الموصوفة فى هذا الكتاب أن يسأل نفسه الأسئلة التالية:

* ما الرياضيات المتضمنة هنا؟ وما أساليب التفكير المطلوبة؟
* هل تمكن هذه الأنشطة من مساعدة الأطفال على تعلم الأطفال؟
* هل هذه الأنشطة مناسـبة لكـى يمارسـها أطفـال ذوى أعمـار مختلفـة و قـدرات عقلية مختلفة؟
* أى من هذه الأنشطة ممتع؟ ولماذا؟ وبأيها يمكن أن يستمتع الأطفال؟

وقبـل أن تنتهـى هـذه المقدمـة أود التعبـير عـن خـالص شـكرى وتقديـرى للأستاذه الدكتورة نظلة حسن خضر أستاذ تدريس الرياضيات بكلية التربية جامعـة عيـن شـمس وإلـى زوجتـى وأولادى وإلـى كـل مـن سـاهم فـى إبـراز هـذا العمـل المتواضع إلى حيز الوجود.

والله أسأل أن ينفع بهذا العمل إنه نعم المولى ونعم النصير.

الـمـؤلـــف



الفصل الأول

الرياضيات في المدرسة الإبتدائية

* مقدمة
* العوامل التى أثرت على رياضيات المدرسة الابتدائية
* خصائص برنامج الرياضيات الناجح فى المدرسة الإبتدائية
* المهارات الرياضية فى المدرسة الإبتدائية
* محتوى مقررات الرياضيات فى المرحلة الإبتدائية
* أهداف تدريس الرياضيات فى المرحلة الإبتدائية

من المتوقع بعد دراسة هذا الفصل أن يكون الدراس قادرا على أن :-

- يذكر شفويا أو تحريريا خمسة ملامح مختلفة لبرنامج الرياضيات الذى يقود الأطفال إلى معرفة القراءة والكتابة الرياضية.
- يحدد ثلاثة عوامل رئيسية تؤثر فى برامج الرياضيات المعاصرة.
- يتعرف على دراسات ونظريات بعض علماء النفس التى أثرت على تعليم وتعلم الرياضيات.
- يعرف أهداف تدريس الرياضيات فى المرحلة الإبتدائية
- يحدد ثمانية مجالات مهارية شائعة ومتضمنة فى برامج الرياضيات اليوم.
- يعرف محتوى مقررات الرياضيات فى المرحلة الإبتدائية فى الصفوف المختلفة.

مقـدمــة :

نعيش اليوم في عصر العلم والتكنولوجيا ويتطلب المجتمع في هذاالعصر من المدرسة أن تسهم في اعداد الأطفال للحياة من خلال التعلم المستمر ، ولما كنا نعيش في عصر المتغيرات حيث يطلع علينا العلم كل يوم بجديد فيجب على برامجنا التعليمية أن تمكن المتعلمين من التعامل مع التغيرات المجهولة .

ولما كانت المدرسة الابتدائية هي القاعدة الأساسية والبنية الرئيسة في أي نظام تعليمي في العالم ، ولما كانت الرياضيات تحتل مكانة رفيعة بين المواد الدراسية التي يتكون منها البرنامج الدراسي حيث تمثل تقريباً ٢٢ ٪ منه فإن ذلك أثقل المهمة على كاهل القائمين على تعليمها وأوجب أيضاً على برنامج الرياضيات في المرحلة الابتدائية بصفة خاصة أن يساعد على مواجهة التحدي بمعنى أنه يجب أن يزود الأطفال بالمعرفة والمهارات والإتجاهات التي يحتاجونها للثقافة الرياضية والتي سوف يحتاجونها لدراسة الرياضيات في المراحل اللاحقة .

ويمكن للمعلمين من خلال أساليب التعليم والتعلم الفعالة أن يوضحوا ويظهروا للأطفال الجانب المثير في الرياضيات وخاصة في اكتشاف كيفية أداء العمليات على الأعداد .

ويمكن للأطفال أن يبحثوا عن أنماط خلال الأعداد كما يمكن أن ينموا درجة وعيهم بأهمية الأنماط في تنظيم وتركيب الأفكار حول الأعداد وفضلاً عما يقدمه المعلم والكتاب المدرسي من تعميمات رياضية فإنه يمكن توجيه الأطفال وارشادهم نحو بناء تلك التعميمات ويمكن للأطفال أيضاً بإستخدام أفكارهم عن الأنماط أن يعبروا بكلمات من عندهم عن التعميمات الرياضية وخلال عمليات الاستقصاء والاكتشاف والبحث عن أنماط وبناء التعميمات يمكن للأطفال أن يبحثوا ويكتسبوا أساليب التفكير الإبتكاري ويستخدموا الرياضيات كوسيلة لحل المشكلات اليومية كما يمكن لهم أيضاً أن ينموا فهمهم وادراكهم للمبادىء التي تمكنهم من ايجاد مداخل بديلة للمشكلات .

وفي عصرنا هذا قد حلت الآلات الحاسبة والكمبيوتر محل الورقة والقلم والوسائل البطيئة في اجراء الحسابات إلا أن ذلك يجب ألايمنع الأطفال من أن يعرفوا أنهم في حاجة إلى التمكن من المهارات الرياضية الأساسية .

ويجب أن يفهم كل الأطفال المفاهيم المتضمنة في عمليات الجمع والطرح والضرب والقسمة . ولكى يفهموا ذلك يجب أن يتمكنوا أولا من الحقائق الأساسية لتلك العمليات ويفهموا أيضاً خوارزمياتها .

وخلال سنوات المدرسة الابتدائية يجب أن يراعي في تدريس الرياضيات للأطفال مايلي:

١- اتاحة الفرصة لهم للتعامل مع الأشياء والنماذج المحسوسة لكي ينمو فهم خصائص العدد والأنظمة العدية لديهم .

٢- ارشادهم وتوجيههم ومرورهم بخبرات لإكتشاف المفاهيم الرياضية ولتنمية فهمهم لعمليات القياس والحسابات .

٣- تركهم يعملون وفقاً لقدراتهم وإستعدادتهم الفردية وأساليبهم الخاصة في التعلم وبمعدلات تناسبهم كأفراد

٤- اثارت.هم لكي يستمتعوا بدراسة الرياضيات وتنمو لديهم الإتجاهات الايجابية نحو المادة .

٥- توجيههم وارشادهم إلى التعرف على أهمية الرياضيات ودورها في المجتمع في عصر زاد فيه الإعتماد على العلم والتكنولوجيا .

العوامل التى أثرت على رياضيات المرحلـــة الإبتدائية :

دلت نتائج البحوث والدراسات التي اجريت على برامج الرياضيات في المرحلة الإبتدائية أن هناك عوامل ثلاثة أثرت على محتوى الرياضيات وإجراءات تدريسها وهذه العوامل تتمثل في :

١- زيـــادة استخدام الكمبيوتـر والآلات الحاسبة وأساليب التشغيل الآلى (Automation Techniques)

٢- الإهتمام بالرياضيين المهنيين Professional Mathematicions

٣- البحوث في عملية التعلم Learning Process

فالكمبيوتر والآلات الحاسبة وأساليب التشغيل الآلي ثلاثة مستجدات أفادت كثيراً الرياضيات سواء في مجال النظريات الرياضية أو في مجال فهم الرياضيات لدرجة أن البعض يعتبر تلك المستجدات بمثابة هدية ومكافأة للرياضيات .

فآلات تسجيل واجراء الحسابات الموجودة بمعظم محلات البقالة والمحلات التجارية الآن قد أنقصت الحاجة إلى المهارت المتطلبة لدى الأفراد لإجراء العمليات الحسابية الكبيرة والمعقدة . وفي نفس الوقت فهناك حاجة متزايدة لكي يكتسب الأفراد المعرفة والمهارات في تشغيل تلك الآلات ووضع برامج لها والقيام بالصيانة اللازمة لها.

ومـع انتشـار أجهـزة الكمبيوتـر ورخـص أسـعارها فـإن مهنـة البرمجـة وبحـوث العمليات أصبحت تدر دخلاً كبيراً من خلال الحاجة اليهـا فـي الصناعـة وادارة الأعمـال وغيرها من المجالات .

ويمكن وصف التشغيل الآلي بأنه عملية تشغيل آلات بآلـة . وهـو نتجـة مباشـرة لزيادة استخدام الكمبيوتر الذي يستخدم الآن فـي مجـالات متقدمـة مثـل رحـلات الفضـاء والتحكم في توزيع الكهرباء وفي مجالات طباعة الصحف والتحكم في حركة المطـارات في استقبال الطائرات وما إلى ذلك. أي أنه يسهم في تشـغيل تلـك الآلات وبدونـه سـوف يكون الأمر في غاية الصعوبة ولا نستطيع الحصول على ما نحصل علية الآن من تقـدم ورفاهية والتشغيل الآلي يقضى على عديد من المهن ويغير متطلبات البعض الآخر منهـا وفي الوقت نفسه فإنـه يفتـح المجـال أمـام مهـن أخـرى عديـدة فـي المجـالات الصناعيـة وغيرها . وكثير مـن هـذه المهـن الجديـدة تتطلـب أشـخاصاً لديهـم فهـم أعمـق بالمقارنـة بالماضي .

ونتيجة لزيادة الحاجة الى الرياضيات والإعتماد عليها في عصر التطور والتقدم زاد اهتمـام الـدول المتقدمـة بالرياضيـات وحرصـت علـى تطورهـا كعلـم وعلـى تطويـر تعلمها ففي الولات المتحدة الأمريكية مثلاً وعقب الحرب العالمية الثانية وافقت الحكومـة على انشاء المؤسسة العلمية الوطنية National Sciece Foundation (NSF) وألقت على عاتقها مسئولية تطوير السياسة القومية في مجال البحث العلمي والتربوي وفي عـام ١٩٥٨ بدأت (NSF) العمل في مجموعة دراسة الرياضيات المدرسـية (SMSG) . وقام فريق من الرياضيين المهنيين والرياضيين التربويين بتطويـر مـادة الرياضيـات فـي المرحلة الثانوية ثم تحول اهتمامهم الى المرحلتين المتوسطة والإبتدائية . وفي الستينات ظهرت مشروعات رياضيات المرحلة الإبتدائية مثل مشـروع جامعـة ألينـوى ومشـروع ماديسون وبرنامج مينسوتا لتدريس الرياضيات والعلوم . وتمثلت تلـك المشـروعات فـي الإهتمام بإدخال موضوعات رياضيـة جديدة مثـل الهندسـة ونظريـة العدد والإحتمـالات والمجموعات والتركيز على خصائص العدد وبنية الرياضيات ،

وهنـاك تـأثير آخـر علـى رياضيـات المدرسـة الإبتدائيـة ألا وهـو "كيـف يتعلـم الأطفال؟" . فالدراسات والبحوث التي قام بها كل من وليام برونيل William Brownell وجان بياجيه Jean Piaget وروبرت جانييه Gagne وجـروم برونـر Jerome Bruner وريتشارد سكمب Richard Skemp حـول عمليـة التعلـم قـد اسـتقبلها مطـوروا المنـاهج والتربويون على كل المستويات بكل اهتمام ودرسوها بتمعن وتدقيق. ففى الثلاثينات اهتم برونل بمساعدة الأطفال على رؤية علاقة الأجزاء بالكل والكل بالأجزاء وكان ذلك بداية نظرية المعني Meaning Theory والتي أكدت على وجوب اتاحة الفرصة للأطفال لكي يعملوا بأيديهم ويكتشفوا بأنفسهم معاني الأعـداد وقـد بينـت أبحـاث برونـل وزمـلاؤه أنـه

يمكن للأطفال أن يفهموا معنى ما يفعلون خلال عملهم مع الأعداد بدون أي فقد للسرعة في تعلم الحقائق الأساسية وفي تنمية المهارة في أداء العمليات على الأعداد .

واشارت دراسات بياجيه الى أهمية الأخذ في الإعتبار مستويات النمو المعرفي للأطفال عند تخطيط أنشطة تعليمية لهم . وسوف نناقش بعضاً من أبحاث بياجيه في الفصلين القادمين بإذن الله .

وأكد برونر وجانييه وسكمب على أهمية بنية الرياضيات عند تخطيط الأنشطة وعند تطوير البرامج .

وقدم برونر أسلوباً نظرياً للتعلم بالاكتشاف ركز فيه على الخبرة الملموسة للمتعلم ولعبه بالمواد والأدوات التعليمية . وقدم ثلاث مراحل للتعلم بالاكتشاف يمر بها المتعلم هي ١- مرحلة النشاط حيث يتعامل فيها المتعلم مع الأشياء المحسوسة مباشرة ٢- مرحلة الصور الذهنية حيث يفكر المتعلم في الأشياء ذهنياً دون التعامل المباشر معها ٣- المرحلة الرمزية حيث يتعامل المتعلم بالرموز مباشرة بطريقة مجردة . والاكتشاف في نظر برونر ليس شيئاً خارجاً عن المتعلم ولكنه يتضمن اعادة تنظيم الأفكار المعروفةسابقاً في ذهنه وبين التنظيم الموجود في الشيء الجديدالذي يقابله والذي يجب أن يطوع تفكيره له ببنائه تنظيماً جديداً يتفق معه ومن أجل التعرف على العوامل المتضمنه في تعلم وتعليم الرياضيات.

لاحظ برونر وزملاؤه عدداًكبيراً من فصول الرياضيات واجروا تجارب على تعليم وتعلم الرياضيات وكنتيجة لهذه الملاحظات والتجارب كون برونر وكيني (١٩٦٣) أربع نظريات عامة عن تعلم الرياضيات وأطلقوا عليها: نظرية البناء ، نظرية المصطلحات ، نظرية التباين والإختلاف ، والنظرية الإرتباطية .

كما أن أبحاث روبرت جانييه R. Gagne في أطوار تتابع التعلم وأنماط التعلم ترتبط بصفة خاصة بتدريس الرياضيات وقد استخدم جانييه الرياضيات كوسط لاختبار وتطبيق نظريته عن التعلم. وأطوار التعلم التي حددها جانييه هي الوعي ، الاستيعاب ، التخزين ، الارجاع وأنماط التعلم التي قام بدراستها جانييه وحددها هي ، التعلم الارشادي تعلم الإرتباط بين المثير و الإستجابة - التعلم التسلسلي - الارتباط اللغوي - التعلم عن طريق التمايز - تعلم المفهوم - تعلم القاعدة تعلم حل المشكلات .

وتقوم نظرية دينيز Dienes في تعلم الرياضيات على أساس اعتبار أن التعلم يسير في دورات متعاقبة كل دورة تتكون من ثلاث مراحل هي اللعب والتكوين أو البناء والتحقيق وتظهر في نظرية دينيز أهمية اللعب والممارسة وظهر من تجاربه أنه يمكن اعطاء طفل المرحلة الإبتدائية المفاهيم التي كانت تعطى في المرحلة الثانوية اذا قدمت

بطريقة ملموسة مثل المعادلات عن طريقالموازين ، والمتجهات عن طريق أطباق وفناجين والأعداد بأساسيات مختلفة عن العشرة عن طريق مكعبات دينيز .

خصائص برنامج الرياضيات

بالرغم من الإتفاق غير التام حول محتوى الرياضيات والاجراءات التدريسية ومواد التعلم والأهداف التي نعايشها في حاضرنا اليومي فإنه توجد بعض الخصائص المشتركة لبرنامج الرياضيات الناجح في المدرسة الإبتدائية هي :

١- يقدم المحتوى في تتابع وتوال بمعنى أن تؤخذ بنية الرياضيات Structure of Mathematics في الحسبان .

٢- يؤخذ في الإعتبار عندتخطيط الأنشطة كل من مستوى النمو المعرفي لكل طفل والخلفية الرياضية له .

٣- تقدم الموضوعات الرياضية الجديدة أولا في صورة ملموسةثم في صورة شبه ملموسة وأخيراً في صورة مجردة

٤- يتضمن المحتوى الهندسة وموضوعات أخرى مثلها مثل الحساب التقليدي .

٥- تطور لغة الرياضيات ورمزيتها بصورة منتظمة .

الأهداف العامة لتدريس الرياضيات في المرحلة الإبتدائية

يدعو التطور السريع في العالم بشتى المجالات العلمية والتكنولوجية والتربوية الى تزويد تلميذ المرحلة الإبتدائية بالمعلومات والخبرات التى تمكن من التعامل والتكيف مع مجتمع متطور ، وحتى يؤدي تدريس مادة الرياضيات دورة فإن الأهداف المنتظر تحقيقها هي :

١- تعرف التلميذ على المفاهيم والمعلومات الرياضية التي تتناسب ومستواه في هذه المرحلة وذلك من خلال التعرف على :

* مجموعة الأعداد الطبيعية والعمليات عليها .
* الكسور الاعتيادية والعشرية والعمليات عليها .
* بعض المجسمات والأشكال عليها .
* القياس ووحداته .
* مبادىء أولية في الهندسة وبعض التحويلات الهندسية .
* مبادىء في جدولة البيانات وتمثيلها وقراءتها .

٢- اكتساب التلميذ بعض المهارات الرياضية وتشمل :

* اجراء العمليات الأساسية على مجموعة الأعداد الطبيعية وعلى الكسور الاعتيادية والعشرية .

* استخدام المعلومات الرياضية في مواقف الحياة اليومية .
* تصنيف البيانات وجدولتها وتمثيلها بيانياً وتفسيرها .
* ترجمة المسائل اللفظية (الكلامية) الى رموز رياضية والعكس .

٣- اكتساب اساليب التفكير الرياضي وذلك من خلال :
* تحديد المعطيات والمطلوب فى المسألة ثم اختيار العمليات المناسبة للوصول الى الحل وتبريره .
* استخلاص قاعدة عامة من بعض الحالات الخاصة وتطبيق القاعدة العامة على الحالات الخاصة .
* الربط بين العلاقات الرياضية .
* التحقق من صحة الحل ومعقوليته .

٤- انماء اتجاهات ومواقف ايجابية لدى التلميذ نحو الرياضيات وذلك من خلال :
* الثقة بالنفس عند حل المسائل الرياضية .
* تقدير الجوانب الجمالية في الأشكال الهندسية والعلاقات الرياضية .
* الشعور بالرضى والارتياح حين حل المسائل الرياضية .
* الميل والرغبة في دراسة الرياضيات .

المهارات الرياضية في المدرسة الإبتدائية

إن اكتساب المهارات الرياضية اللازمة للنمو الرياضي هدف أساسي من أهداف تدريس الرياضيات بالمرحلة الإبتدائية ويقصد بالمهارة هنا الكفاءة في آداء عملية رياضية بفهم ودقة وسرعة .

ويعني الفهم إدراك الموقف ككل ثم إدراك مدي العلاقة بين العناصر الداخلة فيه واختيار العناصر المناسبة واستبعاد غيرها مع القدرة على تعليل وتفسير ووضع العناصر بصورة معينة للوصول الى حل ما . والفهم أهم ما يميز الاتجاهات الحديثة في تدريس الرياضيات ويذكر أبو العباس (١) أمثلة لمفاهيم يرتبط بها الفهم بصورة عامة منها :

١- فهم معنى العدد ومدلوله .
٢- فهم فكرة التناظر الأحادي .
٣- مبدأ العد .
٤- خصائص أساس النظام العشري .
٥- معنى كل من العمليات الأربع الأساسية (الجمع والضرب والطرح والقسمة)
٦- العلاقات بين حقائق عددية خاصة مرتبطة بالعمليات الأربع الأساسية .

٧- خواص الإبدال والدمج والتوزيع على العمليات الأساسية

٨- فهم الأساليب الإجرائية لكل من العمليات الأساسية .

٩- العلاقة بين الكسور الإعتيادية والكسور العشرية والنسب المئوية .

١٠- العلاقات أكبر من - أقل من - تساوي .

١١- فكرة القياس والعلاقات بين وحدات القياس الشائعة .

١٢- القوانين والعلاقات في مبادىء الهندسة .

والدقة في الرياضيات تأتي بعد الفهم عند اجراء العمليات الرياضية والدقة تهدف الى الوصول الى الاجابة الصحيحة أوممارسة الاسلوب الصحيح ومن أمثلة الدقة المطلوبة في المرحلة الابتدائية الدقة في استخدام أدوات الهندسة في القياس وفي الرسم والدقة في اجراء العمليات الحسابية وبالنسبة للسرعة فهي عامل أساسي في اكتساب المهارة . والفهم والدقة والسرعة عوامل مرتبطة وكل منها شرط أساسي وضروري ولا غنى عنه .

وفيما يتعلق بمجالات المهارة في رياضيات المرحلة الابتدائية قدم المركز القومي لموجهي الرياضيات بالولايات المتحدة في ١٩٧٧ ورقة حدد فيها عشرة مجالات للمهارة يجب أن يكتسبها الطلاب قبل أن يكملوا المدرسة الثانوية هي :

١- حل المشكلات .
٢- تطبيق الرياضيات في مواقف الحياة اليومية .
٣- الحذر والاحتراس من عدم ربط النتائج بالأسباب .
٤- التقدير والتقريب .
٥- مهارات حسابية مناسبة .
٦- الهندســـــة .
٧- قراءة وتفسير وبناء الجداول والخرائط والأشكال والرسوم البيانية .
٨- القيـــــاس .
٩- استخدام الرياضيات في التنبو .
١٠- ثقافة الكمبيوتر .

كما ذكر عبيد(١٢)أن الطلاب يجب أن يكتسبوا المهارات التالية :

١- مهارات حل المشكلات : من خلال استخدام مداخل حل المشكلات لبحث وفهم ما يواجهونه من مسائل رياضية ، صياغة مسائل وتمارين من الحياة اليومية ومن مواقف رياضية ، تنمية وتطبيق استراتيجيات لحل أنواع متنوعة من

المسائل ، التحقق من الأجوبة التي يحصل عليها وتفسيرها بالنسبة للمسائل الأصلية ، اكتساب الثقة في امكانية استخدام الرياضيات استخداماً مفهوماً.

٢- الاتصال باستخدام لغة وأساليب الرياضيات من خلال ربط المواد المجسمة والصور والاشكال بأفكار رياضية ، التأمل ووضوح التفكير عند القيام بعملية رياضية أو دراسة أفكار رياضية ، ربط لغة الحياة اليومية بلغة ورموز الرياضيات . كما أن قراءة وكتابة ومناقشة الرياضيات جزء حيوي من تعلم واستخدام الرياضيات .

٣- ممارسة تعليل ما يقوم به المتعلم من عمل رياضي من خلال : استخدام نتائج منطقية ، استخدم نماذج وحقائق وخواص وعلاقات لشرح نتائج طرق التفكير . التعليل للإجابات التي يحصل عليها والخطوات التي يقوم بها عند حل مسألة ، تحليل الموقف الرياضي قبل البدء في معالجته .

٤- الربط بين الأفكار الرياضية وبين المواد التعليمية الأخرى .

٥- تنمية القدرة على التقدير التقريبي : من خلال : دراسة طرق التقدير ، معرفة مدى مناسبة التقدير للإجابات الصحيحة ، تحديد معقولية النتائج ، وتطبيق التقدير التقريبي في أنشطة متعددة ، مثل نتائج العمليات الحسابية والقياس وحل المشكلات .

٦- تنمية القدرة على التعامل بالعدد من خلال : ربط معنى العدد بخبرات حياتية واستخدام مواد مجسمة توضيحية ، فهم نظام العد والمفاهيم المرتبطة به مثل القيمة المكانية ، تنمية الحس العددي ، تفسير الإستخدامات المتعددة للأعداد في الأنشطة الحياتية .

٧- تنمية القدرة على اجراء العمليات الحسابية بأعداد صحيحة من خلال فهم معنى كل عملية بواسطة مواقف متعددة تستخدم فيها ، ربط لغة ورموز العمليات بالمواقف المستخدمة فيها وباللغة الدارجة ، تنمية الحس بالعمليات وصياغة مواقف ومسائل يمكن تمثيلها بعملية أو اكثر ،اتقان مناسب للحقائق الأساسية وخطوات اجراء العمليات ، استخدام اساليب متنوعة لإجراء العمليات الحسابية وتقدير نتائجها ، استخدام حاسبات الجيب في المواقف المناسبة ، اختيار واستخدام الأساليب الملائمة لإجراء العمليات الحسابية بما يتفق مع المشكلة المطلوب حلها .

٨- تنمية الحي الهندسيى الحس بالفراغ من خلال : وصف وعمل نماذج ورسم أشكال هندسية ، دراسة وتنمية نتائج دمج أو تقسيم أو تغيير الأشكال ، تنمية الحس المكاني ، ربط الأفكار الهندسية في البيئة المحيطة .

٩- مهارة القياس ، من خلال فهم خصائص الطول والوزن والمساحة والحجم والسعة والزمن والحرارة والزاوية ، تنمية القدرة على القياس وفهم وحدات القياس ، تقدير قياسات معينة ، عمل واستخدام قياسات في مواقف حياتية .

١٠- القيام بإحصاءات وفهم معاني الاحتمال والصدفة من خلال تجميع وتنظيم ووصف بيانات ، قراءة وتفسير محموعة من البيانات ، صياغة وحل مشكلات تتضمن جمع وتحليل بيانات ، ادراك مفهوم الصدفة في مواقف حياتية .

١١- التعامل بالكسور العادية والعشرية من خلال فهم معناها والربط بينها وإجراء عمليات عليها .

١٢- التعرف على أنماط وعلاقات من خلال : التعرف على وصف وتوسيع أنماط مختلفة ووصف بعض العلاقات الرياضية ، استخدام المتغير والجمل المفتوحة للتعبير عن بعض العلاقات .

هذا وهناك توصيات بزيادة الاهتمام بالحس العددي والحساب العقلي واستخدام الحاسبات والتقدير التقريبي وفهم ووصف البيانات وادراك مفهوم الاحتمال والصدفة وحل مسائل كلامية مرتبطة بمواقف حياتية والتدريب على مهارات حل المشكلات .

وفي نفس الوقت هناك توصيات بالاقلال من الاهتمام بالتدريب المبكر على قراءة وكتابة وترتيب رموز الأعداد ، وبالعمليات الحسابية المعقدة باستخدام الورقة والقلم ، وبالقسمة المطولة ، وبالمعاني الحسابية المجردة وبالعمليات الحسابية الخاصة بالكسور بإستخدام الورقة والقلم .

محتوى مقررات رياضيات المرحلة الابتدائية :

لقد دار جدل كبير وبذل كثير من الجهد والوقت والتفكير في تحديد محتوى مقررات الرياضيات بالمرحلة الابتدائية .

وكان الاعتقاد السائد بأن الوقت الكبير ينقضي والمجهود الذي يبذل، يبذل فى عمل قليل الفائدة أو عمل لا معنى له .

كما كان التركيز في تعليم الرياضيات على أسس وجذور العلم ولكن كثيراً من الأطفال لم يفهموا ماذا يعملون .ولكن تغيرت النظرة الآن . وأصبح معظمنا يرى أن كثيراً من موضوعات الرياضيات التقليدية أصبحت لا تناسب العصر الذي نعيشه الآن كما أنها لا تناسب حاجات الحياة اليومية ولا العلم والصناعة والتكنولوجيا .

وادخلت موضوعات معاصرة أكثر ملاءمة من الموضوعات التقليدية لأنها تلبي احتياجات الأطفال كما تلبي احتياجات المجتمعات .

ولم يعد التركيز على جذور الرياضيات ولكن أصبح التركيز على مساعدة الأطفال على أن يفكروا بأنفسهم ، وعلى أن يتعلموا من خلال الأنشطة التي يقومون بها ، وأن يستمتعوا بما يفعلون .

وهناك مثل صيني قديم يؤيد تلك النظرية المعاصرة لتعليم وتعلم الرياضيات يقول :

" أنا أسمع وأنسى ، وأرى وأتذكر ، وأعمل وأفهم " .

ويرى البعض أنه إذا وجد فهرس بمحتوى الموضوعات الرياضية المتضمنة فسوف يؤدي ذلك الى نتائج طيبة فيما بعد .

وفيما يلي قائمة بمفردات محتوى رياضيات المرحلة الابتدائية موزعة على الصفوف الستة كما جاءت في برنامج المشروع الريادي لتطوير تدريس الرياضيات في الوطن العربي (٢)

الصف الأول الإبتدائي :

الأعداد والعمليات :

تقوم المفاهيم الآتية بتوظيف مفاهيم المجموعات والعلاقات :

- مفهوم العدد الطبيعي من خلال أنشطة التصنيف والمقارنة وتكافؤ المجموعات .
- قراءة الاعداد من (١-٩) وكتابتها .
- مقارنة الاعداد من (١ - ٩) واستعمال الرموز (< ، > ، =) .
- ترتيب الأعداد من (١ - ٩) ومكونات كل منها .
- العدد صفر : قراءته وكتابته .
- العقود حتى (٩٠) ويتم تقديمها من خلال أنشطة التجميع .
- الاعداد المكونة من رقمين حتى (٩٩) .
- القيمة المكانية للرقم في العدد المكون من رقمين .
- الاعداد الترتيبية (الاول ....العاشر) .
- مفهوم عملية الجمع والرمز (+) وجدول الجمع حتى (٩ + ٩) جمع عددين بدون احتفاظ .
- مفهوم عملية الطرح والرمز (-) وجدول الطرح .
- العد التنازلي والتصاعدى حتى (٩٩) .
- مفهوم النصف والربع دون كتابتهما .

*** الهندسة :**

- التعرف على بعض المجسمات (الكرة - المكعب - الاسطوانة - متوازي المستطيلات) .

- التعرف على بعض الاشكال الهندسية المستوية من خلال التعرف على وجوه الاجسام السابقة .

*** الشبكة :**

- التعرف على الفضاء : أمام – خلف – فوق – تحت – يمين – يسار – أعلى – اسفل – بين ....الخ .
- الخطوط : الخط المغلق – الخط المفتوح .
- المنطقة : داخل – خارج .
- الطرق (المتاهات) .

*** القياس :**

- نشاطات تتضمن قياس الأطوال بوحدات مقننة بالشبر أطول – أقصر .– مفهوم الطول : أطول – أقصر .
- الزمن : اليوم – الاسبوع .
- النقود : وحدات النقد الأساسية (القطع النقدية) .

الصف الثاني الإبتدائي :

- الاعداد والعمليات :

- مراجعة الاعداد الطبيعية حتى ٩٩ (قراءتها وكتابتها) .
- العدد ١٠٠ ويتم تقديمه خلال تجميع الحزم .
- الاعداد المكونة من ٣ أرقام حتى ٩٩٩ والقيمة المكانية للرقم فيها .
- الجمع بدون حمل ثم مع حمل.
- الطرح بدون تفكيك (اعادة التسمية) في حدود المطروح منه اصغر من ١٩ والمطروح اصغر من عشرة .
- مفهوم عملية الضرب والرمز (×) في حدود ٥ × ٥ ، القسمة والرمز (÷)، ربط عملية القسمة بعملية الضرب .
- المقانة بين الاعداد واستخدام الرموز (< ، > ، =) .
- الكسور $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٤}$، $\frac{١}{٣}$ من خلال امثلة من الحياة .
- حساب ذهني في حدود ما سبقت دراسته .
- مسائل تطبيقية في حدود خطوة واحدة .

*** الهندسة :**

- التعرف على الاشكال المستوية التالية (المثلث – المربع – المستطيل – الدائرة)

*** الشبكة :**

- التنقل على تربيعات الشبكة وتطبيقات تتعلق بذلك .

*** القياس :**

- المتر – السنتيمتر .
- وحدات غير مقننة للساعة .
- الساعة بوحدات كاملة – الشهر .
- النقود المحلية وأجزاؤها .
- مفهوم الوزن : اثقل – أخف .

الصف الثالث الإبتدائي :

*** الأعداد والعمليات :**

- مراجعة الاعداد الطبيعية حتى ٩٩٩ .
- مفهوم الالف ومنزلة الآلاف والاعداد حتى ٩٩٩٩ .
- الطرح بالتفكيك (اعادة التسمية) .
- جدول الضرب حتى ٩ × ٩ .
- القسمة كعملية عكسية للضرب .
- ضرب العقود في عدد مكون من رقمين أو ثلاثة أرقام في عدد مكون من رقم واحد .
- القسمة على ٢ .

*** الاعداد الزوجية والاعداد الفردية :**

- القسمة بباقي في حدود جدول الضرب .
- الكسور . $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٢}{٤}$
- مسائل تطبيقية في حدود خطوتين .
- الحساب الذهني في حدود ما سبق دراسته .

*** الهندسة :**

- المضلع .
- الخط المستقيم .
- النقطة .
- الزاوية .
- تقاطع مستقيمين .
- التعرف على اضلاع الاشكال الهندسية المستوية السابقة وقياسها .

– ايجاد محيط المربع والمستطيل والمثلث .
– فكرة المساحة باستخدام الشبكة مع تطبيقات عليها .

*** القياس :**

– الديسيمتر – المليمتر – الكيلومتر .
– اللتر .
– السنة الهجرية والميلادية – الساعة والدقيقة .
– الكيلو جرام والجرام .
التحويلات بين وحدات النقد .

الصف الرابع الإبتدائي :

– الاعداد والعمليات :
– مراجعة الاعداد الطبيعية حتى ٩٩٩٩ .
– الاعداد حتى ٩٩٩٩٩ .
– ضرب عدد في ١٠ ، ١٠٠ ، ١٠٠٠ .
– ضرب عدد مكون من رقمين أو ثلاثة في عدد مكون من رقم أو رقمين .
– قابلية القسمة على ٢ و ٥ .
– مفهوم الكسر العادي (الاعتيادي) – قراءته وكتابته .
– جمع كسرين لهما المقام نفسه .
– طرح كسرين لهما المقام نفسه .
– مقارنة كسرين لهما المقام ذاته وكسرين مختلفي المقام من خلال أمثلة حسية .
– حساب ذهني في حدود ما سبق دراسته .
– مسائل تطبيقية في حدود ٣ خطوات .

*** الهندسة :**

الزوايا :

– التعرف على الزاوية القائمة والحادة والمنفرجة .
– مقارنة الزوايا باستخدام الزاوية القائمة .
– وضع مستقيم بالنسبة لمستقيم آخر (التقاطع – التعامد – التوازي) .

- رسم كل من المربع والمستطيل .
- مساحة كل من المربع والمستطيل .

*** الشبكة :**

- التنقل على التربيعات الشبكية - المسالك المتكافئة .
- التناظر بالنسبة لمستقيم (الطي) - التناظر بالنسبة الى نقطة .

*** القياس :**

- مراجعة وحدات النقد وتطبيقات عليها .
- المتر - اجزاؤه ومضاعفاته .
- السنتيمتر المربع - المتر المربع - الديسيمتر المربع - وحدات المساحة المحلية الشائعة .
- مضاعفات الجرام .

الصف الخامس الإبتدائي :

*** الاعداد والعمليات :**

- مراجعة ما سبقت دراسته عن الاعداد والعمليات عليها .
- المليون والمليار .
- قسمة عددين مع باق وبدون باق والتحقق من صحة القسمة عن طريق الضرب .
- قابلية القسمة على كل من ٢ - ٥ - ٩ - ٣ - ٦ - ٤ .
- الاعداد الاولية في حدود ١٠٠ .
- تحليل عدد الى عوامله الأولية .
- قاسم عدد - القاسم المشترك الاكبر .
- المضاعف المشترك الاصغر .
- تحويل عدد الى كسر غير بسيط وبالعكس .
- مسائل من الحياة تتضمن عمليات الاعداد الطبيعية والكسور العادية والعشرية .
- مسائل تطبيقية على ما سبقت دراسته .
- الحساب الذهني .
- الاعداد العشرية والعمليات عليها .

- العمليات على الاعداد المتعلقة بالزمن .

*** الهندسة :**

- مفهوم الدرجة واستخدام المنقلة في قياس الزوايا .
- اقامة عمود على مستقيم من نقطة واقعة علية بالمثلث القائم والمسطرة .
- اسقاط عمود على مستقيم من نقطة خارجة عنه بالمثلث القائم والمسطرة .
- رسم مستقم يوازي مستقيماً لآخر بالمثلث القائم والمسطرة .
- شبه المنحرف - متوازي الاضلاع - المعين .
- ارتفاع المثلث .
- مساحة متوازي الأضلاع والمعين وشبه المنحرف والمثلث .
- المساحة - المساحة الجانبية المتوازي المستطيلات والمنشور القائم .
- مفهوم الحجم .

*** التربيعات الشبكية :**

- تمارين متنوعة على التربيعات الشبكية تتعلق بالتناظر بالنسبة الى مستقم وبالنسبة الى نقطة .
- استخدام التربيعات الشبكية لقياس المساحات .
- احداثيا نقطة .

*** القياس :**

- السنتيمير المكعب - الدسم المكعب (الليتر) - المتر المكعب .

الصف السادس الإبتدائي :

الاعداد والعمليات :

- الاعداد حتى المليار .
- مفهوم قوة العدد - الاس - الاساس .
- الجذر التربيعي للمربع الكامل بالتحليل الى عوامله الاولية .
- الجذر التكعيبي بالتحليل الى العوامل الاولية .
- التقريب .
- الاحصاء : تبويب البيانات وتمثيلها بالاعمدة والرسوم .

- النسبة – التناسب – النسبة المئوية .
- التقسيم التناسبي .
- الوسط الحسابي وتطبيقات بسيطة .
- مقياس الرسم .
- مسائل من الحياة تتضمن عمليات على مجموعة الاعداد الطبيعية والكسور العادية والعشرية .
- حساب ذهني .

*** الهندسة :**

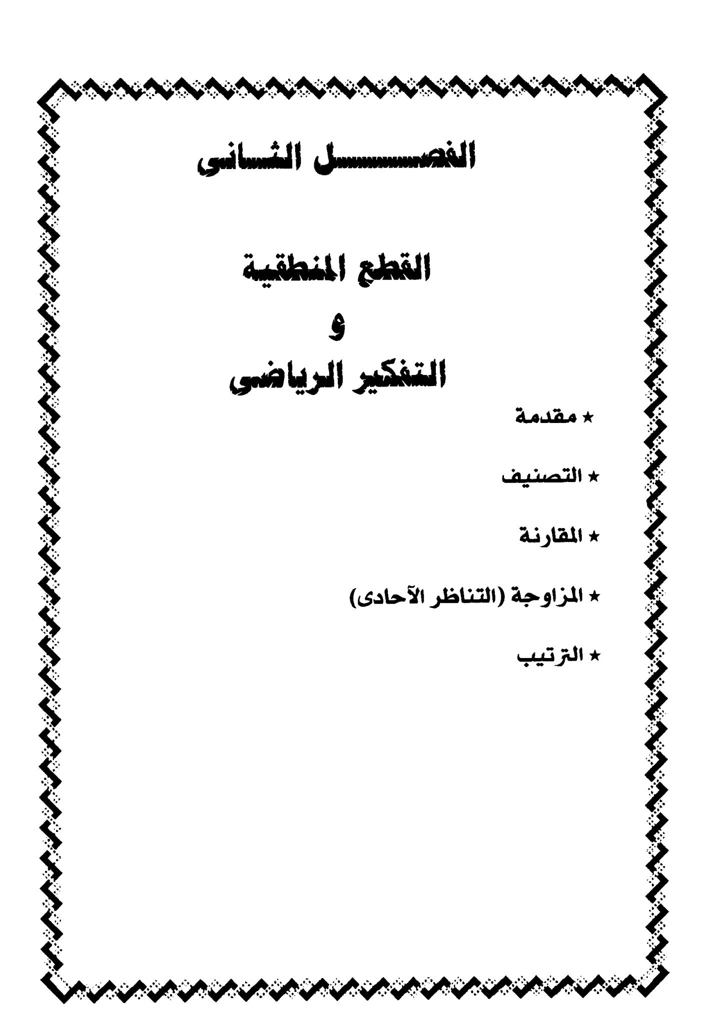
- تقديم مفهوم النسبة التقريبية .
- محيط الدائرة ومساحتها .
- انواع المثلث بالنسبة لأضلاعه وزواياه .
- مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمثلث ١٨٠ درجة .
- المساحة الجانبية والكلية للمكعب ولمتوازى المستطيلات وللاسطوانة وللمنشور .
- حجم كل من المكعب ومتوازي المستطيلات .

*** التربيعات الشبكية :**

- تعيين النقطة على التربيعات – الخطوط البيانية .
- انشاء مضلعات على التربيع الشبكي .
- انشاء مضلعات على التربيع الشبكي .
- التناظر – الانسحاب (الازاحة) .

*** القياس :**

- نظام القياس المتري للأطوال والمساحات والحجوم والاوزان .



الفصـــــل الثـانى

القطع المنطقية
و
التفكير الرياضى

* مقدمة
* التصنيف
* المقارنة
* المزاوجة (التناظر الآحادى)
* الترتيب

من المتوقع بعد دراسة هذا الفصل أن يكون الدراس قادرا على أن :-

١- يعرف أهمية التصنيف فى بناء االفكر الرياضى .

٢- يعرف فائدة اللعب الحر للأطفال.

٣- يساعد الأطفال على أن يستمع للسؤال ويجيبه.

٤- يساعد الطفل على تسجيل ما يقومبه من نشاط.

٥- يساعد الطفل على تعلم عبارات مثل أطول من - أكبرمن - أقل من- نفس العدد.

٦- يعرف كيفية نمو خاصية التصنيف لدى الأطفال.

٧- يعرف أهمية المزاوجة فى دراسة العدد.

٨- يستخدم بعض الأنشطة لتقديم الترتيب للأطفال.

٩- يعرف دور بياجيه فى التأثير على تعليم وتعلم الرياضيات.

من المتوقع بعد أن يكمل الطفل الأنشطة الموصوفة فى هذا الفصل أن يقدر على أن :-

- يصنف حسب خاصية واحدة (الشكل - اللون....) وحسب خاصيتين.
- يتعر ف على العلاقتين: أكبر من وأقل من ويميز بينهما.
- يقارن بين الأبعاد والأطوال.
- يزاوج بين عناصر مجموعتين.
- يرتب بعض الأشياءحسب خاصية معينة.

مقدمة

زاد الاهتمام الآن بالتركيز على مساعدة الاطفال على أن يفكروا بأنفسهم وعلى أن يتعلموا من خلال الأنشطة التي يقومون بها وأن يستمتعوا بما يفعلون . وذلك لأن الطفل إذا فهم العمل الذي يقوم به ورأى الموضوعات التي يدرسها مناسبة ووثيقة الصلة بحياته فسوف ينمو ويتقدم في دراسة الرياضيات .

ومن المعلوم لدينا أن الطفل قبل أن يذهب الى المدرسة - يتعلم كثيراً مما يحدث في منزله وفي الشارع والمحلات والاماكن الاجتماعية التي يتردد عليها ، فهو يستمع ويتكلم ويفهم وتتكون لديه كثير من الخبرات التي يكون لبعضها علاقة بالافكار الاساسية للرياضيات ولكن بدون استخدام لغة رياضية سليمة . فهو على سبيل المثال يستخدم أوعية مثل الأكواب - الفناجين - الاطباق - علب الكرتون الفارغة .... الخ .

ويتعامل مع الاشكال مثل المكعب - متوازي الاضلاع - الدائرة - الاسطوانة.. كما يقوم بأنشطة التصنيف ، ويستخدم أفكار مثل كثير - قليل - اكبر من - مملوء بـ - فارغ ، كما أنه أيضاً يستخدم أفكار المزاوجة : طبق خاص بالأب - طبق للام - طبق خالد - طبق سارة وهكذا . كما أنه يأخذ الخطوات الأولى في تعلم العد .

وتشكل تلك الانشطة والتي تتضمن : التصنيف - المقارنة - المزاوجة - الاشكال ملامح وسمات هامة للرياضيات .

ويجب أن نتذكر أن معظم الأطفال لديهم هذه الخبرات قبل دخولهم المدرسة وعلينا أن نعمل جاهدين على أن تتسع هذه الخبرات وتنمو في بداية المرحلة الإبتدائية لأن ذلك سوف يساهم في ربط المدرسة بالحياة اليومية .

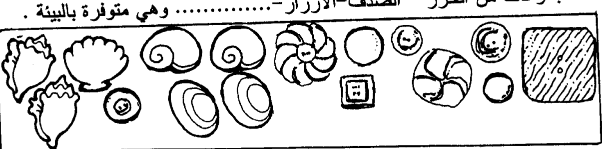
وسوف نتناول تلك الأنشطة في هذا الفصل مع وصف الأدوات المستخدمة ، وأيضاً طريقة التنفيذ مع مراعاة توظيف المواد المتاحة تبعاً لتوفرها .

التصنيف : Sorting

نحن نقوم باجراء التصنيف يومياً . فنحن نصنف عندما نقرر أن فاكهة هي التفاح وليست برتقال ، ونصنف حينما نشتري الأشياء الضرورية أو غير الضرورية . ويجب أن يتعلم الأطفال التصنيف في سن مبكرة لأن ذلك سيساعدهم على تنظيم البيئة المحيطة بهم كما يساعدهم على تطوير استيعاب فكرة العدد .

ويتم التصنيف تبعاً لخاصية معينة مثل الشكل أو الحجم أو اللون أو نوع المادة ، وتبعاً لخاصيتين معاً كالشكل واللون وهكذا وفيما يلي الأدوات والمواد المطلوبة لأنشطة التصنيف :

١- مجموعات من الخرز - الصدف-الأزرار-............ وهي متوفرة بالبيئة .



٢- مجموعات من الحبوب مثل حبوب اللوبيا أو الفاصوليا أو ....وهذه يمكن جمعها بواسطة الأطفال وتلوينها اذا دعت الضرورة .

٣- القطع المنطقية Attribute Blocks

٤- فى المقابل مجموعة من القطع المنطقية التجارية

٥- مجموعة من العلب والصناديق وهي عبارة عن علب صغيرة من الورق أو الكرتون مثل علب الكبريت وعلب الحلوى .

٦- اطارات تصنيف Sorting Frames

وهي عبارة عن قضبان - (عصي - مصاصات مياه غازية - خيوط - حبال - أسلاك) توضع على الدرج لعمل اطار تصنيفي يستخدم الإطفال فراغاته لتصنيف الأشياء .

٨- صواني تصنيف Sorting Trays

وهي عبارة عن علب من الكرتون غير عميقة تقسم الى قطاعات بواسطة أسلاك أو مصاصات المياه الغازية وتستخدم هذه القطاعات لتصنيف الأشياء .

٩- لوحة وبريه Flannel Board

أنشطة :

١- يعطي المعلم الأطفال مجموعة من الأشياء التى تم وصفها سابقاً ويطلب من كل طفل النظر اليها وتصنيفها بعد فترة من النشاط الحر ويمكن للطفل اظهار التصنيف عن طريق :

أ - استخدام اطار التصنيف   ب- استخدام طبق التصنيف .

جـ- رسم خط بالطباشير حول مجموعة من الأشياء .

٢- يصنف الأطفال المجموعات كما فـي النشـاط (١) ولكنهم يستخدمون الآن خصـائص اخرى حيث من الممكن أن يقوموا بعمل ما يلى:

أ- التلوين (أصفر - أخضر - بني ....) .

ب- تحديد نوع المادة (معدنية - قماش - حجارة)

٣- يوزع المعلم القطع المنطقية على الأطفال ويطلب منهم أن يصنعوا القطع التي تتشـابه مع المثلث - مثلاً - معا بعد أن يريهم اياه دون ذكر اسمه .

٤- يصنف الأطفال أنفسهم بطريق متنوعة فعلى سبيل المثال :

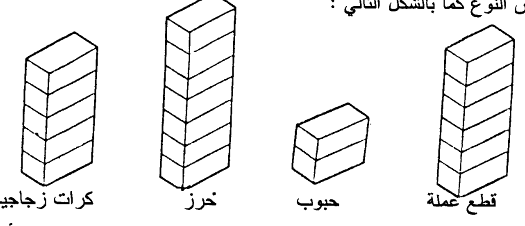
أ- أطفال لديهم أخوة - أطفال ليس لديهم أخوة .

ب- أطفال لديهم أخوات - أطفال ليس لديهم أخوات .

جـ- أطفال يعيشون في نفس الحي .

٥- يمكن استخدام أربعة أنواع من الفاكهة (برتقال - تفاح - موز - عنب) وتوضع أحد أنواع الفاكهة السابقة في ركن من اركان الفصل ويقرر الطفل الفاكهة التي يحبها ويمشى اليها مسرعاً .

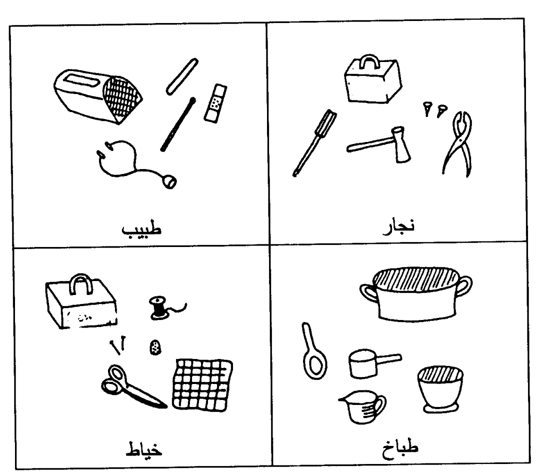
٦- يحضر الأطفال علب كبريت الـى المدرسـة ، ويوضـع المعلـم فـي هـذه العلبـة كرات زجاجية أو أي شيء آخر مثل الخرز أو الحبوب أو عملة معدنية ثم توضع كل العلب على المنضدة ، ويختار كل طفل علبـة وبعـد ذلـك يطلـب مـن كـل طفـل أن يقـول مـا تحتويه علبته ثم يضع المعلم العلب بحيث تحتوى على أوتكون عموداً (مجموعة) من نفس النوع كما بالشكل التالي :



وفي نهاية النشاط يقول الإطفال أي التراكمات (الاعمدة) أعلى وأيها أقل علواً .

٨- تصنيف الأدوات طبقاً لمن يستخدمها :

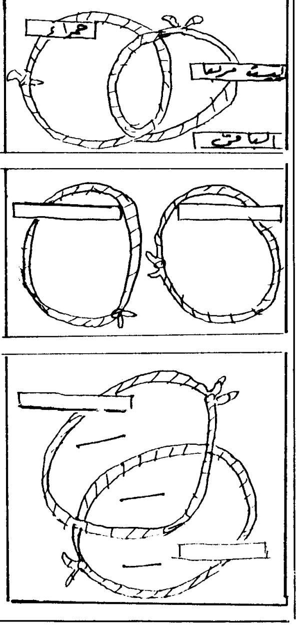
المواد والادوات المطلوبة لهذا النشاط عبارة عن أدوات متنوعة تستخدم في مهن مختلفة ووعاء كبير أو تضم كل مجموعة أدوات كأدوات الطبيب (سماعة - جهاز لقياس الضغط -ترمومتر ، ....) والنجار (حقيبة عدة بها منشار - مفكات ، بنسة ، ....) . والخياط (مقص - خيط - ابر - شريط للقياس - ....) والطباخ (حلل - أطباق - ملاعق ....) . ومن الممكن أن يقوم بهذاالنشاط طفل واحد أو أربعة أطفال بحيث يخلط المعلم الأدوات في صندوق واحد ويطلب من الطفل اختيار المهنة وحقيبة العدة الخاصة بها .



٩- خذ حلقتين من الحبل أو الخيط سم أحدهما حمراء والاخرى كبيرة -

(الكلام هنا من المعلم للطفل) ضع قطعا منطقية داخل الحلقتين بحيث تقع كل القطع الحمراء داخل الحلقة المسماة

(حمراء) وكل القطع الكبيرة داخل الحلقة المسماة (كبيرة) وأي شيء آخر داخل البقايا أي اترك هذه القطع خارج الحلقتين وارسم رسماً يوضح الحلقتين :



أ- ثم يقول المعلم للطفل : من المحتمل أن تجعل الحلقتين (حمراء) و (كبيرة) متداخلتين .

- كم عدد القطع الكبيرة والحمراء في نفس الوقت ؟
- اوجد عدد القطع الكبيرة وليست حمراء
- كم عدد القطع التي يمكن أن تكون حمراء أو كبيرة أو حمراء وكبيرة ؟.

ب- افترض أننا سمينا الحلقتين (حمراء) وليست مربعاً .

هل يمكنك وضع القطع التالية :

دائرة حمراء صغيرة - دائرة زرقاء صغيرة - مربع أزرق كبير؟

من الممكن اجراء بعض الالعاب المتدرجة باستخدام القطع المنطقية والحلقتين . وممن الممكن أيضاً استخدام ثلاث حلقات .

المقارنة : Comparing

مقدمة :

نقارن بين شيئين أو أكثر بتحديد أوجه الشبه والاختلاف بينهما ونستخدم في ذلك كل حواسنا الخمسة حتى يمكننا اكتشاف أوجه الشبه والاختلاف .

وللتعبير عن أوجه الشبه والاختلاف قد نستخدم أفكار الطول - الكتلة - السعة ......وهكذا . ويؤدى ذلك الى ادخال العبارات مثل أطول من - أثقل من واذا لم يكن الأطفال قد وصلوا الى مرحلة القدرة على كتابة عبارات (جمل) مثل أحمد - أطول من - حازم فيمكن استخدام المخطط السهمي لتسجيل النشاط ثم تتم المناقشة بعد ذلك .

وتتضمن المقارنة ايضاً: المقارنة المباشرة للأبعاد باستعمال العبارات أقرب – أبعد، يساوي في البعد .

كما يمكن للأطفال تحت اشراف المعلم – مقارنة مجموعتين ومعرفة ايهما تحتوي على عناصر أكثر أو اقل ، أو يتساوى عدد عناصر المجموعتين .

كما يمكن ايضاً تمييز العدد الأكبر والعدد الأصغر والعددين المتساويين من خلال مقارنة عدد عناصر مجموعتين ، واستعمال التعبيرات (اكبر من ، اصغر من ، يساوي) في هذه المقارنة .

وفيما يلي بعض أنشطة المقارنة .

أنشطة :

١- يقف خمسة أطفال أمام الفصل ، يضع أربعة منهم أيديهم في جانبهم ويضع الطفل الخامس يده على رأسه . اسأل الفصل ليقولوا وجه الاختلاف . وبأي طريقة يحدث الاختلاف؟

وقد يلاحظ الأطفال فروقاً اخرى . ناقشها معهم .

٢- كرر نشاط (١) مستعيناً باختلافات أخرى مثل :

أحد الإطفال ينظر في يده ، أحد الإطفال جالس ، أحد الإطفال مغمض عينيه .

٣- ضع مجموعة من خمس علب مياه غازية على منضدة أمام الفصل بحيث يتمكن جميع الأطفال من رؤيتها وبحيث تكون أربع من هذه العلب متطابقة الشكل والخامسة مختلفة في الشكل . ثم اطلب من الأطفال أن يلمسوا واحدة بشرط أن تكون مختلفة عن الباقين ، ثم اطلب منهم أن يقولوا ما هو وجه الاختلاف ؟

٤- اجعل أحد الأطفال يقف أمام الفصل ويفرد يده ويغمض عينيه ثم ضع في يده أربعة أشياء ولتكن حصى مثلاً واسأله أن يحدد بدون النظر أيهما تختلف عن الآخر ؟ . انه سوف يمسك الحجرة الكبرى واسأله أيضاً أن يقول وجه الاختلاف.

واسأله ايضاً أن يقول بكم طريقة يتطابق الباقي .

ومن الممكن استخدام أشياء اخرى شائعة مثل ثلاثة أقلام رصاص وقلم جاف أو ثلاث قطع طباشير ومساحة .

٥-اجعل طفلين مختلفيى الطول ومعروفاً اسميهما يقفان جنباً الى جنب . ثم اطلب من بقية الفصل أن يكونوا عبارات مثل أحمد أطول من علي ، علي أقصر من أحمد .

٦-كرر النشاط السابق (٥) باستخدام أقلام مختلفة الطول أو مسامير مختلفة الطول بقصد استخدام العبارات أطول من – أقصر من – لها الطول نفسه .

٧- اعط طفلاً حجرين مختلفى الكتلة فبعد أن يمسكهما سوف يكون بعد ذلك عبارة أثقل من .

٨-كرر النشاط السابق (٧) باستخدام شيئين صنعا من مادتين مختلفتين .

٩-احضر وعاءين مختلفي الشكل وليكونا زجاجتين دواء أو أي أوعية من الأوعية البلاستيكية الشفافة واسأل الأطفال أيهما يسع ماءاً أكثر .

قد يعتقد بعض الأطفال أن الاناء الاطول يسع أكثر من الأقصر . املأ الأطول ثم اسكب الماء في الأقصر فتجد أنه لا يملؤه.

مزاوجة عناصر مجموعتين

Matching the members of two sets

مقدمة :

يعتبر التناظر الاحادي أو التزاوج ضرورياً لتحديد عدد عناصر أي مجموعة كما أن التناظر الاحادي ضروري لفهم فكرة العدد وفهم كثير من المفاهيم الرياضية التي سوف تأتي بعد ذلك في المرحلة الإبتدائية وما يليها من مراحل تعليمية .

وهذا يعني أن الأطفال يحتاجون الى القيام بأنشطة تساعدهم على استيعاب فكرة التناظر الاحادي .

ومن الانشطة التي تساعد الأطفال على ذلك الأنشطة التالية :

أنشطة :

١-اجعل ستة أطفال في مكان يراه بقية الأطفال . ونظم خمسة كراسي بالقرب منهم واطلب من الأطفال أن يجلسوا كل طفل على كرسى . فسوف يجدون أنه يوجد طفل واحد ليس له كرسي .

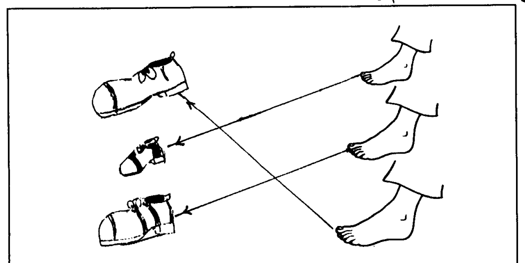
ويتضح لهم أن عدد الأطفال أكبر من عدد الكراسي .

٢- كرر نشاط (١) مع مجموعات أخرى فعلى سبيل المثال .

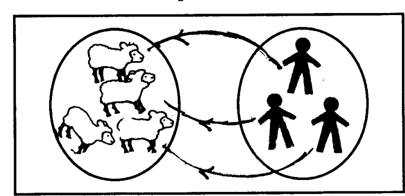
مجموعة من الأولاد ومجموعة من الكتب . مجموعة من الاقلام ومجموعة من الدفاتر .

٣-ارسم على لوحة من الورق المقوى أو على السبورة مجموعة من الأقدام ومجموعة من الأحذيـــة كما بالشكل . واطلب من الطفل أن برسم سهماً من كل قدم الى الحذاء المناسب له حيث يشير السهم الى الربط بين المجموعتين .

أي يزاوج الطفل بين كل قدم وكل حذاء .



٤- ارسم ايضاً على لوحة من الورق المقوى أو على السبورة مجموعة من الأولاد ومجموعة من الحيوانات كما يلي .



اطلب من الطفل أن يرسم سهماً من كل ولد الى حيوان ويشير السهم الى الربط بين المجموعتين . وعندما يرسم الطفل الأسهم سوف يجد أنه يوجد حيوان واحد لا يقابله ولد .

أي أنه يوجد حيوانات أكثر من الأولاد . ويقرر الطفل أنه يوجد أولاد أقل من الحيوانات .

٥- ارسم على لوحة من الورق أو ضع على اللوحة الوبرية مجموعة تحتوي على عدد من العناصر ، واطلب من الأطفال أن يضعوا على طاولاتهم مجموعة مكافئة لها أو عدد عناصرها أقل أو أكثر . وتجول بينهم للتأكد من قيامهم بالنشاط المطلوب .

٦- ضع على اللوحة الوبرية مجموعة بها أربع دوائر وضع تحتهم مجموعة من ثلاثة مربعات . ثم اطلب من الأطفال أن يرسموا خطاً من كل دائرة الى مربع. سوف يجد الأطفال أنه توجد دائرة لا يقابلها مربع . اسأل أسئلة مثل :

- هل يوجدمربعات أكثر من الدوائر ؟
- هل نفس عدد المربعات هو نفس عدد الدوائر؟
- هل توجد مربعات أقل من الدوائر ؟

الترتيب و التسلسل : Ordering and Seriation

الترتيب هام في تتابع الأعداد . وأنه لمن المهم للطفل أن يفهم أولاً العلاقة التوبولوجية للترتيب وعند عد الأشياء يجب على الطفل أن يرتبهم حتى يعد كل شيء على حده .

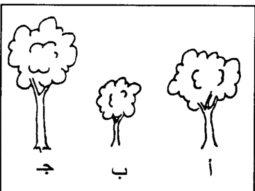
وعادة ما يتمكن الأطفال من (٦ - ٧) سنوات حسب راى كوبلاند من الترتيب والتسلسل .

ويتم ترتيب الأشياء حسب الحجم - الطول - الثقل - العدد والأنشطة التي تستخدم لتدريس الترتيب تبدأ بمجموعات لاتزيد عن ثلاثة أشياء وفيها يختار الطفل شيئين ويرتبهما ثم يختار الشيء الثالث بعد ذلك حتى يصل الى قاعدة للترتيب .

وفيما يلي بعض أنشطة الترتيب :

١- يعرض المعلم ثلاثة عصي مختلفة الطول ويطلب من الأطفال ترتيب العصي حسب الطول .

٢- يعرض المعلم على الأطفال ثلاثة أشجار في صورة ويطلب منهم ترتيبها حسب الطول .



٣- يكرر النشاط (١) ، (٢) ولكن مع مجموعات تتضمن أربعة أشياء أو أكثر.

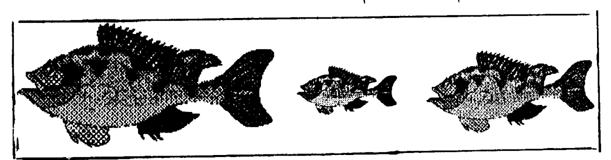
٤- ترتيب الأشياء من الصغير الى الكبير .

يجمع المعلم ثلاثة أو أربعة أشياء في واحد من التصنيفات التالية : وهي صورة لبعض الأشياء الموجودة في بيئة الطفل .

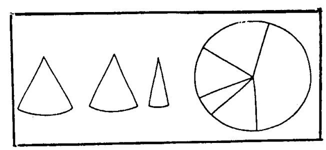
دمي	شرابات	خشب	باريق
دواليب	أربطة عنق	أقلام شمع	كواب
قبعات	أقلام	كتب	ولاعق
أحذية	مسامير	قطع عملة	شوك

ثم يقوم الطفل بترتيبهم من الصغير الى الكبير ثم يقوم المعلم بخلط الأشياء مع بعضها بدون نظام ويطلب من الأطفال اعادة النشاط وعلى المعلم أن يدع الطفل يرتب بالاعتماد على التقدير ، وبعد عدة مرات يغير الترتيب من الكبير الى الصغير.

٥- يعرض المعلم ثلاث سمكات في صورة أو ثلاثة صور لأسماك مختلفة الحجم ويطلب من الأطفال ترتيبهم حسب الحجم .



٦- يعرض المعلم صورة لدائرة مقطعة الى خمسة شرائح بأحجام مختلفة (يستخدم الفبر أو الكرتون) ويرتب (ينظم) المعلم الشرائح ليظهر محاولة ترتيبها على الطاولة من الاصغر الى الاكبر .

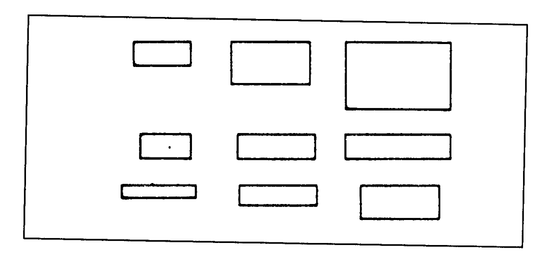


٧- يعرض المعلم مجموعة من المستطيلات ويطلب من الأطفال ترتيبها من القصير الى الطويل والمستطيلات عادة تكون من الكرتون أيضاً وتتميز بأنها.

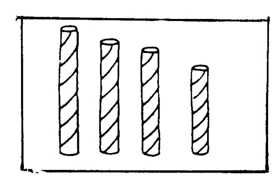
١- نفس الطول والعرض مختلف .   ٢- نفس العرض والطول مختلف .

٣- الأطوال والعروض مختلفــة .

ويرتبهم الأطفال من العرض الضيق الى الواسع أو حسب ما يراه المعلم .

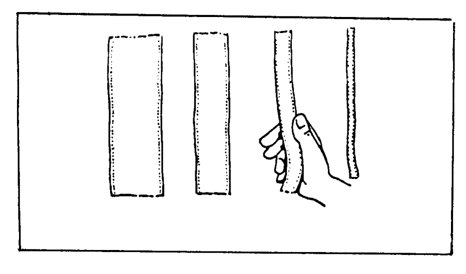


٨- يعرض المعلم على الأطفال مجموعة من مصاصات المياه الغازية . ويطلب منهم ترتيبها حسب الطول من الأطول الى الاقصر .
واذا حدث خطأ فيستخدم المعلم أسئلة لمحاولة أن يلاحظ الطفل الخطأ .



٩- يطلب المعلم من بعض الأطفال الخروج والوقوف أمام الفصل بحيث يكونوا مختلفي الأطوال ويطلب من الفصل ترتيبهم حسب (الطول) أى من الاطول الى الاقصر .

١٠- يعرض المعلم أمام الأطفال قطعاً خشبية أو من الكرتون ويطلب منهم ترتيبها حسب "العرض" من العريض الى الضيق .



١١- يعرض المعلم أمام الأطفال أنماطاً لتكميلها مثل:

أزرق ، أخضر ، أزرق ، أخضر ، أزرق.................. الخ

دائرة ، دائرة ، مربع ، دائرة ، .... الخ

٣ ، ٢ ، ١ ، ٣ ، ٢ ، ١ ، ٣ ، .... الخ

تعليق ومتابعة :

التصنيف أساس للعمل الرياضي مستقبلاً ، وتعتمد القدرة على تصنيف الأشياء على فكرة العلاقة ، ويجب أن تكون الخاصية المشتركة للأشياء معلومة للطفل أو للأطفال الذين يعملون في مجموعات صغيرة .

وتأتي اجراءات التصنيف بالنسبة للطفل الصغير في ثلاثة مستويات :

الأول : اجراء تصنيف تبعاً للأنتماء لنفس المجموعة (تصنيف بسيط)

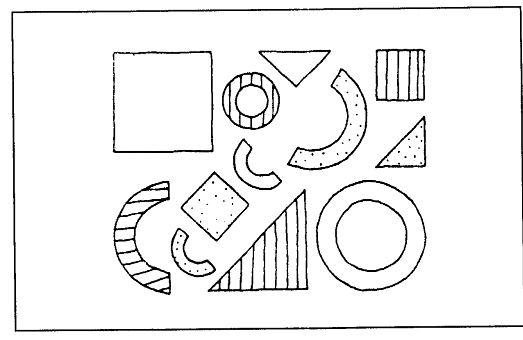
الثاني : أشياء تصنف الى مجموعات متباعدة (غير متقاطعة)

الثالث : تصنيف متعدد حسب خاصيتين أو ثلاث خواص .

بياجيه والتصنيف :

لقد بحث بياجيه القدرة على التصنيف لدى الأطفال بأن قدم لهم بعض الأشكال (الشبيهة بالقطع المنطقية التي نستخدمها الآن) ولاحظ ما يفعلونه وما يقولونه .

وقد استخدم بياجيه أربعة أشكال (حلقة - نصف حلقة - مربع - مثلث) كما يلي:



ويفيد أداء الأطفال لمهام التصنيف حسب آراء بياجيه بأن قدرة الطفل على التصنيف تنمو تدريجياً .

وطبقاً لبياجيه يمكن القول بأن الطفل في سن ما بين الخامسة والسابعة لديه القدرة على التصنيف حسب خاصية واحدة ولكن اسلوبه في التصنيف يعتمد على المحاولة والخطأ .

ويستطيع الطفل في سن من (٧ – ٩) سنوات القيام بالتصنيف حسب خاصيتين أو ثلاث خواص (اللون – الشكل –الحجم) ولكن يقوم سلوكهم على أساس الفهم وليس المحاولة والخطأ .

كما يتضح لنا من الأنشطة السابقة أيضاً أنه من الممكن أن يصنف الأطفال الأشكال بالرغم من عدم معرفتهم بأسمائها أو خواصها .

والقطع المنطقية تمدنا بوسيلة اتصال غير لفظية وخاصة مع الطفل الذي لديه صعوبات لغوية .

وعلى معلم الصف الأول – بصفة عامة – أن يتيح الفرصة للأطفال لتصنيف القطع المنطقية لكي يساهم في الفهم الحسي لأنواع المجسمات .

ومما تقدم يتضح لنا أن التصنيف من المهام العقلية الهامة ولذلك يجب علينا كمعلمين تهيئة الفرصة للأطفال في المدرسة الابتدائية لاكتساب الخبرات في تصنيف الأشياء المختلفة وعلينا مناقشتهم في العلاقات التي يقوم عليها التصنيف حسب قدراتهم العقلية .

والتناظر الاحادى هو أساس العد ويستخدم لتحديد كم عدد وأنه أساس للتمكن من المهارات الحسابية . وأنه يتضمن فهم : يوجد شيء في مجموعة له نفس عدد عناصر شيء آخر في مجموعة أخرى مختلفة بصرف النظر عن تشابه الخواص .

فإذا وضع المعلم أزراراً صغيرة مثلاً في كأس بحيث يضع زراراً واحداً في كل مرة ثم وضع طفل أزراراً كبيرة في كأس مماثلة لكأس المعلم وأيضاً زراراً في كل مرة . فان الازرار الكبيرة ستظهر على شكل كومة أعلى.

واذا سئل الطفل هل يحتوي الكأسان على نفس العدد من الازرار وأجاب بنعم فعندئذ يكون الطفل فاهماً للتناظر الاحادي واذا أجاب الطفل بلا لأن الأزرار أعلى في كأس عن اخرى فانه يطبق لم التناظر الاحادي .

ويذكر كوبلاند copeland أن الأطفال يتمكنون في سن من (٥ – ٧) من مفهوم التناظر الاحادي .

وعلى المعلم أن تتضمن أنشطته الأولية التي يقدمها لأطفاله أشياء متماثلة (متطابقة) بينما الأنشطة المتأخرة يجب أن تتضمن أشياء مختلفة .

وفي أنشطة الترتيب على المعلم أن يراعي ما يلي :

- السماح للطفل بإكتشاف الفرق بين الأشياء التي سيرتبها وسؤال مثل كيف تختلف هذه الأشياء ؟ يمكن أن يرشد الطفل في ملاحظة الفرق الذي يمكن استخدامه في الترتيب (التسلسل)
- البدء بثلاثة أشياء ثم زيادة الأشياء حسب كفاءة الأطفال في تحديد الترتيب وتحديد اتجاه وضع الأشياء مع ملاحظة أن تحديد اتجاه الترتيب أمر صعب على الطفل الصغير .
- لا يوجد مؤشر لتحديد أن الطفل سيرتب من اليمين الى اليسار أو من اليسار الى اليمين ولكن على المعلم أن يشجع الترتيب من اليمين إلى اليسار لأن ذلك يتفق وطريقة القراءة والكتابة وتناول الأشياء من اليمين .
- تصميم أنشطة للترتيب تبدأ بنوعيات ملموسة ثم يلي ذلك الشكل واللون والحجم .
- تجنب استخدام أنشطة بها أخطاء في الترتيب والتسلسل لأن ليس كل الأشياء أو مجموعات الأشياء يمكن ترتيبها .

معلومات اضافية :

١- اللعب الحر بالقطع المنطقية .

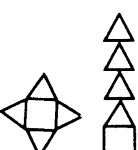
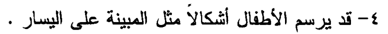
هل تستمتع باللعب الحر بالقطع المنطقية ؟ هل تعلمت شيئاً من خلال اللعب بالقطع المنطقية ؟ هل ابتكرت شيئاً ذا أهمية ؟

ان الاجابة بنعم قد تشعرك بأهمية جعل الأطفال يلعبون بالقطع المنطقية وذلك للأسباب التالية :

١- يسمح اللعب الحر للأطفال بتعلم خصائص القطع من خلال لمسها .

٢- يمكن اللعب الحر من التعلم المباشر واستخدام بعض الألفاظ مثل الحجم – الشكل – اللون .

٣- قد يكتسب الأطفال خبرة في الرياضيات لم تكن معدة في الخطة وفي ذلك اثراء لخبرتهم الرياضية فقد يكتشف طفل مثلاً أن الأشكال يمكن تكوينها من قطع مختلفة.

٤- قد يرسم الأطفال أشكالاً مثل المبينة على اليسار .

٥- يعطي اللعب الحر الإطفال الفرصة في أن يعملوا من خلال تفكيرهم لأنفسهم .

٢- مراحل النمو العقلي عند بياجيه

يعد السويسري ذائع الصيت جان بياجيه J. Piaget من أعظم رواد علم النفس . وقد اهتم بالأطفال ودراسة نمو تفكيرهم وقام ببحوث مستمرة لمعرفة تطور الذكاء عندهم.

ولقد وصف بياجيه النمو العقلي في صورة أربع مراحل عريضة هي :

- مرحلة الحس الحركي - ما قبل العمليات - العمليات الملموسة - العمليات المجردة.

وقد حدد بياجيه هذه المراحل على ضوء تجارب أجراها على بعض الأطفال في جنيف . كما أن هناك عدداً من الدراسات أجريت في دول أخرى ونتج عنها أن الفترات الزمنية تكاد تكون متساوية في معظم الدول .

وطبقاً لبياجيه فان هذه المراحل تتسم بأنها تأتي بالترتيب من حيث تتابعها بمعنى أن النمو العقلي للطفل يمر بهذه المراحل بالترتيب ، أي أنه لا يمكن أن يصل الى مرحلة دون أن يمر بالمرحلة السابقة لها ، كما أن المراحل تكاملية بمعنى أن المراحل المبكرة جزء متكامل من المراحل المتأخرة .

وفيما يلي وصف مختصر لخصائص كل مرحلة :

١- مرحلة الحس الحركي .

وتمتد من الميلاد حتى عمر سنتين تقريباً ويقوم الطفل منذ ولادته (وقبل تعلمه اللغة) برسم صورة للعالم الخارجي عن طريق حواسه وتحركاته المختلفة.

فخلال لعب الطفل واكتشافه لما حوله يكون صورة ثابتة عن الأشكال المختلفة والعلاقات بينها يتعرف على أساسها على مثل هذه الأشكال ويتعلم الطفل في هذه المرحلة ربط الكلمة بالشيء العيني ، وفي نهاية هذه المرحلة يبدأ الطفل في صنع حلول لمشكلاته دون اللجوء الى التجريب فان اختلفت لعبته دون أن يرى كيف اختلفت فانه سيبحث عنها.

٢- مرحلة ما قبل العمليات :

وهي امتداد للمرحلة الأولى وبنية أساسية للمرحلة الثالثة وتمتد من عمر سنتين الى سبع تقريباً وفيها تبدأ اللغة في الظهور وفي حدود العام الرابع يصبح الطفل مسيطراً على

اللغة سمعاً وكلاماً حيث تصبح أداة فعالة في تنمية المفاهيم لديه . ويعتقد الأطفال في هذه المرحلة أن كل أفكارهم وخبراتهم يشترك فيها الآخرون . وأن الجوامد لها خصائص الأشكال الحية ، وتفكير الطفل في هذه المرحلة يتسم بعدم القدرة على متابعة التحويل فعندما يسمع أو يرى حادثة فإنه لا يستطيع متابعتها فإذا سقط قلم من وضع راسي الى وضع افقي والطفل يشاهدذلك وشرحت له أوضاع القلم المختلفة ووضعت له صوراً متعددة فإنه لا يستطيع ترتيبها بالتسلسل عندما يطلب منه ذلك لأنه لا يدرك إلا حالة البداية وحالة النهاية فقط .

كما يتسم تفكير الطفل في هذه المرحلة بالمركزية فعندما يحدث تغير على شيء ما في الشكل أو المكان وسألت الطفل عن المقدار أو الكمية قبل هذا التغير الظاهري ثم سألته عنها بعد التغير فإنه سوف ينبؤك بأن الكمية تغيرت . كما لا يستطيع الأطفال في هذه المرحلة ادراك عكس العملية ولا يمكن أن يأخذوا في إعتبارهم مظهرين لشيء أو موقف في نفس الوقت ولا يمكنهم اجراء استدلال استقرائي (من الحالات الفردية الى الحالة العامة) أو استدلال استنتاجي (من الحالة العامة الى الحالات الفردية) ولا يستطيعون التفرقة بين الحقيقة والخيال ويصبح الأطفال في نهاية هذه المرحلة قادرين على اعطاء أسباب لما يعتقدونه ، ويمكنهم تصنيف مجموعة من الأشياء وفقاً لخاصية واحدة . ويمكنهم أن يحافظوا على العدد والكتلة أيضاً .

٣- مرحلة العمليات الملموسة :

وتمتد من سن السابقة حتى الثانية عشرة تقريباً ويستطيع الطفل في هذه المرحلة أن يربط بين المفاهيم المختلفة بعلاقات إما رياضية أو منطقية وأن يفكر تفكيراً منطقياً (غير مجرد) في أشياء محسوسة – أي من خلال الحواس – فقد يمكنه أداء عمليات مثل التعويض واتحاد وتقاطع المجموعات والترتيب التسلسلي للأشياء ولكن الأطفال قد يكونون غير قادرين على اجراء نفس هذه العمليات على الرموز اللفظية . كما أن قدرتهم على الاستدلال المنطقي لم تتم بعد كما يجب . والأطفال في هذه المرحلة يقدرون على تصنيف الأشياء التى لها خصائص متعددة . الى مجموعات ومجموعات جزئية بناء على خصائص معينة ويمكنهم أن يأخذوا في الاعتبار خصائص متعددة للشيء في نفس الوقت كما أن مفهوم المحافظة على العدد والكتلة يتمكنون منها ايضاً.

٤- مرحلة العمليات المجردة :

وهي تبدأ من الثانية عشرة الى الخامسة عشر تقريباً ومنها يصل تفكير الطفل الى قمته من حيث النوعية وبعد ذلك فالتغير في تفكير الشاب تغيراً كمياً لا نوعياً ويبدأ بالقيام ببعض العمليات العقلية دون أن يستخدم مجسمات لها . ويتعامل مع عمليات عقلية معقدة

حيث يقوم بإستخدام الفرضيات والاستنتاج وتفسير ملاحظات وفحص عدد من المتغيرات بتغيير واحد منها وابقاء الاخرى ثابتة لمعرفة تأثير ذلك التغير .

هذا ويفسر بياجيه النمو العقلي على أساس عمليتين هما الاستيعاب والتكيف ويقوم الطفل بواسطة العملية الأولى بإستيعاب العالم المحيط به ليكون نموذجاً في ذهنه لهذا العالم . أما العملية الثانية فيتم تعديل هذا النموذج وتكييفه طبقاً للخبرات الجديدة ، فمثلاً عن طريق الاستيعاب يرسم الطفل في ذهنه صورة لعملية الجمع (+) وبعد ذلك عن طريق التكيف يعدل فيها عندما يعرض خواص عملية الجمع .

ودراسات بياجيه كان لها أصداء واسعة في تدريس الرياضيات وكان من نتائجها ادخال بعض موضوعات جديدة مثل التصنيف والتناظر الاحادي والمجموعات والنظم العدية بأساسات مختلفة وغيرها .

اختبر فهمك :

١- صف كيف يمكن استخدام مجموعات من الأشياء (غير الأزرار والصدف) لتزويد الأطفال بخبرات تتعلق بـ :

(التصنيف – التناظر الاحادي – المقارنة – الترتيب) .

٢- اذكر بعض الأسباب التي تجعل المعلم يسمح للأطفال باللعب بالمواد والادوات قبل البدء بأنشطة فعلية باستخدام هذه الأدوات .

٣- اذكر الفروق بين القطع المنطقية ومجموعة عشوائية من الأشياء مثل الأزرار وأغطية الزجاجات .

٤- طبقاً لمراحل بياجيه للنمو العقلي :

أ- الى أي مرحلة ينتمي معظم أطفال الحضانة ؟ والى أي مرحلة ينتمي الأطفال من سن ٢ – ٤ سنة ؟

ب- ماأهم خصائص مرحلة ما قبل العمليات ؟

جـ- كيف يختلف أطفال مرحلة العمليات المحسوسة عن مرحلة العمليات الشكلية ؟

د- كيف يمكن الاستفادة من أعمال بياجيه في تدريس الرياضيات ؟

٥- ما الامور التي يجب على المعلم مراعاتها عند تنفيذ أنشطة الترتيب ؟

٦- في أي سن يتمكن الأطفال من المفاهيم التالية :

التصنيف – التناظر الاحادي – المقارنة ؟

الفصل الثالث
العدد
و
إستخداماته

- مقدمه
- إستخدامات العدد
- بياجيه ومفهوم العدد
- طرق تقديم موضوعات العدد للأطفال
- مراحل تقديم العدد
- تقديم القيمة المكانية بأساسات تختلف عن العشرة
- لمحة تاريخية عن العدد والأعداد

من المتوقع بعد دراسة هذا الفصل أن يكون الدراس قادرا على أن:-

- يعرف وظائف العدد وإستخداماته.
- يكتسب المهارة فى تقديم العدد للأطفال.
- يستخدم الأجهزة والأدوات اللازمة لتقديم العدد للأطفال.
- يعرف المراحل التى يجب تقديم الأعداد من خلالها.
- يكتسب المهارة فى القيمة المكانية من خلال أساسات يختلف عن العشرة.
- يتعرفعلى المراحل التاريخية التى مر بها العدد.
- يعرف النظم العددية عند قدماء المصريين والرومان والعرب والبابليين.

من المتوقع بعد أن يكمل الطفل الأنشطة الموصوفة فى هذا الفصل أن يقدرعلى أن :-

- يكتب قائمة بأعداد العد.
- يعرف الأرقام التى يتكون منها النظام العشرى.
- يضع كل رقم فى أى عددفى قيمته المكانية الصحيحة.
- يحدد إسم القيمة المكانية الصحيح لآى رقم فى عدد كلى.
- يكتب قيمة كل رقم فى أى عدد كلى.
- يرتب مجموعة من الأعداد تصاعديا أو تنازليا.
- يقرب العدد الكلى.
- يفهم القيمة المكانية بأساسات تختلف عن عشرة.
- يعبر عن أى عددبقوى العشرة.
- يستخدم الصفر (كحافظ للخانة) فى كتابة عدد فى صورته الرمزية إذا علم رقم عشراته ورقم مئاته أو إذا علم رقم آحاده ورقم مئاته.
- يترجم الصيغة اللفظية للعدد إلى صورة رمزية.

مقدمة :

يتعلم كثير من الأطفال العد قبل دخولهم للمدرسة . ولكن هذا التعلم غالباً ما يكون عبارة عن حفظ لبعض الاصوات التى يكون قد سمعها أوحفظها في محيطة الاجتماعى أى أن طريقة عد الطفل طريقة روتينية تتضمن الترديد بدون فهم .

كما أننا أيضاً إذا سئلنا عماذا تعني كلمة عدد فسوف نجد أن الإجابة ليست بالأمر السهل لأن مفهوم العدد هو مفهوم مجـرد يصعب وضع تعريف محدد له .

والعدد له أهمية كبرى في البناء الرياضي فهو يستخدم في وصف وتسمية وتحديد كمية الأشياء في حياة الطفل كما أنه في منهج المرحلة الإبتدائية يستخدم في تطبيقات الرياضيات في حياة الطفل وفى القيمة المكانية وفي الرسم البيانى ومقياس الرسم .

استخدامات العدد :

للعدد استخدامات كثيرة فهو يستخدم في العد (عدد العناصر) وهو ما يطلق عليه السمة أو الوظيفة الكاردينالية للعدد ، فالعدد الكاردينالي لمجموعة معطاة يخبرنا بعدد العناصر فيها والخاصية التي تميز كل عناصر فصل من المجموعات المتكافئة هي العدد الكاردينالي لكل مجموعة من تلك المجموعات ونستنتج من هذا التعريف : أن كل مجموعتين متكافئتين لهما نفس العدد الكاردينالي .

والعدد Number تعبير تجريدي ويجب عدم الخلط بينه وبين اسم العدد Numeral فكلا من III ، ٣ هي اسماء لعدد معين ولهذا الاستخدام الكاردينالي مظاهر كثيرة في حياة الطفل مثل عدد أفراد الاسرة أو عدد الاصابع في اليد الواحدة أو عدد أيام الاسبوع وهكذا .

وهناك أيضاً الاستخدام الترتيبي للعدد. ومن العبارات التي توضح الاستخدام الترتيبي ما يلي : أحمد في الصف السادس الابتدائي ، حصل حازم على المركز الرابع في سباق الجري ، افتح ص (٩٣) في كتابك .

وفي الاستخدام الترتيبي نجري تناظراً احادياً بين مجموعة معطاة وبين مجموعة جزئية أولية من مجموعة العد {١ ، ٢ ، ٣ ، ....} فعلى سبيل المثال : مجموعة حروف الهجاء يمكن عمل تناظر احادى بينها وبين مجموعة عد هكذا .

{ أ ، ب ، ت ، ث ، .... ، ي }
{ ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، .... ، ٢٨ }

فالحرف الاول هو أ والحرف الثاني هو ب ، وهكذا .

ويوضح المثال السابق أن وضع أي حرف من حروف الهجاء يمكن وصفه بدلالة أحد الاعداد من المجموعة المرتبة { ١ ، ٢ ، ٣ ....، ٢٨ } . فمثلا العبارة التي تقول ان الحرف (ص) هو الحرف الخامس عشر (١٥) توضح الاستخدام الترتيبي للعدد .

وأحياناً يستخدم العدد في التحديد أو التعيين Identification في حالات قد يكون لها مدلول كارديناللي أو ترتيبي أو لا يكون مثل ارقام جوازات السفر ، رخص القيادة ، أرقام الخزائن ، أرقام المقاعد في المسرح أو في الطائرة .

كما يستخدم في التسمية مثل رقم التليفون أو رقم القناة التي يفضل الطفل مشاهدتها في التليفزيون .

كما يستخدم العدد في القياس كما يتضح من الاجابة على الاسئلة التي مثل:

ما طولك ؟ ما وزنك ؟

وهناك العدد الحقيقي مثل ما عدد اخوتك البنين ؟ وهناك العد الروتيني مثل واحد، اثنين ، ثلاثة ....)

والارقام هي الرموز التي تستخدم في التعبير عن الاعداد وتأتى في ثلاث صور : كلامية ورموز مجردة وكتابة والصور الكلامية هي التي تواجه الاطفال أولاً حيث يتغنى الطفل بالارقام من واحد لعشرة .

ويجب علينا أن نكون على وعي في تدريسنا باستخدامات العدد بحيث نركز على السمة الكاردينالية والترتيبية معاً ولا نركز على سمة دون الاخرى لأننا اذا ركزنا على العدد (الكم) مثلا فان الاطفال سوف لا يفهمون السمة الترتيبية .

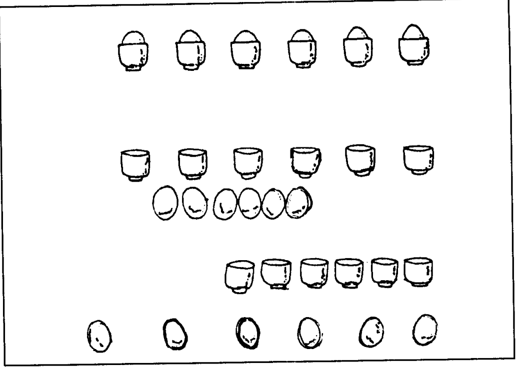
بياجيه ومفهوم العدد :

لقد توصل بياجيه من خلال تجاربه مع الاطفال الى أن مفهوم العدد ينمو عند الطفل في ثلاث مراحل :

المرحلة الأولى من (٤ - ٥) سنوات

لم يستطع الطفل تكوين مجموعتين متكافئتين ولم يزاوج الطفل بين المجموعات (تناظر احادي واحد - لواحد) .

وكان بياجيه قد عرض للأطفال في تجربته سلة بيض وستة أكواب وطلب منهم أخذ عدد من البيض يساوي نفس عدد الاكواب ويوضح الرسم التالي تجربته .



وبدلا من المزاوجة فقد فكر الطفل في نفس الكمية على أنها تعني التنظيم له نفس الطـول وبلغة بياجيه فقد ركز الطفل على جانب واحد من الموقف وهو الطول وأهمـل الجوانـب الاخرى للعدد .

المرحلة الثانية من (٥ - ٦) سنوات

تعرف الطفل على التكافؤ عندما أعيد تنظيم المجموعتين . ولكن التناظر الأحادي لم يفهم بعد كاملا في هذه المرحلة .

المرحلة الثالثة : من (٦ - ٧) سنوات

يمكن للطفل أن يكون مجموعات متكافئة مع المحافظـة علـى العـدد . وتوضـح تجـارب بياجيه أن الاطفال لا يفكرون في الاعداد بنفس الطريقة التي يفكـر بهـا الكبـار والاطفـال لهم طرق عديدة في التفكير تعتمد على مراحل نموهم المعرفي . وأنه لمن المهم التحـدث مع الأطفال وملاحظة واكتشاف كيف يفكرون وماذا يقصدون .

طرق تقديم موضوعات العدد للأطفال :

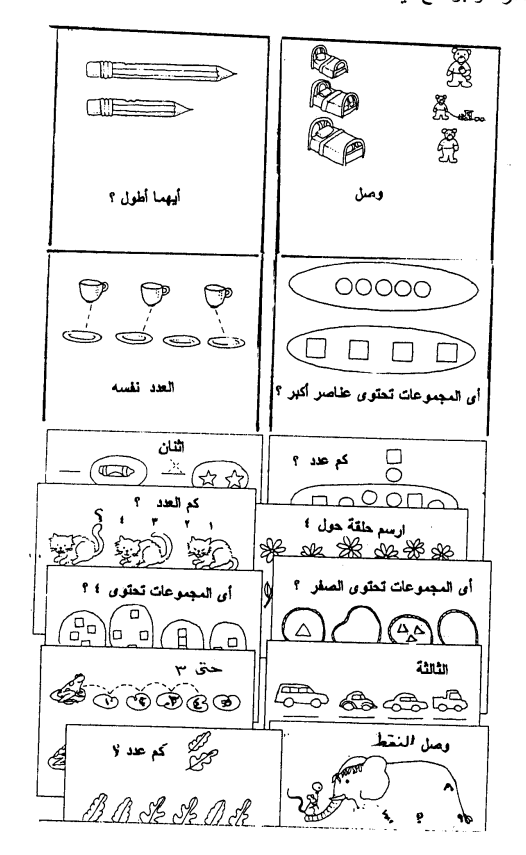
يمكن تقديم موضوعات العدد للأطفال بطرق مختلفة منها :

١- الاعتماد على سلسلة كتاب عمل بالنسبة للطفل .

وتسير التدريبات في هذه السلسلة حسب التسلسل التالي :

مقارنة بين مجموعتين ومقارنة الطول ← مفهوم العدد والعدد الآلي (الروتيني) ← التعرف على الأرقام والعدد ← كتابة الارقام والعدد

رفيما يلي بعض نماذج لتمارين كتب الطفل بحيث يجيب الطفل على الاسئلة شفوياً أو بوضع دائرة أو بوضع أي علامة أو بكتابة الاجابة .



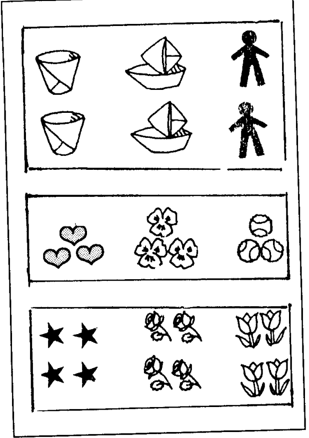
لاحظ أن التمارين من ١ – ٦ تتضمن مفهوم العدد ولكن بدون كتابة رموز الاعداد .
وبدءأ من التمرين ٧ تستخدم الرموز (الارقام) ويظهر الصفر في التمرين رقم ١٠
ويجب أن تعلم أن الأطفال الصغار تواجههم صعوبة في تعلم العدد (٠) ولهذا يجب
اعطاؤهم مزيدا من التمارين تحتوي صناديق أو أكوابا أو أوعية فارغة

طرق اخرى لتقديم العدد :

من الممكن استخدام اسلوبين لتقديم العدد أحدهما يعتمد على نفس العدد والثاني يستخدم فكرة أكثر بواحد :

١ – باستخدام فكرة نفس العدد انظر الى المجموعات التالية :

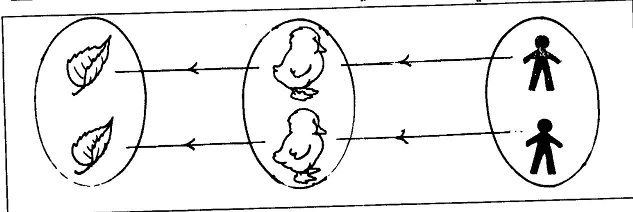
من الممكن أن يعرض المعلم مثل تلك الصور أو أشياء حقيقية (وهذا أفضل)



ويطلب من الأطفال تصنيف تلك المجموعات

ويوضح لهم أن أحد تصنيفات هذه المجموعات هو استخدام فكرة نفس العدد

ويوضح الشكل التالي أحد تلك التصنيفات .



وأيضا مجموعات من ثلاثة عناصر ومن خمسة عناصر هكذا .

ولوصف التصنيفات والتمييز بينها ندخل كلمة العدد . أي أننا نقول أن كل المجموعات لها نفس عدد عناصر مجموعة الأطفال في الشكل السابق .

وبنفس الطريقة نعرض على الأطفال مجموعات اخرى لها نفس عدد العناصر ولكنها تختلف عن مجموعة الأطفال .

وللتمييز بين الأعداد نقدم أسماء الاعداد ففي المجموعة الأولى (الأطفال) اسم العدد اثنين وفى المجموعة الثانية في الشكل السابق (الأقلام) اسم العدد اربعة وفي المجموعة الثالثة ثلاثة وهكذا .

٢- العلاقة اكثر بواحد :

يبدأ المعلم بعرض بعض الصور التي تمثل مجموعات بكل منها عنصر واحد مثل المبينة بالشكل ثم يعطي هذة المجموعة والمجموعات الشبيهة العدد واحد ثم يسأل اسئلة مثل : كم رأسا لكل تلميذ ؟ . كم رقبة لكل تلميذ؟ . ويركز على العدد واحد.

ثم يضيف المعلم عنصرا آخر الى المجموعة كما في الشكل الأوسط ثم تعطي المجموعة الجديدة وكل مجموعة تحتوي نفس عدد العناصر اسم العدد اثنان .

ثم يثبت المعلم اسم العدد بأسئلة مثل :

كم يداً لكل تلميذ ؟ كم رجلاً لكل تلميذ ؟ ويركز على العدد اثنين وعندما نضيف عنصراً آخر للمجموعة كما موضح نعطى المجموعة الجديدة اسم العدد ثلاثة .

وبنفس الاسلوب يمكننا اعطاء اسم العدد لكل المجموعات التي نفكر فيها .

مراحل تقديم العدد :

يفضل معظم التربويين الرياضيين أن يقدم العدد على مراحل حيث يمكن البدء بالأعداد من ١- ٥ ثم الصفر ثم ٦ - ١٠ ويفضل بعض المدرسين البدء بالعدد ٢ بدلا من ١ لأن أشياء كثيرة في الحياة من حولنا تأتي في صورة أزواج (العينين - اليدين - الأحذية - الشرابات)



وسوف نقدم الأعداد في هذا الكتاب تبعاً للمراحل التالية .

أ- الأعداد حتى خمسة .

ب- الاعداد من ستة الى عشرة .

جـ- الاعداد من أحد عشر الى عشرين (يمكن تقديم القيمة المكانية في هذه المرحلة ولكنها ليست أساسية) .

د- الاعداد من واحد وعشرين حتى مائة (فهم القيمة المكانية مفيد جداً في هذه المرحلة).

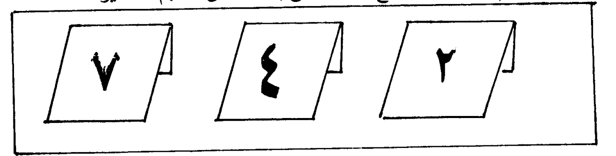
هـ- الاعداد أكبر من مائة (توسيع فكرة القيمة المكانية واستخدامها) .

ويجب أن تخطط لكل مرحلة أنشطة تستغرق فترة طويلة من الزمن . كما يجب أن يعطى الأطفال تدريبات عملية كثيرة ولكنها ليست صعبة وهذا مهم جدا عند تقديم الأفكار الاولية للقيمة المكانية .

الأدوات والمواد المطلوبة لتقديم الأعداد :

١- بطـــاقات رقميـــة **Number Cards**

وهذه البطاقات جاهزة من البلاستيك كما يمكن عملها من الكرتون ويحتاج المعلم لبطاقات ذات حجم كبير بينما يحتاج الأطفال الى بطاقات من الحجم الصغير .

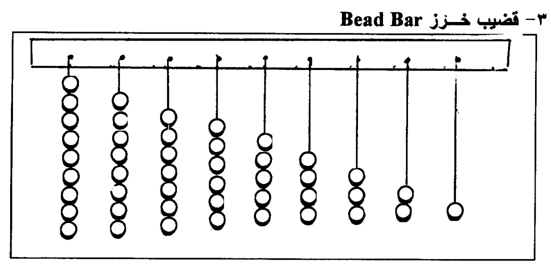


٢- منشار منحنيات رقمية **Number Jigsaws**

ويستخدم في عمل أشكال للأرقام تصنع من الابلاكاش (الخشب الرقيق) ومن الممكن عملها من الكرتـــون الســـميك . ويلون كل شـكل بلون مختلف ثم يقطع الى ثلاثـــة أو أربعة قطع .



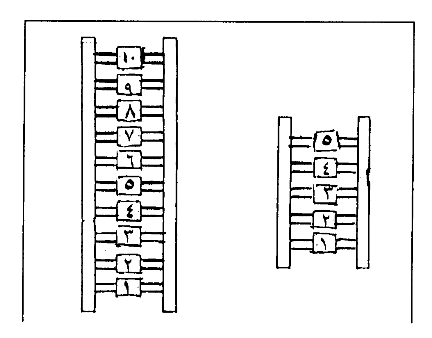
٣- قضيب خــرز Bead Bar



بعض قضبان الخرز يجب أن يصنـع مـن ١- ٥ وبعضهـا الآخـر مـن ١ - ١٠ ويمكن استخدام أنمطة أغطية زجاجات مياه غازية بعد ثقبها بدلا من الخرز .

٤- سلم الأعــداد

يوضح الشكل المقابــل ســلمين للأعداد ويجــب أن يوضعا فيمكــان بحيث يتمكن جميع الأطفال من رؤيتهما .



٥- شرائط العدد الملونة Coloured Number Strips

وهي شرائط مستطيلة الشكل متساوية العرض (حوالـي ٢ سـم) وتلـون بـألوان مختلفة ، وفي البداية نحتاج الى شرائط من ١ - ٥ وبعد ذلك نحتاج الى شرائط للأعـداد من ٦ - ١٠ .

ومن الضروري أن تتوفر هذه الشرائط مع كل طفل ويمكن حفظها في ملف بلاستيك .

									١
								٢	
							٣		
						٤			
					٥				
				٦					
			٧						
		٨							
	٩								
١٠									

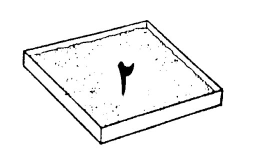
٦- لوح التدريبات الرقمية Practice Number Sheet

يزود كل طفل بلوح من الصفيـــح أو الورق على شكل مربع للأعـــداد من ١ - ٥ كما هو موضح بالشـــكل ويبين العمـــود الأول كيــف يكتب الرقم . والعمـــود الثاني لكي يكتب الطفل عليه . والأعمدة الباقية للتدريب على كتابة الأرقام .

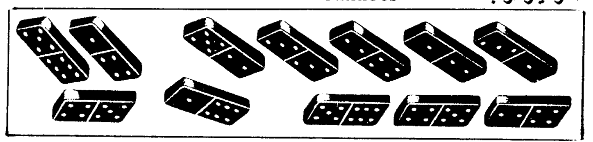
				١
				٢
				٣
				٤
				٥

٧- صينية الرمل Sand Tray

تساعد صينية الرمل الأطفال على تعلم رســم الارقام بصــــورة صحيحة . مع مـلاحظـة امكانية استخدام أي طبـــق آخـر . وبعد كل محاولة لكتابة العدد يعاد سطح الرمل أملسا مرة اخرى .



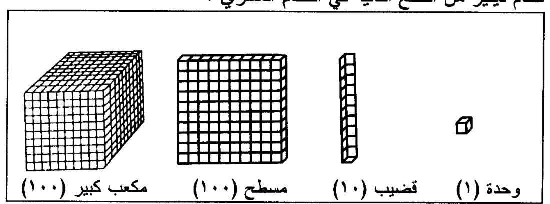
٨- **الدومينو أو بطاقات النقط Dominoes**



ومنها ما هو جاهز بمراكز الوسـائل التعليميـة والمكتبـات ويمكـن للمعلـم عملهـا مـن الورق المقوى .

٩- **قطـــع دينيـــز Dienes Blocks**

وهي قطع جاهزة في المكتبات ومراكز الوسائل التعليمية وهي مصممة لتمثيـل نظام الترقيم العشري ، وأنظمة ترقيم اخرى أساسـها أعـداد غـير العشـرة . ويتـألف نظام دينيز من القطع التالية في النظام العشري .



١٠- **المصـــاصـــات :**

وتربط كل عشر مصـــاصـــات معا لتكون حزمة برباط من المطـــاط ويترك بعضـــهامنفردا ولهـا أهمية كبيرة في توضيح القيـمة المكانية وتسـتخدم ايضا في الجمع والطرح .

١١- **العـــــدادات :**

تستعمل العدادات في الترقيم لتمثل عدد ما في نظـــام معين كالنظـــام الثنائي أو العشـــــري . كذلك تستعمل في عمليات الجمع والطرح والضـرب والقسمة وتمثيل الأعـــداد ذات الفاصلة ، وينتج منه تجـــارب ويمكن عمله حيث يتكون من قطعة خشبية وعدد من الأسلاك وبعض الخـــــرز الملون ويتوقف عدد الأســـلاك على الأعداد المراد تمثيلها من العشرات حتى مئات الالوف .

الاعـــداد حتى (٥)

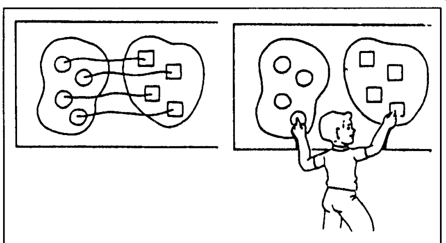
أنشـــطة :

١- يمارس الاطفال تدريبات عديدة على استخدام نفس العدد ، اقل من ، اكبر من .

فعلىسبيل المثـال ينظم المعلم مجموعـة من الكراســي ومجموعة من الاطـفال أمام الفصل كما بالشكل .ويسأل الاطفال هل عدد الكراسي هو نفس عدد الاطفال ؟ أم عدد الاطفال أكبر من عدد الكراسي أم أقل منه ؟ . ثم يجلس كل طفل على كرسي ويرى الاطفال من لا يجلس على كرسي حيث يوجد أطفال أكـثر مـن الكراسي .

ويكرر هذا النشاط عدة مرات مع مجموعات متنوعة من الأشياء .

٢- يرســم المعلــم عدة مجموعات متنوعـة مـن الأشـياء علـى السـبورة ويطلـب مـن الأطفال أن يزاوجوا (يرسموا سهما) بيـن المجموعـات المتسـاوية العدد كمـا بالشكل .



٣- يختـار الاطفـال مـن النشـاط السـابق المجموعـات التـى عـدد عناصرهـا اثنيـن مثـلا ويعطي المعلم اسم العدد اثنين لكل مجموعة تحتوي عنصرين فقط.

وبنفس الاسلوب اسم العدد ثلاثة – اربعة – خمسة . وأيضا واحد . ويمكـن أن يفيـد هذا النشاط في تقديم الصفر بعد ذلك حيث يمكن وضع اطار ليس بداخله شىء حيث يشير الى الصفر .

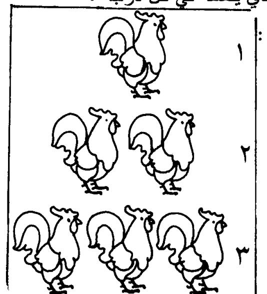
٤- تستخدم فكرة أكثر بواحد لبناء مجموعات ذات عناصر ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ فمثلا يستخدم طفل المكعبات الخاصة به ثم يضع واحدا منها على طاولته ويقول واحد ثم يضع مكعبا آخر ويقول اثنان بحيث يكون داخل اطار مقفل مع الأول وهكذا .

٥- يعمل الاطفال في أزواج ويعطيهم المعلم قضبان العد ثم يعدون عدد الخرز في كل قضيب ويختبر كل طفل نتائج زميله الآخر

٦ - يستخدم سلم الأعداد ذو الدرجات الخمس فيلمس طفل الدرجة السفلى ويقول واحد ثم يصعد السلم درجة درجة قائلا اسم العدد الذي يلمسه في كل درجة .

٧- يمكن تقديم الاعداد من ١ - ٥ بالتدريج هكذا :

أ- يناقش المعلم الاعداد واحد - اثنين - ثلاثة وذلك برسم مجموعات من الأشياء على السبورة واحدة ذات عنصر واحد واخرى ذات عنصرين وثالثة ذات ثلاثة عناصر ويكتب العدد المناظر أمام كل مجموعة كما بالشكل .



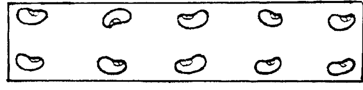
ب- يبين المعلم كيفية كتابة الاعداد ١ ، ٢ ، ٣ على السبورة ثم يتدرب الاطفال على كتابتها بعد ذلك .

ويمكن توسيع الأنشطة أ ، ب ، جـ لتشمل الاعداد ٤ ، ٥ .

١٥- يرسم المعلم خطاً بالطباشير على أرضية الفصل ثم يقف طفل على أحد نهايتي الخط ويطلب منه المعلم أن يتقدم خطوة على الخط ثم توضع علامة ١ ثم يتحرك الطفل خطوة اخرى في نفس الاتجاه وتوضع علامة ٢ ويمشي حتى العدد ٥ ثم يرجع الطفل خطوة خطوة حتى نقطة البداية ثم يقوم طفل آخر بتكرار النشاط وهكذا.

وهذا نشاط مهم لأنه يعتبر تمهيداً لفهم واستخدام خط الاعداد .

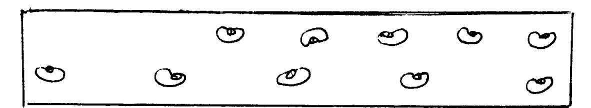
١٦- يضع المعلم مجموعتين متساويتن من أي شيء وليكونا من الحبوب على المنضدة



ويسأل طفلا ليعد كل مجموعة (مثلا) ثم يسأل المعلم أسئلة مثل

أ - هل عدد الحبوب في المجموعة الأولى يساوي عدد الحبوب في المجموعة الثانية ؟
ب- هل عدد الحبوب في المجموعة الأولى أكبر من عدد الحبوب في المجموعة الثانية؟

سيوافق الأطفال على أن كلتا المجموعتين لهما نفس عدد العناصر ثم يحرك المعلم الحبوب في المجموعة الثانية كما هو مبين بالشكل .



ثم يكرر نفس السؤالين السابقين .

وعندئذ يعتقد بعض الاطفال أن عدد الحبوب في المجموعة الثانية أكبر من عدد الحبوب في المجموعة الأولى فيحرك الحبوب الى الوضع الأصلي ثم يكرر نفس السؤالين السابقين .

سيأخذ بعض الاطفال وقتاً حتى يتحققوا من أن التغيير من وضع و(ترتيب) العناصر داخل المجموعة لا يغير من عددها .

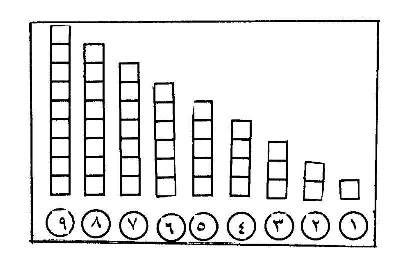
يستخدم المعلم شرائط العدد الملونة حيث يعطي كل طفل شرائط للأعداد من ١- ٥ ويستخدم الطفل شرائط العدد ١ ليكون شريط ٣ ثم يكرر النشاط مع شرائط ٢ ، ٤ ، ٥ .

يعطى الاطفال مجموعات من الخرز معلقة في خيط ويكتب الاطفال اسفل كل واحدة عدد العناصر أو يقولها .

الأعداد من ستة حتى تسعة :

عندما يتمكن الاطفال من استخدام الأعداد من ١ - ٥ ويفهمون فكرة الصفر فيمكن تقديم الأنشطة الخاصة بالاعداد من ٦ - ٩ ويمكن توسيع بعض الانشطة التى استخدمت على الاعداد من ١ - ٥ لتشمل الأعداد من ٦ - ٩ .

ثم يقوم الأطفال بعمل أنماط لتمثيل الآعداد من ١ - ٩ سواء بالمكعبات هكذا كما بالشكل التالى أو بالنقط .



العــدد عشـــرة :

يمثل العدد ١٠ بداية فكرة القيمة المكانية وهو يمثل صعوبــة الـى حد مـا لمعظـم الأطفال وان كانوا يألفونه من خلال العملة سواء الورقية أو المعدنية .

ومن المفيد أن يتعود الطفل قراءة ١٠ في البداية على أنها صفر – واحد لتعني مجموعة من عشرة وعدم وجود آحاد .

الأعداد من ١١ حتى ٢٠

تمثل هذه الأعداد الأفكار الأولية للقيمة المكانية ويجب التدرج في تدريسـها حتـى نبني الأساسيات التى تلزم لمواصلة دراسة الرياضيات مستقبلا لدى الطفل .

وتفيد الأنشطة التالية في تقديم الأعداد من ١١ – ٢٠ .

١– يأخذ المعلم عددا من العملات الورقية فئة (١ جنيه) ثم يطلـب مـن الأطفـال عدهـا حتى ١٠ ثم يضعها المعلـم داخـل علبـة صغيرة ورقيـة ثـم يـأخذ طفـل جنيهاً آخـر ويضعة داخل العلبة ويكتب عليها من الخارج ١١ .

ثم يبدأ المعلم مرة ثانية مع صندوق فارغ آخر ويكرر النشاط ولكـن فـي هـذه المـرة يضع اثنين على قمة الصندوق ثم يقدم الكلمة اثنا عشر (١٢) ثم يحرك الاثنين من على الصندوق ويضعهما داخله ويكتب ١٢ عليه .

ثم يستمر المعلم بنفس الاسلوب (مسنخدما أعواد كبريت) أكثر في كـل مـرة حتـى يمكنه تقديم الأعداد ثلاثة عشر (عشر وثلاثـة)، أربعـة عشـر (عشـر وأربعـة) ، خمسة عشر (عشرة وخمسة)

٢– يستخدم الأطفال حبوبا أو مكعبات دينيز أو أغطية زجاجات مياه غازية ليبنوا ١٠ ثم يضعون واحدا آخر ليكونوا ١١ ويكتبـوا ١١ كعـدد عنـاصر المجموعـة ثـم يضيـف الأطفال عوداً أو مكعباً ليكونوا ١٢ ......وهكذا .

٣- بدلا من وضع عشرة أشياء في الصندوق أو تكوين حزمة من عشرة للبدء في النشاط فيمكن استخدام أشياء اخرى مثل مصاصات مياه غازية أو عصي تجمع مع بعضها برباط مطاط ليكونوا حزمة من عشرة . ١٠
ثم يضيف الأطفال مصاصة (عوداً) ليحصلوا على ١١ . ثم يستمروا بهذه الطريقة ليحصلوا على:١١

١٠ ١١ ١٢ ١٣ ١٤

٤- يعمل الأطفال في أزواج : يفرد الأول أصابع يده ليبين العدد ١٠ ثم يضع الثاني أصبع واحد بجانب زميله ليكون ١١ ثم بعد ذلك يضع اصبعين ليكون ١٢ كما هو مبين بالشكل التالي .

١٠ ١١
١٢

٥- تقف مجموعة من الأطفال (من ١٠ - ١٥) أمام زملائهم في الفصل ثم يقوم طفل بعدهم ثم يكتب العدد وليكن ١٣ .

ثم يعاد تنظيمهم كما بالشكل التالي ويقوم زميلهم بالقول عشرة وثلاثة .

٦- يستخدم الأطفال شرائط العد الملونة الخاصة بهم ويعملون في أزواج . يصنع الأطفال شريطاً من فئة ١٠ ثم يضعون أسفله شريطاً فئة ١ ثم يضيفون شرائط فئة ١ بجانب بعضها فيرون أن أحد عشر شريطاً فئة ١ يتكون من شريط ١٠ وشريط ١ وباضافة شريط ١ كل مرة على كل صف نجد أن اثنى عشر شريطاً ١ يتكون من شريط ١٠ وشريط ٢ وهكذا .

ومن الممكن أن يرى الأطفال ثلاث عشرة بثلاث طرق كما يلي .

ومن الممكن أيضا أن يبينوا ١٢ ، ١٤ ، ١٥ بهذه الطرق الثلاث .

٧- يطلب المعلم من الأطفال أن يستخدموا مكعباتهم في بناء أبراج سكنية حيث يطلب من كل طفل أن يبنى برجين بحيث يعلو أحدهما عن الآخر بدورين (كما بالشكل)

ويذكر الطفل كم مكعباً استخدام في بناء البرج الأعلى وكم مكعبا استخدم في بناء البرج الاسفل.

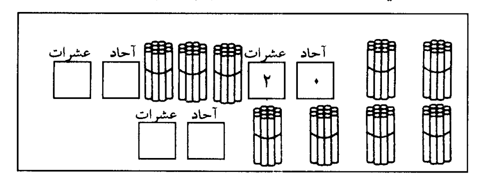
الأعداد من ٢٠ حتى ٩٩

وفي هذه المرحلة تتوسع فكرة القيمة المكانية ويجب على المعلم أن يستخدم الوسائل والأدوات الحسية كالمكعبات والعداد وأوراق العملة في هذه المرحلة والتي تم ذكرها سابقاً . ومن الممكن أن يبدأ بعد العشرات ١٠ ، ٢٠ ، ٣٠ ....الخ ثم يلي هذه الخطوة تعليم العد بالآحاد والعشرات ٢١ ، ٢٢ ، ٢٣ ، ....الخ ٣١ ، ٣٢ ، ٣٣ .... الخ

أنشـــطـــة :

١- يوزع المعلم المصاصـات على الأطفال بحيث يكون مع الأول ١٠ مصاصات ، والثاني ٢٠ ، والثالث ٣٠ وهكذا ثم يطلب منهم تجميعها بالعشرات ويسأل كل طفل كم عدد المصاصات التي معك ؟

قد يقول أحدهم معي حزمتان كل حزمة عشرة فيكتب المعلم (٢٠) ويلفظها عشرين وآخر معي ٣ عشرات فيكتب المعلم (٣٠) ويلفظها ثلاثين وهكذا .



٢- يعرض المعلم الحزمة على الأطفال ويقول لهم أن كل حزمة تحتوي على ١٠ مصاصات ويطلب من أحدهم أن يفك احداها للتأكد من عدد عناصرها ثم يرفع المعلم حزمة واحدة ويسأل عن عدد عناصرها ثم يرفع حزمتين ويسأل عن عدد عناصر هما وعندما يسمع الجواب (عشرتان) يقول عشرون ويكرر العملية نفسها حتى ٩ عشرات أو تسعين .

٣- يوزع المعلم على الأطفال حزماً (كل منها ١٠ مصاصات) ومصاصات مفردة على ألا يزيد عدد العناصر مع كل طفل عن ٩٩ عنصراً . ثم يسأل كل طفل : كم مصاصة لديك ؟ (كم عشرة وكم مصاصة مفردة) فيجيب أحدهم مثلا لدي أربعة مصاصات وثلاثة عشرات (أربع وثلاثون) ثم يرسم المعلم الرسم المقابل ويطلب من التلاميذ قراءته وكتابته .

٤- يكرر المعلم النشاط السابق مستخدما أعداداً مختلفة في المدى من ٢١ حتى ٩٩

٥- يكتب المعلم على السبورة بعض الأعداد ويطلب من الأطفال تمثيلها على العداد

٦- يمثل المعلم بعض الاعداد على العداد ويطلب من بعض الأطفال قراءتها ، مثلا ٦٤ = ٤ آحاد ، ٦ عشرات ٤ ، ٦٠ . أي أربعة وستون

ويكتب أحد الأطفال هذه الأعداد ضمن جدول الآحاد والعشرات .

آحاد	عشرات
٤	٦

ويكرر هذا النشاط مع أعداد كثيرة من ١١ حتى

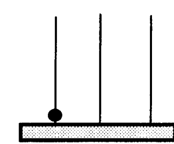
٧- يطلب المعلم من الأطفال تمثيل عدد ما (٥٠ مثلاً) على العداد وقراءته ثم يطلب اضافة واحد الى العدد وقراءته ثم واحد حتى ٥٩ .

ويكرر المعلم ذلك مع أعداد أخرى حتى يفهموا تتابع الأعداد وتسلسلها .

الأعــداد من مائة فأكثــر

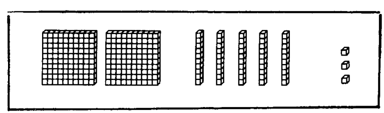
أنشــطــة

١- يعرض المعلم على الأطفال عداداً ويضع في خانة المئات حلقة واحدة ويطلب من الأطفال كتابة العدد المناسب ثم يزيد الحلقات بالتدريج حتى تصبح تسعاً ويطلب في كل مرة من أحد الأطفال أن يكتب العدد المناسب .



٢- يطلب المعلم من أحد الأطفال تمثيل العـــدد ٢٦٥ على العداد ويطلب من آخر تمثيل ٥٣٢ . وهــكذا حتى يتأكد المعلم من تمكن الأطفال من تمثيل العدد على العداد وقراءته وكتابته .

٣- يعرض المعلم على الأطفال قطع دينيز تمثل الواحدة منها مائة وقطعاً تمثل الواحدة منها عشرة وقطعاً تمثل الواحدة منها آحاداً هكذا .



ويوضح لهم أن هذه الأعداد امتداد لما تم دراسته سابقاً في حالـة الآحـاد والعشـرات وبرسم لهم جدول القيم المكانية على السبورة ويطلب من أحدهم تمثيل العدد الذي يمثل القطع وكتابته في الجدول

ويطلب من طفل أخر قـــراءته مائتان وثـــلاث وخمسون ويكرر المعلم هـــذا النشـاط مع أعداد أخرى متنوعة .

آحاد	عشرات	مئات
٣	٥	٢

٤- يطلب المعلم من الاطفال تمثيل اعداد تتضمـن الصـفر كحافظ للخانة مثل ٢٠٩ ، ٣٠٤ ، ٧٢٠ ، ٦٠٧ وهكذا .

٥- يعرض المعلم على الأطفال لوحة الجيوب ويطلب منهم تمثيل أعداد عليها أو يمثيل أعداد ويطلب منهم كتابتها .

٦- يقوم الأطفال بتنفيذ أنشطة امتداد للأنشطة السابقة تتضمن الآلاف وعشرات ومئات الآلاف باستخدام العداد ولوحة الجيوب وقطع دينيز .

تعليق ومتابعة

يكتسب الطفل خبراته الأولى بالأعداد حين ينطق بالأرقام ١ ، ٢ ، ٣ ، ……… بصوت ايقاعي كأنه ينشد مقطوعة من نشيد وهو يفعل ذلك دون أن يحس بمعنى لهذه الأعداد أو يكون معناها محدوداً ضيقاً ويمكن أن نطلق على تكرار أسماء الأعداد دون ربطها بمعناها العد الآلي أو العد الروتيني Rote Counting ، ويجب على المعلم الا يشجع الأطفال على الاستمرار في طريقة العد الآلي بل عليه أن يبدأ معهم في تعلم الأعداد بطريقة تقوم على العد العقلي أو العد المنطقى Rational Counting .

وينبغي أن يتم تعليم الطفل العد العقلي باستخدام الأسياء ذاتها كالأقلام وأنواع الفاكهة والحبوب وما الى ذلك ثم بعد ذلك باستخدام صور لهذه الأشياء ثم نتدرج الى استخدام الأشياء شبه الحسوسة التي تتمثل في النقط والعلامات والمربعات الصغيرة والدوائر ….. الى أن نصل في النهاية الى استخدام الأعداد المجردة ويجب تقديم الاعداد كجزء من متكامل مع الحياة .

ويجب أن يتم تدريس الأعداد على مراحل كما بيننا سابقاً ويرى البعض تقديم العد الروتيني ١ ، ٢ ، ٣ ، …………. ثم ١٠ ، ٢٠ ، ٣٠ ، لأن الطفل يسهل عليه عدهم ثم تبدأ مرحلة استخدام القيمة المكانية .

وإنه لمن المهم أن يكون لدى الأطفال فهما عميقا للقيمة المكانية لأن كثيراً من الاجراءات الحسابية تعتمد عليها كما أن معظم الأخطاء الشائعة والصعوبات التي تواجه الأطفال في العمليات الأساسية (الجمع والطرح والضرب والقسمة) وأيضاً العمليات على الكسور العشرية يمكن ارجاع اسبابها الى القيمة المكانية ولذلك يجب علينا باعتبارنا معلمين أن نبذل ما في وسعنا لكي يتمكن الأطفال من القيمة المكانية ومن الاقتراحات المفيدة في هذا السياق ما يلي :

١- تزيد الأطفال بأنشطة عملية عديدة تساعدهم في بناء الأفكار السليمة للقيمة المكانية .

٢- عدم تقديم تسجيل حسابات مركبة أو معقدة قبل أن يكون الطفل مستعداً لها ، واذا حدث ذلك فسيكون الأطفال مثل الببغاء أي يؤدون بدون فهم حقيقى.

٣- النظر بعناية شديدة الى الكلمات والعبارات التي نستخدمها عندما تأتي القيمة المكانية الى الحسابات .

٤- استخدام أساسيات متنوعة (غير النظام العشري) مثل النظام الثلاثي والخماسي والثماني والثنائي قبل استخدام النظام العشري والتركيز عليه أو حتى استخدام الأساسيات التي تختلف عن عشرة كنشاط اثرائي في الصفوف العليا لأن أحد عيوب الاقتصار على النظام العشري فقط هو أنه ليس من السهل على المعلم أن يقرر ما إذا كان الطفل قد فهم الأفكار التي وراء القيمة المكانية فهماً حقيقياً أم لا.

والتنوع في أنشطة تعتمد على أساسيات أخرى غير العشرة يساعد على فهم القيمة المكانية في النظام العشري .

ولا توجد ضرورة ملحة لاستخدام لغة الأساسيات في هذه الأنشطة . وهناك جدل حول استخدام أساسيات تختلف عن العشرة في تقديم القيمة المكانية للأطفال .

وأحد دوافع تضمين استخدام أساسيات تختلف عن العشرة في المنهج المدرسي للرياضيات هو أن النظام الثنائى والنظام الثمانى يستخدمان في الكمبيوتر .

والدافع الثاني هو اثراء وتعزيز فهم الأطفال للقيمة المكانية واستخدامها في الحساب.

والاتجاهات العاصرة تتمثل في تزويد الأطفال بخبرات عن الأنظمة المتعددة في السنوات الأولى لعدة أسباب منها :

١- تزويد الأطفال بألعاب مسلية للتدريب على حقائق الجمع .

٢- بناء العلاقة بين القيم المكانية في الخانة .

٣- زيادة مقدرة الأطفال على التحويل من أساس الى آخر .

٤- تزويد الأطفال بصورة عقلية لعمليات التغيير (الحمل - التفكيك أو ما يسمى إعادة التسمية).

٥- تعليم الأطفال كيفية قراءة وكتابة الأرقام للأساس خمسة وغيره (يختلف عن العشرة).

٦- اكساب الأطفال خبرة في التجميع .

٧- بناء معنى مقروء ومكتوب لأعداد مكونة من رقمين أو ثلاثة .

٨- تعليم الأطفال كيفية الجمع في الأساس خمسة وغيره (يختلف عن العشرة) .

ويجب أن نعرف أن بعض الرموز مثل (٣١٢ₒ) وبعض العمليات الحسابية مثل (٣١٢ – ١٤٢ₒ) بأساسات تختلف عن عشرة نادراً ما تدرس في الصفوف الأولى ولكن قد تقدم كأنشطة اثرائية للأطفال في الصفوف العليا .

وغالبا ما يجد الأطفال المتعة في العمل مع أنظمة جديدة من الأعداد .

وفيما يلي بعض الأنشطة التي تستخدم أساسات تختلف عن العشرة لتقديم القيمة المكانية.

أنشطة :

بالنسبة لكل نشاط يجب أن يعمل الأطفال في أزواج أو على انفراد أو في مجموعات صغيرة حسب كمية الأدوات والأجهزة المتاحة .

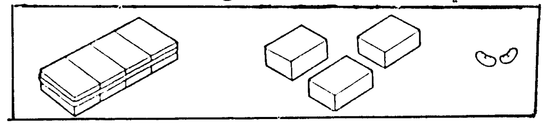
١- يحتاج كل طفل في هذا النشاط الى :

أ- مجموعة من علب الكبريت الفارغة .

ب- أربطة مطاط أو قطع من الخيط .

حـ- مجموعة من حبوب اللوبيا أو الفاصوليا أو الفول أو أي أشياء لها نفس الحجم تقريباً . أي يجب أن تكون صغيرة بدرجة كافية حتى يمكن وضعها في علبة الكبريت.

يبدأ الطفل بكومة من الحبوب من (عشرين الى ثلاثين تقريباً) ويضع عدداً متساوياً (وليكن أربعاً) في علب الكبريت حتى يستخدم عديداً من الأربعات قدر الامكان وأي حبوب تبقى يتركها على درجة ولا يضعها في علب كبريت ثم ينظم الطفل علب الكبريت الملأى في حزم كل حزمة أربعة ويضع حول كل حزمة رباط من المطاط وفيما يلي مثال لما سوف يجده الطفل على منضدته .



ثم يقول لدي حزمة واحدة . وثلاثة صناديق واثنتان من الحبوب ثم يسجل النشاط وهذا التسجيل ضروري وجزء مهم جداً من النشاط وبدونه يفقد النشاط كثيراً من قيمته

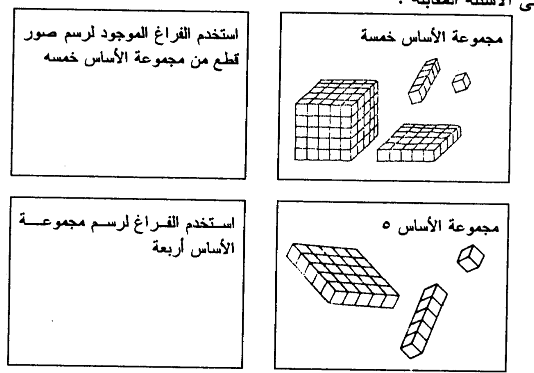
ويتم التسجيل بطريقتين :

عدد الحبوب فى الصندوق الواحد	حبوب	صناديق	حزم
٣	٢	٠	٢
٤	٠	١	١

وإنه لمن المهم أن يأخذ الأطفال في اعتبارهم العمود الفارغ عندما يصيغـون النتـائج في كلمات من عندهم . فمثلاً عنـد تنظيم عشـرين حبـة فـي ثلاثـات يجـب أن يقـول الأطفال : لدينا رزمتان ولا يوجد صناديق وحبتان .

ان استخدام الصفر يجعـل تسـجيل الأعـداد عمليـة ممكنـة اذا لـم نضعهـا فـي أعمـدة رأسية باستخدام القيمة المكانية (أي أن تسع مئات وخمسة آحـاد تمثـل ٩٠٥ وليـس ٩٥) .

٣- يعرض المعلم على الأطفال الأشكال التاليــة والمكونـة مـن قطـع دينـيز وان لـم تكـن متوفرة فيمكن عملها من الورق المقوى أو الكرتون . ويطلـب مـن الأطفـال الإجابـة على الأسئلة المقابلة .



٤- يرسم المعلم على السبورة جدولاً كالمبين ويطلب من الأطفال أن ينقلوه في دفـاترهم ثم يطلب منهم مايلي :

أ- إما برسم بسيط ب- بإستخدام أعمدة كما يلي :
ويجب مناقشة النتائج مناقشة تامة . وعلى سبيل المثـال يجبـأن تسـأل اسـئلة مثـل الاسئلة التالية :

حبوب	صناديق	حزم
٢	٣	١

أ- ما عدد الحبات التي توجد في الصندوق (علبة الكبريت) ؟
ب- كم صندوقاً يكون (حزمة) ؟
جـ- كم حبة توجد معاً في الحزمة ؟
د- ما عدد الحبوب التي توجد في صندوقين كبريت ؟
هـ- كم عدد الحبوب التى توجد معى اذا كان لدي صندوقان وثلاثة حبات ؟
و- اذا كان لدي الحبوب المبينة سابقاً ولدي حبة زيادة عنها كيف أبين من خلال الأعمدة عدد الحبوب التى معى ؟
ز- لدي الحبوب المبينـة سـابقاً وحبتـان آخرتـان . كيـف أبيـن باسـتخدام الأعمـدة عـدد الحبوب التي معي كلها ؟

٢- يجب تكرار النشاط بحيث نبدأ بنفس عـدد الحبوب ولكن بوضـع عـدد مختلـف فـي صندوق الكبريت (ويؤدي ذلك الى عدد مختلف من الصناديق في الحزمة) .

ويجب الاهتمام والأخذ في الاعتبار أن عـدد الحـزم لا يستلزم عمـوداً آخـر (فعلـى سبيل المثال اذا وضعنا ثلاث حبات في الصنـدوق فيـؤدي ذلـك الـى أربـع حـزم ثـم يجب تجميع ثلاث من هذه الحزم لتكون مجموعة أكبر ثابتـة . ويفضـل تجنـب ذلـك في المراحل الأولى ، ومن الممكن تقديمه بعد ذلك . اثنـان وعشـرون مـن الحبـوب تكون عدداً مناسباً كما هو مبين في الجدول التالي :

عدد الحبوب فى الصندوق الواحد	حبوب	صناديق	حزم
٣	١	١	٢
٤	٢	١	١
٥	٢	٤	
٦	٤	٣	

ويفضل في هذه المرحلة وضـع حبتين فقط فـي الصنـدوق لأننـا حينئـذ نحتـاج الـى أربعة أعمدة فقط لكل ثمان حبات .

وقد يكون عشرون حبة عدداً مناسباً لتقديم الصفر كما هو مبين في الجدول التالي:

١- امـــلأ الجـدول .

٢- هل ترى أية أنماط .

٣- حـــاول وصفها .

	أساس أربعة	أساس خمسة	أساس ثمانية	أساس عشرة
عدد الوحدات التي نحتاجها لصنع قضيب				
عدد الوحدات التي نحتاجها لصنع مسطح				
عدد الوحدات التي نحتاجها لصنع بلوك				

٥- يوفر المعلم للأطفال قطعاً من مجموعةالأساس أربعـة . ثم يطلب من الأطـفال الاجابة على السؤال التالي :

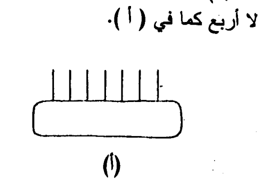
إذا كان لدينا ٢٦ وحدة وأردنا استبدالهم بقضبان ومسطحات فما الاحتمالات الممكنة . أحد الاحتمالات الممكنة هي : النتيجة هي ١ مسطح ، ١ قضيب ، ٦ وحدات . ثم يطلب منهم تكملـة الجـدول ومـن الممكـن أن يســألهم الاسئلة التاليـة أيضاً باسـتخدام ١١ قطعـة كيف يمكنـك تمثيـل ٢٦ ؟ و كيـف يمكـن كتابـة ٢٦ فـي الأســاس أربعة؟

أساس أربعة		
□	(قضيب)	(مسطح)
٦	١	١
	٦	
	٢	

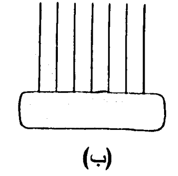
٦- يتطلب هذا النشاط الأجهزة والأدوات التالية :

أ- كمية كافية من الخرز .

ب- قطعـة مـن الصلصـال (أو لدائنيـه وهـي مـادة تشـبه الطيـن تسـتعمل لتعليـم الصغـار صنـع الأشـكال المختلفـة) يوضـع بهـا قطـع مـن السـلك (أو أي مــادة مناسبة) . وكل قطعة من السلك يجب أن تكون طويلة بحيث تكفي ثلاث خرزات لا أربع كما في (أ).



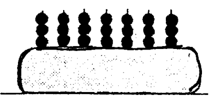
(أ)



(ب)

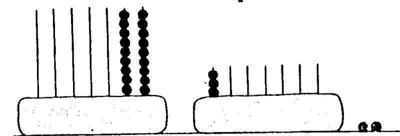
جـ- كمية أخرى من الصلصال مع أسلاك مثل (ب) ولكن كـل قطعـة سـلك تكفـى تسع خرزات لا عشر .

يستخدم الطفل سلك الثلاث خرزات أولاً حيث يملأ الأسلاك بالخرز قدر الإمكان (تأكد من أن كل سلك تام الملىء ، وأي خرز زائد يجب تركه على الدرج ولا يوضع على سلك .



ثم يستخدم الطفل الخرز التي على السلوك الثلاثية في ملـىء السـلوك التسـاعية قدر إمكانه وتأكد مرة ثانية أن كل السلوك التساعية المستخدمة مملوءة بالكامل.

إذا بدأ الطفل بـ ٢٣ خرزة فانه سينتهي بـ .



يقول الطفل على سبيل المثال : لقد مـلأت سلكين طويلين وسلك قصير وتبقى معي خرزتان على المنضدة . أو قد يقول لدي تسعتان وواحد ثلاثة واثنان آحاد

ملاحظة : لا تستخدم أكثر من ٢٦ خرزة مع هذه الأدوات .

ثم يشرع الطفل في تسجيل

النشاط عن طريق :

أ- رسم بسيط كما في الرسم السابق .

ب- باستخدام الأعمدة هكذا :

تسعات	ثلاثات	آحاد
٢	١	٢

تمدنا نتيجة كالمبينة بفرصة جيدة لمناقشة ما تمثله كل اثنين . فعندما يفهم الطفل أن الاثنين التي على اليسار تمثل تسعتين والاثنين التي على اليمين اثنين آحاد فانه يكون قد بدأ يفهم القيمة المكانية .

٧- في الأنشطة التي وصفت يجب أن يكون للأطفال القدرة على رؤية كل الأشياء كما نظمت (أي في ترتيبها التي وضعت به) . لا يبدلون أو لا يضعون رقماً مكان آخر أو مكان شيء جديد . فمثلاً العدد ١٣ يمثل على العداد بخرزة واحدة في سلك العشرات وثلاث خرزات في سلك الآحاد كما هو مبين بالشكل المقابل .

هذا بالطبع تمثيل حقيقي ولكنه خطوة كبيرة بالنسبة للأطفال ، وخاصة عندما تكون خرزة واحدة في العشرات وخرزة واحدة في الآحاد فيرتبك الأطفال بسرعة. ولتجنب ذلك نحتاج الى جسر لنربط بين الأنشطة الأولية واستخدام العداد. أحد طرق بناء هذا الجسر هو استخدام شرائط العدد الملونة الموصوفة سابقاً .

يعمل الأطفال في أزواج بحيث يكون معهم عشرين شريط فئة ١ (وبعد ذلك يمكن تزويدهم بشرائط فئة ١ . ويزود طفل بمجموعة من شرائط ١ . وليكونوا (١٣ مثلاً) ويزود زميله بمجموعة من شرائط ٥ .

ثم يغطون شرائط ٥ بشرائط ١ حتى التأكد من أنهم فهموا أن شرايط ٥ يكافيء خمسة شرائط ١ ويطلب من الطفل الذي معه شرائط ١ تغييرها بما لديه من شرائط فئة ٥ قدر الامكان ، حيث يعد خمسة شرائط ١ ثم يعطيهم لزميله لتغييرها بشريط واحد ٥ ثم يعد خمسة شرائط فئة ١ ويغيرها مرة ثانية بشريط واحد فئة ٥ فيبقى ثلاثة شرائط ١ ولكن زميله لا يبدلهم له بشريط ٥ . ثم يقول الطفل الأول لدي شريطان ٥ وثلاثة شرائط ١ ويسجل العدد باستخدام الأعمدة الرأسية كما يلي :

شرائط ١	شرائط ٥
٣	٢

يتضمن هذا النشاط فائدة وهي أن شريط ٥ له ولهذا يجد الطفل أن التغيير والتسجيل على نفس المسار يجب تكرار النشاط عدة مرات باستخدام أعداد مختلفة من شريط ١ (ولكن ليس أكبر من ٢٤) . ويمكن أن تتنوع الشرائط التي يبدلونها (مع اعتبار أن التغيير الثاني ليس ضرورياً) وعندما يفهم الأطفال فكرة الأعمدة الرأسية واستخدامها فيجب تقديم فكرة العشرات وفيما يلي أنشطة مفيدة ومتنوعة .

٨- يمتد استخدام شرائط العدد الملونة الموصوفة في نشاط ٧ لتشمل الشريط ١٠ . عدد الشرائط فئة ١ يجب ألا يزيد عن ١٩ في أول الأمر . وبعد ذلك يمكن استخدام من ٢٠ - ٢٣ لكل مجموعة من شرائط ١ يستخدم الأطفال أعمدة رأسية لتسجيل

شرائط ١	شرائط ١٠
٥	١
٣	٢

تغيير كل عشرة شرائط ١ بشريط واحد فئة ١٠ . فمثلاً .

أسماء العدد لكل مجموعة من شرائط ١ تربط الآن بالتسجيلات السابقة. أسماء الأعداد من احدى عشر حتى تسعة عشر تحتاج الى شرح ومناقشة بعناية كبيرة . وأسماء الأعداد من عشرين تندفع الى الأمام في نمط دوري حيث يجب التدريب على هجاء وكتابة أسماء الأعداد عند تقديمها مباشرة وتستمر الأنشطة التي وصفت سلفاً .

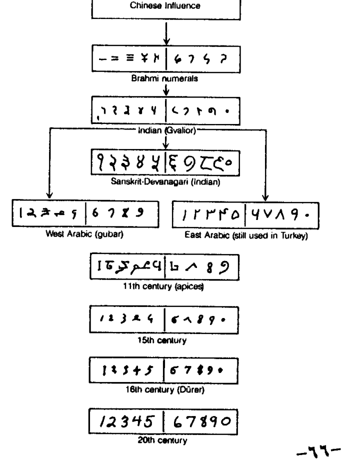
معلومات اضافيـــة :

لمحة تاريخية عن العد والأعداد :

لم يعرف الانسان القديم الأعداد لكي يستعملها في حياته اليومية . ولكنه اهتدى الى طرق يعد بها بعض الأشياء . فالراعي مثلاً كان يحاول أن يعرف ما اذا كانت جميع الغنم في قطيعه تعود ليلاً . فكان يضع أمامه كومة من الحصى وعند خروج قطيعه ، كان يضع في كيسه حصاة لكل شاة تخرج . وفي المساء كان يخرج حصاة لكل شاة يدخل الى الحظيرة فإذا لم يبق في الكيس أي حصاة علم أن جميع الغنم قد عادت . أما إذا بقي في كيسه بعض الحصى فمعنى ذلك أن بعض الغنم لم تعد .

ولذلك تعد مغرفة الأرقام والتعامل معها خطوة عظيمة على طريق التقدم ولا شك أنه لا يمكن لأي حضارة أن تتقدم دون علم الأعداد .

ونظام الأعداد الحالي يسمى النظام الهندي العربي وذلك لأن نسبه Ancestry الهند وأعلن اكشافه من قبل العرب .



ويذكر بعض المؤرخين أنه توجد بعض الأدلة على أن نظـام الأعـداد الحـالي لـه أصل في الصين حوالي ١٤٠٠ ق .م أي منذ ٣٤ قرناً . وتوضح شجرة العائلة للأعداد التي تم وصفها أكثر الاعتقادات شيوعاً حول تاريخ نظامنا العددي .

ولقد وفق الله تبارك وتعالى علماء الأمة الاسلامية والعربية في تطوير نظامين لكتابة الأرقام : النظام الأول ويسمى بالأرقام الغبارية وهذا الاسم جاء بسبب كتابتها على لوحة أو منضدة من الرمل عند اجراء العمليات الحسابية وهي الأرقام المنتشرة في المغرب العربي بما في ذلك الأندلس ومنها دخلت الى أوروبا وسميت بالارقام العربية . والنظام الثاني : الأرقام الهندية (١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ....) وهي التي يستعملها عرب المشرق بما في ذلك تركيا .(٥)

الترقيم المصري القديم :

لكتابة العدد واحد عمد المصريون القدماء الى الرسم أو الرمز ١ ولكتابة اثنين عمدوا الى تكرار الرمز ١ . ومن ثم كلما احتاجوا لتمثيل عدد كرروا الرمز مثلاً ١١١١ ١١١ ولكنهم عندما وصلوا الى العشرة استبدلوا الخطوط العشرة بقوس . وبوصولهم الى المائة استبدلوا الأقواس العشر بالحبل الملفوف ومن ثم استبدلوا الحبال العشرة بزهرة اللوتس لترمز الى العدد ١٠٠٠ .

والنظام المصري القديم نظام عشري ولكنه ليس موضوعياً ، ولذا لم يستعمل القدماء المصريين الصفر ولا عرفوه لعدم معرفتهم بالقيمة المكانية .

وصف الرمز	الترقيم المصرى	الترقيم العشرى
– جرة قلم	𓏺	١
– عظم الكعب	𓎆	١٠
– لفيفة من ورق البردى	𓍢	١٠٠
– زهرة اللوتس	𓆼	١٠٠٠
– أصبع منحنى	𓂭	١٠٠٠٠
– فرخ الضفدع	𓆐	١٠٠٠٠٠
– رجل مدهش	𓁨	١٠٠٠٠٠٠

ويمثل العدد بكتابة هذه الرموز فى صف وبأىترتيب ثم تجمع قيم الرموز

الترقيم البابلي :

وهو نظام قديم استخدمه البابليون منذ ٣٠٠٠ سنة قبل الميلاد وكتابة البابليين قد حفظت على الطين (الصلصال) والذي كان يحمص (يجف) بفعل الشمس أو بحرقه في الأفران Kilns وقد تشكلت الأرقام في النظام البابلي في صورة رموز مسمارية Cuneiform على شكل أوتاد (Wedge - Shaped)

والنظام البابلي – مثل النظام المصري القديم – يتمتع بخاصية التجميع أو الاضافة ويقوم على رمزيين فقط هما ▼ للواحد و ‹ للعشرة وفيما يلي طريقة كتابة بعض الأعداد مقارنة بالنظام العشري .

النظام العشرى	٢	٥	٨	١٤	٢٤
النظام البابلى	▼▼	▼▼▼ ▼▼	▼▼▼ ▼▼▼ ▼▼	‹▼▼▼▼	‹‹▼▼▼▼

والنظام البابلي في الترقيم يمتلك خاصية (القيمة المكانية حيث أنه نظام ستيني Sexagesimal بمعنى أن كل خانة في عدد ما تعتبر مضروبة في قوى ٦٠ أي في ٦٠^{٠}، ٦٠^{١}، ٦٠^{٢}، ٦٠^{٣}، .... (مثل الساعة ٦٠ دقيقة ، والدقيقة ٦٠ ثانية ، .... وهكذا) .

والعدد ▼▼ ‹▼ ▼▼▼ قيمتة هكذا

(٣ × ١) + (١١ × ٦٠^{١}) + (٢ × ٦٠^{٢}) والذي نكتبه هكذا

٣ + ٦٦٠ + ٧٢٠ = ٧٨٦٣ بالنظام العشري .

ولكن هذا التكرار لم يجر من قبل البابليين ولكن سياق الكتابة هنا يمكن استخدامه لبيان انتماء الرموز الى الآحاد ، ٦٠^{١}، ٦٠^{٢}، .... الخ

والنظام البابلي لم يتضمن رمز الصفر وهو غامض التكرار وغير قابل للاستعمال على نحو مريح في أحيان كثيرة الا أنه كان خطوة كبيرة الى الأمام بسبب خاصية القيمة المكانية به وجداول الطين البابلية بها رموز مسمارية تظهر في بعض مقاييسنا ولايسعنا الا أن نشكر استقرار هذه الجداول بثوتها وذلك لأن آثار البابليين أفادت ثقافاتنا المعاصرة مثل ٦٠ × ٦٠ أو ٣٦٠ في الدائرة ، ٦٠ ثانية في الدقيقة ، ٦٠ دقيقة في الساعة .

النظام الأغريقي الأيوني : Ionic Greek System

استخدم النظام الأغريقي الأيوني الحروف الهجائية الأغريقية كأرقام ولكي نكتب في النظام الأغريقي الأيوني يجب أن نتذكر الجدول التالي :

1	α	alpha	10	ι	iota	100	ρ	rho
2	β	beta	20	κ	kappa	200	σ	sigma
3	γ	gamma	30	λ	lambda	300	τ	tau
4	δ	delta	40	μ	mu	400	υ	upsilon
5	ε	epsilon	50	ν	nu	500	ϕ	phi
6		obsolete digamma (let us write ɕ)	60	ξ	xi	600	χ	chi
7	ζ	zeta	70	ο	omicron	700	ψ	psi
8	η	eta	80	π	pi	800	ω	omega
9	θ	theta	90		obsolete koppa	900		obsolete sampi

وبالنسبة لمضاعفات ١٠٠٠ استخدمت التسعة حروف الأولى

ولهذا فان ٢٠٠٠ = β

والحرف M كان يمثل ١٠٠٠٠ أي أن نظـــام الضــــرب كان مســـتخدماً

ولهذا فان ٢٠٠٠٠ = βM

٨٢٥٤٤ = $\eta\, M \beta\, \phi\, \mu\, \delta$

مثال أ- اكتب ٧١٣٠٥ بالنظام الأغريقي الأيوني ؟

$\xi\, M \alpha\, \tau\, \in$ = ٧١٣٠٥

ب- اكتب بالنظام العشري

٤٣١٣٢ = $\delta\, M \gamma\, \rho\, \lambda\, \beta$

النظام الروماني :

استعمل الرومان الرموز التالية في نظامهم الترقيمي :

M	C	X	V	M	D	C	L	X	V	I
١٠٠٠٠٠٠	١٠٠٠٠٠	١٠٠٠٠	٥٠٠٠	١٠٠٠	٥٠٠	١٠٠	٥٠	١٠	٥	١

وكانت العشرة أساسا بنظامهم الترقيمي . وقد كتبوا جميع أعدادهم متبعين القواعد التالية:

أ- تكتب الأرقام حسب ترتيب تصاعدي أي إذا أرادوا كتابة الرقم ١٢٥٢ كتبوا MCCLII الذي يعادل ١ + ١ + ٥٠ + ١٠٠ + ١٠٠ + ١٠٠٠ .

ب- عدم تكرار رمز واحد أكثر من ثلاث مرات في كتابة أى عدد فالثمانية مثلاً تكتب VIII (٣ + ٥) أما ٩ فـــلايكتب VIIII ولكنـــها تكتب IX (١٠ - ١) أى تطبق عملية الطرح .

جـ- لايمكن طـرح الرموز المتوسطة مثل ٥ ، ٥٠ ، ٥٠٠ ، ٥٠٠٠ فمثلا ٤٥ تكتب XLV (٥٠ - ١٠ + ٥) وليـس VL (٥٠ - ٥) لأن V رمـز متوسـط وكـذلك ٩٩ تكتب XCIX (١٠٠ - ١٠ + ١٠ - ١) وليس IC (١٠٠ - ١) لأن بين C ، I رمزاً أساسياً وهو X

د- يلاحظ أن النظام الروماني موضوعي بمعنى أن ترتيب الرموز مهم ولكنه ليس منزلياً (أي لا يستخدم القيمة المكانية)

هـ- الصفر غير موجود في النظام الروماني .

يلاحظ أن رقماً واحداً على الأكثر يطرح وفي هذه الحال يكتب على يسار الرقم الأكبر مثلاً (٨) تكتب VIII وليس IIX ، و(١١) تكتب XI ، و(٩) تكتب IX

نظام العـــد العربى القديم

إستخدم العرب قديما نظاما للعد مرتبطا بالحروف الأبجدية العربية كان يسمى "حساب الجمل" وفيه يوضع كل حرف أبجدى عدد يدل عليه فكانت الحروف الأبجدية تمثل رموزا عددية فى نفس الوقت وكان حساب الجمل العربى كما بالجدول التالى :-

	الأعـــداد ورموزهـــا								
	واحد	اثنان	ثلاثة	أربعة	خمسة	ستة	سبعة	ثمانية	تسعة
في المشرق	أ	ب	ج	د	ه	و	ز	ح	ط
في المغرب									
	عشرة	عشرون	ثلاثون	أربعون	خمسون	ستون	سبعون	ثمانون	تسعون
في المشرق	ي	ك	ل	م	ن	س	ع	ف	ص
في المغرب						ص			ض
	مائة	مائتان	ثلاثمائة	أربعمائة	خمسمائة	ستمائة	سبعمائة	ثمانمائة	تسعمائة
في المشرق	ق	ر	ش	ت	ث	خ	ذ	ض	ظ
في المغرب			س					ظ	غ
	ألف	ألفان	ثلاثة آلاف	أربعة آلاف	خمسة آلاف	ستة آلاف	سبعة آلاف	ثمانية آلاف	تسعة آلاف
في المشرق	غ	بغ	جغ	دغ	هغ	وغ	زغ	حغ	طغ
في المغرب	ش	بش	جش	دش	هش	وش	زش	حش	طش

الصفـــر :

يعتقد بعض مؤرخي تاريخ العلوم أن الصفر ابتكار بابلي ، كما يذكر المؤرخـون أن الهنود قد اهتدوا الى الصفر وكان يتخذ شكل النقطة أو الدائرة الصغيرة . وكان الصفر يعرف في لغة الهند في ذلك الوقت بكلمة " سونيا " Sunya وتعني الخلاء أو مكان أبيض فارغ كما عبر عن الصفر بكلمة كها وتعني الثقب .

وقد كان الهنود يستعملون تسعة أشكال للرمز الى الأعداد من الواحد الى التسعة ثم يعيدونها وتحت كل منها نقطة لتمثيل الأعداد من العشرة الى التسعين ، وكذلك يعيدونها مرة ثالثة وتحت كل منها نقطتان للدلالة على الأعداد من المائة الى التسعمائة .

وسواء كان الصفر اختراعا بابليا أو هنديا فلا شك أن علماء العرب والمسلمين هم الذين طوروا مفهوم الصفر وعرفوه بأنه المكان الخالي من أي شيء ، وهم أول من استخدم النظام العشري الذي يحتوي على خانات الآحاد والعشرات والمئات وما فوقها .

وقد ظهر رمز الصفر في كتابات العرب الى يمين الرقم بدلاً من تحته حيث يدل الصفر على مكان خال ابتداء من اليمين الى اليسار شأن الكتابة العربية . اتخذ علامة الصفر هيئة دائرة صغيرة بدلاً من النقطة الواردة بالرموز الهندية .

وانتقلت الأرقام العربية بصفرها الى أوربا عن طريق الأندلس وصقلية في القرن الثاني عشر وذلك لتفوقها الكبير على كل الأرقام الأخرى .

اختبر فهمك :

١- اكتب قائمة بعشرة مواقف تستخدم فيها الأعداد ؟

٢- هل يمكنك تصنيف استخدامك للأعداد ؟

٣- صف مثالين يستخدم فيها العدد الكارديناني والترتيبي والاسمى ؟ صف ثلاث مواد يمكن أن يستخدمها الأطفال في بيان العدد ١٣٨ ؟

٤- ما الفرق بين العد الآلي والعد العقلي ؟

٥- بم يتميز النظام العدي العربي عن كل من النظامين المصري القديم والروماني؟

٦- اذا سألك أحد تلاميذك من الذي اخترع الصفر فماذا تجيب ؟

٧- اكتب العدد ٣٤٧ بالنظام البابلي ؟

٨- مثل العدد ٣٥ لأساس ٨ بقطع دينيز ؟

٩- باستخدام نظامنا العشري اكتب المكافيء لكل من الأرقام المصرية القديمة المقابلة ؟

١٠- اكتب الرموز المصرية القديمة لكل الأعداد التالية ؟

أ- ٣٦٢٨ ؟ ب- ٥٠٢٣٥ ؟

١١- عبر عن كل من الرموز الرومانية التالية بالنظام العددي ذي الأساس عشرة ؟

أ- XXXIV ب- CI جـ- DCLXXIV

١٢- اكتب الأعداد التالية باستخدام النظام الاغريقي ؟

أ- ٥٣   ب- ٨٩   جـ- ٥٢٧

١٣- ما الصعوبات التي تواجه الأطفال عند دراسة الرمزيين (> ، <) ؟ صف بعض الأنشطة لمساعدة الأطفال على تعلم هذين الرمزين .

١٤- قارن بين النظام العدي العشري بكل من الأنظمة العدية التالية ؟

الأغريقي - البابلي ؟

١٥- ما الأخطاء الشائعة التي تتعلق بالقيمة المكانية ؟ وكيف تستخدم الأدوات الملموسة لمساعدة الأطفال على عدم الوقوع في تلك الأخطاء ؟

١٦- ضع أمام كل مما يأتي كلمة كاردينالي - ترتيبي - تعييني ؟

أ- الصف الخامس   ب- طالب   جـ- الاختبار الثالث

د- ١٧ لعبة هـ- اللاعب الرياضي ٢٢ و- كتالوج رقم ٦٢٥

١٧- احسب مستخدما حساب الجمل العربى - العدد المقابل للعبارة "مات الشعر بعده".

الفصل الرابع

جمـــــع وطرح الأعداد الكلية

* مقدمة
* الجمع حتى ناتج ١٠.
* الطرح من ١٠ أو أقل.
* الربط بين الجمع والطرح.
* الجمع حتى (٩+٩) والطرح حتى (١٨-٩) بدون إستخدام القيمة المكانية.
* حفظ حقائق الجمع والطرح.
* الجمع بإستخدام القيمة المكانية.
* الطرح بإستخدام القيمة المكانية.
* جمع وطرح الأعداد الكبيرة.
* الأخطاء الشائعة فى الجمع والطرح.
* مراجعة الجمع والطرح.
* الآلة الحاسبة فى المدرسة الإبتدائية.

من المتوقع بعد قراءة هذا الفصل ودراسته أن يكون الدارس قادرا على أن :-

١- يعطى تعريفا شفويا أو تحريريا لعملية الجمع وعملية الطرح ويسمى أجزاء جملة الجمع وجملة الطرح.

٢- يصنف بعض الأدوات والأجهزة المطلوبة للمراحل الأولى من تعلم الجمع والطرح.

٣- يصنف بعض أنواع الأنشطة التى يمكن إستخدامها مع الأطفال الصغار لتنمية قدرتهم على قراءة الجمع والطرح.

٤- يصنف بعض الأنشطة التى يمكن إستخدامها لتقديم الجمع والطرح.

٥- يتعرف على مراحل تقديم الجمع والطرح.

٦- يساعد أطفاله على حفظ حقائق الجمع والطرح.

٧- يستخدم بعض الأنشطة التى تهم فى فهم الأطفال لربط الجمع بالطرح.

٨- يتعرف على الأخطاء الشائعة فى عملية الجمع والطرح.

٩- يزود الأطفال ببعض الأساليب لمرجعة الجمع والطرح.

١٠- يتعرف على طرق غير شائعة لإجراء الجمع.

١١- يتعرف على دور الآلة الحاسبة فى المرحلة الإبتدائية.

من المتوقع بعد أن يكمل الطفل الأنشطة الموصوفة فى هذا الفصل أن يقدر على أن:-

١- يجب على كل حقائق الجمع المائة إجابة صحيحة.

٢- يجمع أعدادا كلية معطاه فى صورة رأسية أو فى صورة أفقية.

٣- يجمع عددين كليين أو أكثر مع إستخدام إعادة التسمية إذا كانت ضرورية.

٤- يجيب على كل حقائق الطرح المائة إجابة صحيحة.

٥- يطرح أعدادا كلية معطاه فى صورة رأسية أو فى صورة أفقية.

٦- يتحقق من الطرح بإستخدام الجمع

٧- يطرح أعدادا كلية بإستخدام التفكيك (الإستلان) إذا كان ضروريا.

٨- يحدد ما إذا كان سيتعمل الجمع والطرح فى مسألة لفظية.

٩- يفسر حل مسألة لفظية فى ضوء المسألة اللفظية.

مقـــدمـــة:

يقضـي أطفـال المدرسـة الابتدائيـة وقتـاً طويـلاً فـي دراسـة عمليتـي الجمـع والضرب وفي العمليتين العكسيتين لهمـا وهمـا الطـرح والقسـمة وتسـمى هذه العمليات الأربـع العمليـات الأساسية وذلـك لأنهـا تشـكل أسـاس دراسـة الرياضيـات فـي المرحلـة الابتدائية والمراحل اللاحقة لها .

ونحن نحتاج الى أن يفهم الأطفال الأفكار التي وراء تلك العمليات ولا يقتصـر الأمـر على اجراء تلك العمليات لأن الطفل مثلاً يمكنه أن يجمع ولكن ذلك لا يدل على أنه فهـم الجمع .

وتفضل بعض الكتب تدريس الجمع والضرب معاً بإعتبارهما العمليتين الأصليتين ثـم يلي ذلك تدريس الطرح والقسمة بإعتبارهما عمليتين عكسيتين لهمـا بينمـا تفضـل بعـض الكتب الأخرى تدريس الجمع أولاً ويليه الطرح وتربط بينهما .

ثم يلي ذلك تدريس الضرب والقسمة وهذا ما سنأخذ به في هذا الكتاب .

ويقدم الجمع والطرح للأطفال على مراحل :

المرحلة الأولى : الجمع حتى ١٠ بمعنى الا يزيد حاصل الجمع عن عشرة والطرح مـن ١٠ أو أقل .

المرحلة الثانية : الجمع حتى ناتج الجمـع ١٨ والطـرح مـن ١٨ أو أقـل بـدون إستخدام القيمة المكانية.

المرحلة الثالثة : جمع وطرح الأعداد الكبيرة مع استخدام القيمة المكانية.

ويجب أن نركز على أن نقدم تعريفاً لكل عملية نجريهـا وعلـى الطفـل أن يتعـرف علـى عناصر كل عملية ، فالجمع مثلاً يعرف على أنه العملية التي تعين لعددين مرتبين عـدداً واحداً والعددان المرتبان يسميان المضافين ويسمى العدد الواحد بالناتج أو الحاصل بينمـا يوصـف الطرح بأنه العملية العكسية لعمليـة الجمـع وتعـرف بأنهـا العمليـة التـي تسـتخدم لايجاد العدد المضاف المفقود عندما يكون معلوماً لدينا حاصل الجمع والمضاف الآخر. والعددان في الطرح يعطيان أسـماء خاصـة (المطـروح - البـاقي) بينمـا النـاتج يعطـي اسماً وهو المطروح منه وهذه الاسماء مفيدة عند التعامل مع العمليتين بصورة مجردة .

تقديم الجمع حتى ناتج ١٠ والطرح من ١٠ أو أقل .

الجمع حتى ناتج ١٠ .

المواد والأدوات المطلوبة :

١- مجموعة أشكال وصورة حيوانات وطيور مختلفة ومجموعة من الحبوب وصور الحيوانات يمكن لصقها من الخلف على قماش اللباد Flannel حتى يمكن وضعها ورفعها من على اللوحة الوبرية بسهولة .

٢- اللوحة الوبرية : وهي عبارة عن لوح من الخشب مغطى بقماش اللباد (الفانيللا) وهو أي القماش وبري الملمس بحيث يمكن التصاق سطح ورقى خشن عليه أبعاد اللوحة الوبرية ١٠٠ سم × ٧٠ سم تقريباً .

٣- الدومينو تم وصفها فى الفصل الثانى.

٤- خط الأعداد : وهو عبارة عن خط مستقيم مقسم الى مساحات متساوية بواسطة نقاط معينة ويرمز لهذه النقاط بالأرقام ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، .... كما بالشكل التالي .

٠ ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ ١٠ ١١ ١٢

٥- زهرة النرد Dice

ويمكن عملها من مكعبات خشبية وللأطفال الصغار يجب الا تكون صغيرة (كل وجه ٣ - ٤ سم يكون مناسبا) وترقم أوجه حجر (زهرة) النرد بأرقام من ١ - ٦ . وغالباً ما يكون كل وجهين متقابلين مجموعهما ٧ مثل (١ ، ٦) ، (٢ ، ٥) ، (٣ ، ٤) .

٦- سبورة الجملة العددية Anumber Sentence Board

عملية
بطاقة رقمية
كرتون
ثقب

٣ + ٢ = ٥
٤ ٣ ٠

وهي عبارة عن مستطيل ورقي كبير محدد باطار خشبى أو كرتون سميك يحتوي على صفوف ذات مسامير كما بالشكل عاليه . وتعلق في مكان يراه جميع الاطفال ،

وتعلق بطاقات رقمية كبيرة ، بطاقات عمليات ، وبطاقات = وكل بطاقة بها ثقب حتى يمكن تعليقها.

٧- بطاقات رقمية وبطاقات عملية =

٨- شرائط العدد الملونة .

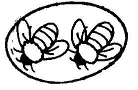
أنشــطـــة :

١- يكون مع الأطفال مجموعتين من الأشياء ، عدد عناصر كل منهما أقل من ٥ يعد الأطفال عناصر كل مجموعة ويكتبونها أسفل ، وبعد ذلك يضع الاطفال المجموعتين معاً ليكونا مجموعة واحدة . وتعد المجموعة الجديدة ويكتب عدد عناصرها أسفل . ثم يقول الاطفال بأسلوبهم ماذا فعلوا . لا تحاول استخدام اشارة الجمع في هذه المرحلة .

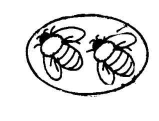
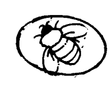
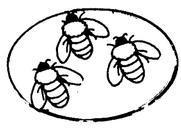
يكرر هذا النشاط عدة مرات مع مجموعتين ذات أعداد مختلفة .

٢- يكرر النشـــاط ١ ولكن في هذه المرحـــلة يقدم المعلم رمز (علامة) الجمع (+) وعلامة التساوي (=) ويمكن عمل ذلك بالكتابة على السبورة أو باستخدام سبورة الجملة العددية (المذكورة سابقاً) .

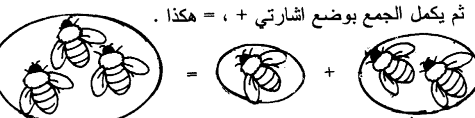
وإنه لمن المفيد أيضاً أن يربط المعلم بين الأعداد والرسوم حيث يعرض المجموعتين أولا مع عدد عناصرهما .




ثم بعد ذلك يعرض المجموعة الجديدة على يسار المجموعتين هكذا .

ثم يكمل الجمع بوضع اشارتي + ، = هكذا .



ثم يقرأ الأطفال الجملة كاملة كما يلي : اثنان زائد واحد تساوي ثلاثة .

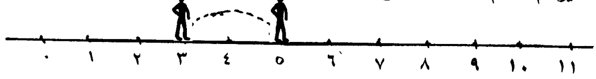
مع ملاحظة عدم تقديم كتابة الجمع بصورة رأسية في هذه المرحلة وتأجيل ذلك - أي الصورة الرأسية - الى حين تقديم الجمع باستخدام القيمة المكانية ويبني المعلم جملاً جمعية لأزواج أخرى من المجموعات ، كما يجب على المعلم أن يكون متأكداً من أن كل طفل قد تمكن من كل حواصل الجمع التالية وذلك خلال أنشطته التي قام بها .

١ + ١ = ٢	٢ + ١ = ٣	٣ + ١ = ٤	٤ + ١ = ٥	٥ + ١ = ٦
١ + ٢ = ٣	٢ + ٢ = ٤	٣ + ٢ = ٥	٤ + ٢ = ٦	٥ + ٢ = ٧
١ + ٣ = ٤	٢ + ٣ = ٥	٣ + ٣ = ٦	٤ + ٣ = ٧	٥ + ٣ = ٨
١ + ٤ = ٥	٢ + ٤ = ٦	٣ + ٤ = ٧	٤ + ٤ = ٨	٥ + ٤ = ٩
١ + ٥ = ٦	٢ + ٥ = ٧	٣ + ٥ = ٨	٤ + ٥ = ٩	٥ + ٥ = ١٠

ويجب ملاحظة أن القائمة السابقة تتضمن ٢ + ٣ = ٥ ، ٣ + ٢ = ٥ ومن الضروري أن يأخذ الأطفال الوقت الكافي حتى يتحققوا من أن كلا من ٢ + ٣ ، ٣ + ٢ يعطيان نفس النتيجة .

أي أنه يجب أن يفهموا خاصية الابدال بالنسبة للجمع ويستخدمونها .

٣- يرسم المعلم خط اعداد على أرضية الفصل ويقسمه الى علامات كما يلي .



يقف طفل على النهاية اليسرى للخط ثم يمشي ثلاث خطوات على الخط (ليقف على الرقم ٣) ثم يمشي خطوتين أخرتين (ليقف على الرقم ٥) ثم يخبر الفصل بما فعل مثلاً ثلاث خطوات ثم خطوتين زيادة وأقف الآن على خمسة

يسجل النشاط على أنه جمع ٣ + ٢ = ٥ .

ثم يكرر هذا النشاط مع أزواج أخرى متعددة من الأرقام حتى يشعر المعلم أن معظم الأطفال قد استوعبوه .

ويمكن تقديم أن ٢ + ٣ ، ٣ + ٢ تعطيان نفس النتيجة في هذا النشاط على سبيل المثال.

٤- يمكن استخدام شرائط العدد الملونة فيأخذ طفل على سبيل المثال شريط ٢ ويضع بجانبه شريط ٣ بحيث يكونان متجاورين تماماً ، ويبحث عن شريط طوله يساوى طول الأثنين معاً فيجده الشريط ٥ .

٢	٣
٥	

وسوف يجد الطفل أيضاً أنه إذا غير ترتيب الشريطين فانه ما زال يحتاج الشريط ٥.

٣	٢
٥	

يكرر هذا النشاط مع أزواج اخرى من الشرائط .

٥- يكرر نشاط ٣ باستخدام سلم العد حتى ١٠ بدلا من خط الأعداد الذي يرسم على الأرض حيث يستخدم الطفل اصبعه مثلا في الصعود أربع (٤) درجات على السلم ثم درجة اخرى فيجد نفسه عند الدرجة ٥

ثم يسجل النشاط هكذا ٤ + ١ = ٥ .

٦- يستبعد الأطفال من مجموعة الدومينو ٦ - ٦ ، ٦ - ٥ . ثم يحسب الأطفال العدد الكلي للنقط على كل حجر من حجارة الدومينو ويكتب الأطفال حاصل جمع كل حجر .

ستتضمن بعض حواصل الجمع هذه الصفر كأحد الرقمين (فمثلاً ٠ + ٤ = ٤ ، ٥ +٠ = ٥) .

٧- يكتب المعلم بعض الجمل الرقمية على السبورة مثل :

١ + ٢ = □ ١ + □ = ٣

١ + ١ + ١ = □

ويطلب من الأطفال حلها وكتابة الحل على السبورة أو في دفاترهم .

٨- من قائمة الأنشطة السابقة يأتي الأطفال بمجموعتين من الأشياء ويجمعون عدد العناصر فيهما ليحصلوا على عدد عناصر المجموعة المحصلة وعلى المعلم أن يعطيهم في هذا الوقت جمعاً مثل ٢ + ٣ = ٥ ثم يطلب منهم ايجاد الناتج . ولا يجعلهم يتعجلون .

وأنه لمن المهم أن يوجدوا الناتج بأسلوبهم والأكثر أهمية من ذلك هو أنهـم يجب الا يفقدوا الثقة في أنفسهم في هذه المرحلة وعلى المعلم أن يتأكد من أن كل طفل تمكـن من جمع ١ + ١ ، ١ + ٢ ...... وهكذا حتى ٥ + ٥ .

وعندما يتعاملون مع حاصل جمع يتضمن الصفر فيجب اعطائهم أنماطاً مثل

(٠ + ٢ ، ٣ + ٠ ، ٥ + ٠ ، ٠ + ٠) .

ويمكن اعطـاء الاطفـال مزيداً مـن التدريبـات علـى الجمـع باسـتخدام المخططـات السهمية كما يلي .

+ ٣
١
٢
٣
٤
٥

وفي هذه المخططات السهمية من الضروري أن يعرف الطفل اتجاه السهم .

٩- عندما يكمل الاطفال الأنشطة السابقة بنجاح فيمكن تقديم فكـرة قصـص العدد وذلـك بـأن يـوزع المعلـم الوسـائل المتوفـرة بحيث يعطـي كـل طفـل مجموعـة مـن أربعـة عناصر (خرز - مكعبات - دوائر ......) .

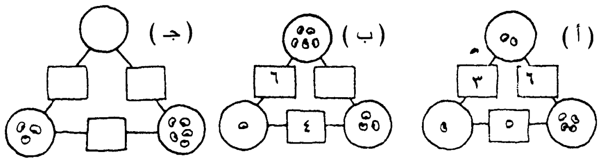
ثم يطلب منهم أن يوزعوا كـلا من هذه المحموعات في مجموعتين ويسـأل عن عدد عناصر كل من المجموعتين ، ويطلب منهم أن يعبروا عن ذلك بجمل من نـوع :

٤ = ٢ + ٢ ، ٤ = ١ + ٣ ، ٤ = ٣ + ١ ، ٤ = ٠ + ٤ ، ٤ = ٤ + ٠

وبنفس الطريقة يمكن عمل قصص للأعداد الأخرى .

١٠- تكرر الأنشطة السابقة ولكن مع أعداد لا يزيد حاصل الجمع عن ١٠

١١- يعرض المعلم على الأطفال تدريبات وأنشطة مثل الأشكال التالية وفيها وضعت الحبوب في ثلاث دوائر وكتبت أعداد في مربعات بين الدوائر ويطلب المعلم من الأطفال أنه ينظروا الى الشكلين (أ) (ب) ويبينوا لماذا كتبت هذه الأعداد في المربعات ثم يملؤن المربعات الخالية في الشكل (جـ) .



ارشاد : حاصل جمع الحبوب في دائرتين كتب في المربع الذي بينهما .

الطرح (من ١٠ أو أقل)

توجد عدة صور للطرح منها الأخذ من والمقارنة والمزاوجة . والطرح بالاكمال والطرح كفرق . وعلى المعلم أن يجعل أطفاله يمرون بخبرات وأنشطة تغطي معاني الطرح وفيما يلي بعض الأنشطة .

أنشطة :

أ- الأخذ من (الحذف) Taking Away

١- يطلب المعلم من خمسة أطفال مثلا الوقوف أمام زملائهم ويقوم زملاؤهم بعد الأطفال الواقفين (خمسة) ويطلب المعلم من أحد الأطفال الجالسين ابراز بطاقة تبين عدد الأطفال الواقفين ثم يكتب على السبورة ٥ .

ثم يطلب من طفلين الجلوس ويضع المعلم البطاقة ٢ على السبورة العددية هكذا

٥	٢

ثم يقدم المعلم اشارة الطرح (-) ليبين عملية أخذ من . ثم يسأل المعلم الأطفال السؤال التالي .

٥	-	٢

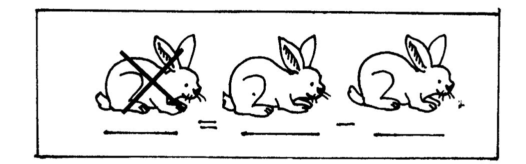
كم عدد ما تبقى من الأطفال الواقفين أمامكم ؟ ثم يكمل الجملة على السبورة هكذا .

٥	-	٢	=	٣

ثم يقرأ الأطفال الجملة هكذا خمسة طرح (ناقص) اثنين يساوي ثلاثة . ويكرر هذا النشاط مع مجموعة أخرى من الأطفال بأعداد مختلفة بحيث يجب الا يزيد عدد الأطفال الذين يقفون في بادىء الأمر عن خمسة وبعد ذلك لا يزيد عن عشرة . ويجب أن يتم تسجيل كل عملية طرح على سبورة الجمل العددية أو على السبورة العادية كما يجب أن يسجلها الأطفال في دفاترهم .

٢- ويعرض المعلم بعضاً من صور الحيوانات

ويكتب الأطفال الجملة المناسبة ويكرر هذا النشاط مع تغيير عدد العناصر في كل مرة .



ويجب في بادىء الأمر أن يضع الأطفال عمليات الطرح في قائمة كما يلي .

١ - ١	٢ - ١	٣ - ١	٤ - ١	٥ - ١
	٢ - ٢	٣ - ٢	٤ - ٢	٥ - ٢
		٣ - ٣	٤ - ٣	٥ - ٣
			٤ - ٤	٥ - ٤
				٥ - ٥

وبعد ذلك يجب أن يكتسبوا الخبرة في ايجاد ناتج العمليات التالية :

٦ - ١	٧ - ١	٨ - ١	٩ - ١	١٠ - ١
٦ - ٢	٧ - ٢	٨ - ٢	٩ - ٢	١٠ - ٢
٦ - ٣	٧ - ٣	٨ - ٣	٩ - ٣	١٠ - ٣
٦ - ٤	٧ - ٤	٨ - ٤	٩ - ٤	١٠ - ٤
٦ - ٥	٧ - ٥	٨ - ٥	٩ - ٥	١٠ - ٥
٦ - ٦	٧ - ٦	٨ - ٦	٩ - ٦	١٠ - ٦
	٧ - ٧	٨ - ٧	٩ - ٧	١٠ - ٧
		٨ - ٨	٩ - ٨	١٠ - ٨
			٩ - ٩	١٠ - ٩
				١٠ - ١٠

وفي مرات عديدة أثناء هذا النشاط يجب أن يقدم المعلم مسائل تتضمن :

٤ - ٠ ، ٧ - ٠ ، وهكذا .

٣- يرسم خط أعداد على أرضية الفصل (حتى ٦)

يبدأ طفل من النهاية اليسرى للخط ثم يمشي خمس مسافات (فراغات) حتى الرقم خمسة . يقول الطفل مثلا لقد مشيت خمس خطوات على الخط .

أنا الآن عند الرقم خمسة . ثم يرجع خطوتين الى الوراء ثم يقول رجعت خطوتين الى الوراء من خمسة . أنا الآن عند ثلاثة .

يناقش المعلم كيفية ربط هذا النشاط بالطرح .

يسجل الأطفال النشاط هكذا ٥ - ٢ = ٣ .

استخدام خط الأعداد في توضيح العمليات مهم في الرياضيات وكثير من الأمثلة التي تشبه المثال السابق يجب أن تجري بواسطة الأطفال وأثناء الأنشطة يجب أن تكون هناك أمثلة مثل :

ابدأ عند خمسة ثم ارجع الى الوراء خمس خطوات وسوف ينتهي الطفل عند النهاية اليسرى للخط (٠) وحيث أنه يعرف أن ٥-٥=٠ فإنه يمكننا تقديم الرمز "٠" للنهاية اليسرى للخط واستخدامها في كل التمرينات التي ستأتي مستقبلاً .

٥- يمكن استخدام قضيب خرز حيث يعطى طفل قضيب به خمس خرزات ثم يطلب منه أخذ أربع خرزات ويحسب الباقي انه يسجل النشاط كما يلي ٥ - ٤ = ١ .

ثم يكرر النشاط مع قضبان أخرى بأعداد مختلفة ويجب أن تكون هناك أمثلة مثل

٥ - ٥ ، ٥ - ٠

٦- يمكن استخدام القطع هكذا ▭▭▭▭▭▭▭ أخذنا منهم ▭▭▭

يساوى ▭▭▭▭ أو ▭▭▭▭▭▭▭

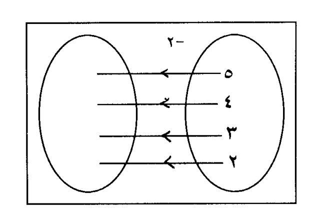
٧- يزود الأطفال بشرائط من الورق كما هو مبين .

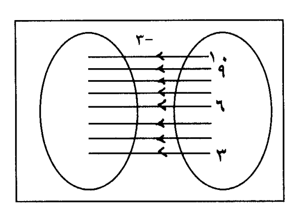
ثم يحسبون عدد الأجزاء (العلامات) ثم يطلب المعلم من أحدهم أن يقطع جزئين من شريط ثم يحسب الأجزاء الباقية .

يسجل النشاط كما يلي ٥ - ٢ = ٣

تقسم الشرائط الى أعداد أخرى من الأجزاء ثم يكرر النشاط مع أعداد أخرى .

٨- يكمل الأطفال مخططات سهمية مثل .





ب- المقـــارنة Comparing

المقارنة صورة هامة من صور الطرح ولكن يحتاج كـل نشـاط فـي المراحل الأولـى الى مناقشة مستفيضة حتى نساعد الأطفال على فهم لماذا يستخدم الطرح في الاجابة ؟

وفيما يلي بعض الأنشطة المفيدة .

١- يختار المعلم سبعة أطفال ويطلب منهم الوقوف أمام زملائهم في الفصـل ثـم يقسـمهم الى مجموعتين المجموعة الأولـى تقـف فـي الجـانب الأيمـن وعددهـا خمسـة أطفـال والمجموعة الثانية وعددها طفلان تقف على الجانب الأيسر ثم يسـأل المعلـم السـؤال التالي : ما زيادة عدد المجموعة الأولى عن عدد المجموعة الثانية ومـن الممكـن أن يستخدم نفس النشاط في الاجابة على أسئلة مثل بكم يقل عدد المجموعة الثانيـة عـن عدد المجموعة الأولى ؟ ما الفرق بين عدد الأطفال في المجموعتين ؟

٢- يكرر النشاط السابق عدة مرات بأعداد مختلفة من الأطفال وعلـى المعلـم أن ينـاقش كيفية الربط بين النشاط وعملية الطرح .

٣- يضع كل طفل مجموعة من الحبوب (ولتكن خمساً مثـلاً) ومجموعـة مـن أغطيـة الزجاجات (ثلاثة مثلا) على منضدة وبمقابلة كل غطاء زجاجة مع حبة (خـرزة) سوف يجد الاجابة على السؤال :

كم زيادة عدد الحبوب عن عدد أغطية الزجاجات ؟

ثم يسجل اجابته في صورة كلمات ثم يترجمها الى عملية طرح ٥ − ٣ = ٢ .

ويجب تكرار هذا النشاط لأزواج أخرى من المجموعات .

٤− يُرسم خط اعداد من ٠ الى ١٠ على أرضية الفصل . يقف طفلان أحمد وعلي كل واحد منهما على نهاية الجانب الأيمن الخط (العلامة ٠) يمشي أحمد ست خطوات على الخط من ٠ الى ٦ ويمشي على أربع خطوات حتى العلامة ٤ . وعندئذ يسأل المعلم :

كم عدد الخطوات التي مشيها أحمد زيادة عن علي ؟

٠ ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ ١٠

من الممكن أن يرى الأطفال بسرعة أن أحمد مشى خطوتين زيادة ثم يناقش المعلم كيف أن الاجابة يمكن ايجادها باستخدام ٦ − ٤ .

يكرر النشاط مع طفلين آخرين يمشيان خطوات مختلفة .

٥− تستخدم مجموعة من الدومينو . ثم يكتب الأطفال الفرق بين عدد النقاط في المجموعتين ففي الشكل المقابل يكون الفرق بين ٦ ، ٢ ثم يسجل الأطفال الفرق كطرح وقد يحتاج المعلم لمناقشة الأطفال في بيان أن الفرق بينهما يكافىء ما زيادة عدد مجموعة عن أخـــرى ؟ ٦ − ٢ = ٤

٦− يرمي كل طفل حجرى نرد ثم يحسب زيادة عدد ما عن عدد آخر . مثلا ٦ − ١ = ٥

٧− يوزع المعلم على الأطفال مجموعات مختلفة العدد بحيث لايزيد عدد المجموعة الواحدة عن ١٠ عناصر . يقارن كل طفل عدد عناصر مجموعته مع عدد عناصر رفيقه يسأل المعلم الطفل الذي لديه المجموعة ذات العناصر الأقل عن عدد عناصر المجموعة التي تلزمه ليحصل على مجموعة عددها يساوي عدد عناصر مجموعة رفيقه مستعملا أسئلة مثل:

كم يلزمك؟ كم تحتاج ؟ وفى الشكل التالى يسأل المعلم

○	○					

كم عدد المربعـات التي بها دوائـر ؟

كم دائرة تلزم لملء المربعات الخالية ؟

٨- يمثل المعلم على اللوحة الوبرية بعض المواقف باستخدام الأشكال الهندسية أو أي صور وعلى سبيل المثال ٧ مثلثات صفراء ٣ مربعات حمراء ويطلب من الأطفال ايجاد عدد المربعات التي يجب أن نضيفها حتى يصير لكل مثلث مربع .

٩- يعرض المعلم بعض زجاجات المياه الغازية بعضها ملأى وبعضها فارغ . ثم يحسب الأطفال عدد الزجاجات ، عدد الزجاجات المملوءة وعدد الزجاجات الفارغة ويطلب المعلم منهم ايجاد الفرق بينهمامستعملا أسئلة مثل :

كم تزيد ؟ كم تنقص ؟

الربط بين الجمع والطرح

انشطة

١- يطلب المعلم من أحد الأطفال وضع مجموعة من ٨ صور على اللوحة الوبرية ولتكن زهور مثلا ٥ صفراء ، ٣ حمراء ثم يسأل الأطفال هل عدد الزهور الصفراء هو عدد الزهور الحمراء ؟

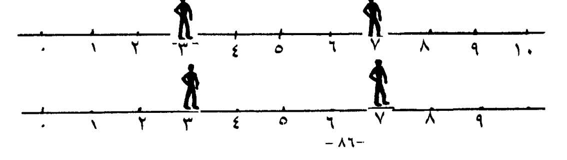
كم عدد الزهور الحمراء التي نحتاجها ليكون عدد الزهور الحمراء مساويا عدد الزهور الصفراء سوف يجيب الطفل اثنان .

ثم تكتب الجملة هكذا ٥ - ٣ = ٢

ومن الممكن استخدام بطاقات خالية من الكتابة لبيان .

٣ + □ = ٥ حيث توضع بطاقة ٢ في مكان البطاقة ٢ على سبورة الجمل العددية .

٢- يرسم المعلم نموذجا لخط الاعداد على أرضية غرفة الفصل ثم يكتب على السبورة جملة جمع مثل ٣ + ٤ = □ ويطلب من أحد الأطفال أن يقف على ٣ ثم يخطو ٤ خطوات ويسأل الأطفال عن العدد الذي وصل اليه (٧) ثم يكتب الجملة ٣ + ٤ = ٧ على سبورة الجمل العددية أو على السبورة العادية ثم يكتب المعلم جملة الطرح ٧ - ٤ = □ ويطلب من الطفل الواقف على ٧ العودة ٤ خطوات الى الوراء ثم يسأل الأطفال عن العدد الذي وصل اليه زميلهم (٣) ثم يكتب الجملة ٧ - ٤ = ٣



٣- يستخدم الأطفال شرائط العدد الملونة

حيث يضعون شرائط ٦ وشرائط ٢ على سبيل المثال على الدرج ثم يطلب المعلم منهم ايجاد شريط اذا وضع بجانب شريط ٢ يكون الطول مساويا شريط ٦ . يجد الأطفال أنهم يحتاجون شريط ٤
ثم يســـجلون النشاط هكذا ٢ + ٤ = ٦

٤- يستخدم الأطفال الدومينو . وفي كل حالة يوجد الأطفال عدد النقط التي يجب اضافتها الى العدد الأصغر حتى يصبح مساويا للعدد الأكبر . ثم يسجلون الاجابة لكل حجر كما يلي .

□ + ١ = ٥

وفي بعض الدومينو سيظهر الصفر مثل : ٢ + □ = ٢

٤ + □ = ٤

٤- يكتب المعلم على السبورة ٣ + □ = ٥ ثم يناقش أطفاله في تفكيرهم حول ما يجب عليهم فعله .

وسوف يفهم الأطفال في المرحلة المبكرة باستخدام سبورة الجمل العددية أن عليهم ايجاد العدد الذي يجب اضافته ليكون الناتج ٥ يضع المعلم البطاقة ٢ على البطاقة الخالية كما يلي ٣ + ٢ = ٥ .

ثم يحاول الأطفال ايجاد أمثلة من عندهم مثل

٥ + □ = ٧	٥ + ٢ = ٧
٣ + □ = ٦	٣ + ٣ = ٦
١ + □ = ٥	١ + ٤ = ٥
٣ + □ = ٨	٣ + ٥ = ٨

وقد لا يتمكن بعض الأطفال من ترجمة هذا النشاط الى نشاط لغوي وقد يحتاجون الى مجموعة من العدادات لتساعدهم على الاجابة .

٥- يكتب المعلم على السبورة ٢ + ٣ = ٥ ثم يناقش مع الأطفال علاقات اخرى يمكن

كتابتها باستخدام ٢ ، ٣ ، ٥ .

إذا اقترح الأطفال أن ٣ + ٢ = ٥ ، ٥ – ٢ = ٣ ، ٥ – ٣ = ٢ .

فانهم حينئذ يكونوا قد تمكنوا من الربط بين الجمع والطرح بصورة جيدة .

تكرر أمثلة أخرى متنوعة مثل ٤ + ٢ = ٦ ، ٤ + ٥ = ٩ ، ٦ + ٤ = ١٠ .

٧- يعرض المعلم على الأطـــفال مجموعة من الدوائر ولتكن ٨ مثلا ومجموعة من المثلثات ولتكن ٥ .

○○○○○○○○

△△△△△

ثم يطلب من الأطفال الاجابة على أسئلة مثل :

١) بكم يزيد عدد الدوائر عن عدد المثلثات ؟

٢) كم عدد المثلثات التي نحتاجها ليكون عدد المثلثات مساويا عدد الدوائر؟

٣) ٨ – ٥ =

٤) ٥ +   = ٨

٥) بكم يقل عدد المثلثات عن عدد الدوائر ؟

٦) ٣ +   = ٨

هذه المجموعة من الأســـئلة تجعل الأطفال متآلفيـــن مع العلاقــات المتعـددة ٣ ، ٥، ٨ . تكرر أزواج أخرى متنوعة من الأعداد .

٨- يعرض المعلم بعض المخططات السهمية على شاكلة ما يـأتي ويطلب من الأطفال تكملتها .

– ٣

٦	□
٣	□
٠	□
٤	□
٥	□
١	□

–٤

١	
	٦
٣	
	٨
٥	
	٤

٩- يمكن للمعلم أن يستخدم بعض القصص ليعـود أطفالـه علـى الجمـع والطـرح العقلـي مثل : ركب سيارة ٥ ركاب نزل منها ٣ ركـاب ثـم صعـد اليهـا ٤ ركـاب ثـم نـزل راكبان وصعد ٤ ركاب ثم نزل راكب واحد وصعد راكبان ويسأل في كل مرة عن عدد الركاب في السيارة .

١٠- يمكن للمعلـم أن يطلـب مـن الأطفـال أن يسـتخدموا البطاقـات الرقميـة لعمـل جمـل عددية من النوع التالي :



الجمع حتى (٩ + ٩) والطرح حتى (٨١ - ٩)

بدون استخدام القيمة المكانية :

أنشـطـة :

١- عندمـا يتمكـن الأطفـال مـن الجمـع والطـرح علـى الأعـداد الصغيـرة فـإن الأنشـطة المذكورة سلفاً في هذا الفصل يمكن (توسيعها) لتشمل الأعداد الكبيرة . ويجب أن يتضمن هذا التوسع الجمع حتى ٩ + ٩ والطرح حتى ١٨ - ٩ .

وسوف تحتاج هذه الأعداد الكبيرة الى خط أعداد أطول ، قطع دينيز زيادة بالاضافة الى جميع شرائط العدد الملونة .

٢- يجب أن يبدأ الأطفال في استخدام نمط فى تنظيم مجموعـات الجمـع والطـرح فعلـى سبيل المثال :

١ + ١ = ٢	٢ + ١ = ٣	٣ + ١ = ٤
١ + ٢ = ٣	٢ + ٢ = ٤	٣ + ٢ = ٥
١ + ٣ = ٤	٢ + ٣ = ٥	٣ + ٣ = ٦
١ + ٤ = ٥	٢ + ٤ = ٥	٣ + ٤ = ٧
١ + ٥ = ٦	٢ + ٥ = ٧	٣ + ٥ = ٨
١ + ٦ = ٧	٢ + ٦ = ٨	٣ + ٦ = ٩
١ + ٧ = ٨	٢ + ٧ = ٩	٣ + ٧ = ١٠
١ + ٨ = ٩	٢ + ٨ = ١٠	٣ + ٨ = ١١
١ + ٩ = ١٠	٢ + ٩ + ١١	٣ + ٩ = ١٢

١٠ - ١ = ٩
١٠ - ٢ = ٨
١٠ - ٣ = ٧
١٠ - ٤ = ٦
١٠ - ٥ = ٥
١٠ - ٦ = ٤
١٠ - ٧ = ٣
١٠ - ٨ = ٢
١٠ - ٩ = ١
١٠ - ١٠ =

٩ - ١ = ٨
٩ - ٢ = ٧
٩ - ٣ = ٦
٩ - ٤ = ٥
٩ - ٥ = ٤
٩ - ٦ = ٣
٩ - ٧ = ٢
٩ - ٨ = ١
٩ - ٩ = ٠

٨ - ١ = ٧
٨ - ٢ = ٦
٨ - ٣ = ٥
٨ - ٤ = ٤
٨ - ٥ = ٣
٨ - ٦ = ٢
٨ - ٧ = ١
٨ - ٨ = ٠

وهكذا

٣- يجب اعطاء أمثلة عديدة

وهكذا تركز على خاصية الابدال مثل حفظ حقائق الجمع والطرح :

٧ + ٣ = ١٠　　٥ + ٧ = ١٢　　٨ + ٦ = ١٤
٣ + ٧ = ١٠　　٧ + ٥ = ١٢　　٦ + ٨ = ١٤

حفظ حقائق الجمع والطرح :

يجب على الأطفال أثناء هذه الأنشطة المتنوعة البدء في تخصيص وقت لحفظ حقـائق الجمع والطرح التي بنوها . ونقدم فيما يلي بعض الأفكار عن حقائق الجمع والطرح .

لكى نقدر على الحساب بسرعة ودقة فاننا نحتاج الى حفظ بعـض الحقـائق العدديـة ومـن حسن الحظ أننا لا نضطر الى حفظ كثير جداً منها فيكفينا بالنسبة لحقائق الجمـع مـن ٠ + ٠ = ٠ حتى ٩ + ٩ = ١٨

ويمكن عرض حقائق الجمع في صورة جدولية كما يلي :

العدد الثانى

العدد الأول

+	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
٠	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
١	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
٢	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١
٣	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
٤	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣
٥	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤
٦	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥
٧	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦
٨	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧
٩	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨

بالنظر الى الجدول السابق نلاحظ ما يلي :

أ- يوجد نوع من التماثل حول القطر الرئيسي من ٠ الى ١٨ ، وينشأ ذلك من خاصية الابدال للجمع .

أي أنه بالنسبة لـ ٤ + ٥ = ٩ على أحد الجوانب فيوجد تناظر جمعى

٥ + ٤ = ٩ على الجانب الآخر من الخط .

ويعني ذلك أننا إذا فهمنا هذه الخاصية فيمكننا اختصار قدراً من الجهد اللازم لحفظ الحقائق . فمثلاً كما نحفظ ٣ + ٧ = ١٠ يجب علينا أن نحفظ ٧ + ٣ = ١٠ في نفس الوقت .

ب- جمع أي عدد مع الصفر لا يغير من العدد . أي أنه إذا فهمنا هذه الخاصية فلا داعي لحفظ أي حقيقة يكون الصفر أحد العددين المجموعين .

جـ- توجد حواصل جمع متنوعة والتي نتيجتها ٧ على سبيل المثال . وهي ٠ + ٧ ، ١ + ٦ ، ٢ + ٥ ، ٣ + ٤ ، ٤ + ٣ ، ٥ + ٢ ، ٦ + ١ ، ٧ + ٠ فإذا أجمعنا ٠ + ٧ ، ٧ + ٠ واستخدمنا خاصية الابدال أيضاً فعندئذ تكون أزواج الأعداد التي تعطي النتيجة ٧ بالنسبة للجمع هي ١ + ٦ ، ٢ + ٥ ، ٣ + ٤ ولهذا فبدلاً من حفظ ٨ حقائق مختلفة نحتاج الى أن نركز انتباهنا على ثلاث فقط أي أننا إذا أخذنا أ ، ب ، جـ في الأعتبار فعندئذ تكون أزواج الأعداد التي نحتاج الى حفظ حقائق الجمع الخاصة بها هي:

العدد الآخر من الزوج

	+	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
	١	٢								
	٢	٣	٤							
	٣	٤	٥	٦						
	٤	٥	٦	٧	٨					
أحد الأزواج	٥	٦	٧	٨	٩	١٠				
	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢			
	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤		
	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	
	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨

أي أنه يوجد ٤٥ زوجا مختلفا من الأعداد نحتاج لتعلم حقائق الجمع الخاصة بها منها ٩ تشمل جمع الواحد فقط (١ + ١ ، ٢ + ١ ، ٣ + ١ ، ....٩ +١)

وهذه سهلة الحفظ ولهذا فإنه في الحقيقة يوجد ٣٦ زوجا من الأعداد فقط والتي نحتاج الى أن نأخذها في الإعتبار عند حفظ حقائق جمع الأعداد .

وقد حللت حقائق الجمع تحليلاً عملياً وجمعت على أساس هذا التحليل في مجموعات

حسب صعوبتها وقد أوردها هندام وجابر (١٦) كما يلي :

المجموعة الصعبة جداً وعددها (٢٠) وهي :

٩ + ٨ ، ٨ + ٩ ، ٧ + ٩ ، ٩ + ٧ ، ٩ + ٦ ، ٦ + ٩ ، ٩ + ٥ ، ٥ + ٩ ، ٩ + ٤ ، ٤ + ٩ ، ٨ + ٥ ، ٥ + ٨ ، ٧ + ٦ ، ٦ + ٧ ، ٨ + ٧ ، ٧ + ٨ ، ٨ + ٦ ، ٦ + ٨ ، ٧ + ٥ ، ٥ + ٧ .

المجموعة الصعبة وعددها (١١) وهي :

٣ + ٩ ، ٧ + ٤ ، ٤ + ٧ ، ٣ + ٨ ، ٤ + ٨ ، ٣ + ٧ ، ٦ + ٥ ، ٥ + ٦ ، ٩ + ٩ ، ٨ + ٨ ، ٧ + ٧ .

المجموعة المتوسطة وعددها ٢٠ وهي :

٩ + ٣ ، ٨ + ٣ ، ٦ + ٣ ، ٧ + ٣ ، ٥ + ٣ ، ٤ + ٣ ، ٣ + ٦ ، ٨ + ٤ ، ٣ + ٤ ، ٣ + ٥ ، ٦ + ٦ ، ٤ + ٦ ، ٦ + ٤ ، ٢ + ٦ ، ٢ + ٧ ، ٢ + ٩ ، ٢ + ٥ ، ٢ + ٨ ، ٥ + ٤ ، ٤ + ٥

الجموعة السهلة وعددها ١٢ وهي :

٢ + ٣ ، ٣ + ٢ ، ٤ + ٢ ، ٢ + ٤ ، ٥ + ٢ ، ٦ + ٢ ، ٧ + ٢ ، ٨ + ٢ ، ٩ + ٢ ، ٣ + ٣ ، ٥ + ٥ ، ٤ + ٤ .

المجموعة السهلة جداً وتشمل كل الحقائق الباقية .

٨ + ٧   ٧ + ٧+١

وبالنسبة للحقائق الصعبة جداً فتوجد طريقتان لتسهيل حفظها :

الطريقة الأولى : يستخدم فيها التضعيف " فمثــلا عند اجــراء ٨ + ٧ يعرف الطفل أن ٧ + ٧ = ١٤ وبالنظر المدقق اليهما يجد أن ٨ + ٧ تزيد عن ٧ + ٧ بمقدار واحد وبالتالي فان المجموع سوف يزيد واحداً ويصير ١٥ وهكذا بالنسبة لبقية المجموعــة الصعبة جداً .

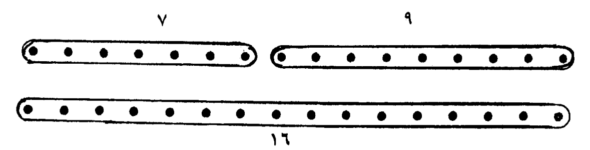
والطريقة الثانية : هي تكوين العشرة فعند اجراء ٩ + ٦ تكمل التسعة الى العشرة فنأخذ واحداً من الستة وبالتالي تصبح المسألة ١٠ + ٥ ومن السهل

على الطفل جمع عدد مع عشرة فيكون الناتج ١٥

ويمكن الاسـتعانة بوسائل ملموســة لتوضيح ٩ + ٦ كما بالشكل المقـابل .

حقائق الطرح :

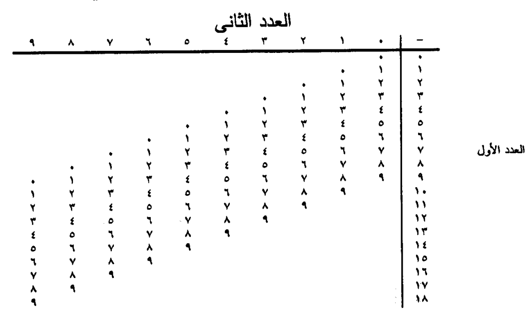
لقد ناقشنا الربط بين الجمع والطرح سابقاً وهذا الربط ركيزة أساسية في التعـامل مـع حقائق الطرح فمثلاً إذا كنا نعرف الحقيقة ٧ + ٩ = ١٦ وفكرنا فيها كما يلي :



عندئذ وبدون أي حفظ فسوف نرى أن ١٦ - ٧ = ٩ ، ١٦ - ٩ = ٧ .

ولسرعة الحساب فاننا نحتاج الى حفظ حقائق الطـرح وممـا يجعل عمليـة الحفـظ أسـهل استخدام الربط مع حقائق الجمع كما تجدر الاشارة الى أنه بـدلا مـن تعلم حقـائق الجمـع والطرح منفصلين عن بعضهما فإنه يجب النظر إلى كل العلاقـات بيـن ٧، ٩، ١٦ مثـلا أى أننا إذا أخذنا في الاعتبار ٧ + ٩ = ١٦ فيجب علينا أن نربطهـا بــ ١٦ - ٧ = ٩ ، ١٦ - ٩ = ٧ .

وحقائق الطرح التي يحتاج الأطفال لمعرفتها مبينة في الجدول التالي :



	العدد الثانى									
−	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
٠	٠									
١	١	٠								
٢	٢	١	٠							
٣	٣	٢	١	٠						
٤	٤	٣	٢	١	٠					
٥	٥	٤	٣	٢	١	٠				
٦	٦	٥	٤	٣	٢	١	٠			
٧	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	٠		
٨	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	٠	
٩	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	٠
١٠		٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١
١١			٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢
١٢				٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣
١٣					٩	٨	٧	٦	٥	٤
١٤						٩	٨	٧	٦	٥
١٥							٩	٨	٧	٦
١٦								٩	٨	٧
١٧									٩	٨
١٨										٩

العدد الأول

وعندما ننظر الى الجدول نرى ما يلي :

أ- لا يوجد محور تماثل كما في جدول الجمع وذلك لأن خاصيـة الابـدال لا تتحقـق فـي

الطرح أي ٧ – ٢   ٢ – ٧ على سبيل المثال .

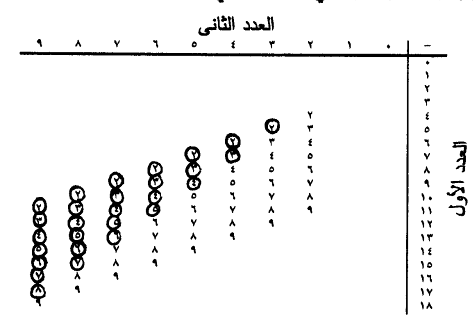
ب– توجد مائة حقيقة طرح معا (نفس عدد حقائق الجمع المبينة في الجدول والتدريب على حفظ كل هذه الحقائق ليس ضروريا لمايلي :

أولاً : إجابة الحقائق التي تتضمن طرح الصفر يمكن اعطاؤها بسهولة (٧ – ٠ = ٧ مثلا).

ثانيا : الحقائق التي تتضمن طرح الواحد تعتمد على القدرة على العد بالترتيب فقط فمثلاً ٧ – ١ = ٦ .

ثالثاً : الحقائق التي تتضمن طرح العدد من نفسه تعتمد على الحد الأدنى لفهم عملية الطرح فقط (٧ – ٧ = ٠) .

إذا حذفنا الحقائق التي في أولا وثالثا من حقائق الطرح المائة فان حقائق الطرح التي يجب حفظها مبينة في الجدول التالي :



ونلاحظ من الجدول السابق ما يلي :

١– في ١٣ – ٨ على سبيل المثال ١٣ هي العدد الأول ، ٨ هي العدد الثاني .

٢– الجزء اليساري العلوي من الجدول فارغ لأننا نحتاج الى السالب لملء الفراغ

٣– الجزء اليمينى السفلي من الجدول فارغ لأن نتائج الطرح تحتاج الى استخدام القيمة المكانية لايجادها .

كما نلاحظ من الجدول السابق أيضاً أن بعض الحقائق محاطة نتائجها بدائرة وذلك لأن كلا منها مرتبطة مع حقيقة أخرى بنفس الصف فمثلا ٩ – ٦ = ٣ مرتبطة مع ٩ – ٦ = ٣ وكلا منهما مبني على ٦ + ٣ = ٩ .

وهذا يؤكد مرة ثانية الحاجة الى النظر الى هذه الحقائق الثلاث معاً .

الجمع باستخدام القيمة المكانية

تأتي عملية الجمع بإستخدام القيمة المكانية بعد أن يتعلم الأطفال حقائق الجمع ويجب التأكد من حفظ الأطفال لهذه الحقائق وذلك لأن استخدام القيمة المكانية قبل التمكن من حقائق الجمع يربك الأطفال ويؤدي الى نتائج غير مرضية .

ويتم تقديم الجمع في هذه المرحلة في خكوات متتابعة :

أ- جمع عدد مكون من رقمين مع عدد مكون من رقم واحد وتسجيل عملية الجمع بالصورة الرأسية على الا يزيد مجموع الآحاد عن ٩ .

ب- جمع العقود (العشرات)

جـ- جمع عدد مكون من رقمين مع عدد مكون من رقمين بحيث يقل مجموع كل عمود عن عشرة وتستخدم أيضا الصور الرأسية .

د- توسع (جـ) بأمثلة يكون فيها المجموع الكلي للآحاد يساوي ١٠ وهذا مدخل لفكرة تغيير ١٠ (آحاد) بوحدة واحدة عشرية ويسجل ذلك في صورة رأسية أيضاً .

هـ توسع (د) بأمثلة يكون فيها مجموع الآحاد أكبر من عشرة وتقدم الصيغة المختصرة لتسجيل الجمع بالتدريج .

و- يمكن تقديم جمع ثلاثة أعداد أو أكثر (بحيث لا يكون المجموع أكبر من ٩٩) .

المواد والأدوات المطلوبة :

١- مصاصات قصيرة أو عصي أو ما شابه ذلك والتي سبق استخدامها عند تقديم الأعداد حيث يمكن الحصول منها على حزم وعصي مفردة .

٢- لوحة الجيوب .

٣- العداد .

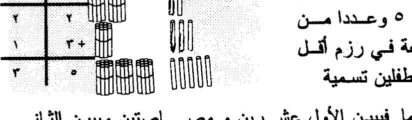
أنشـــطة

١- يطلب المعلم من أحد الأطفال أن يمثـــل العدد ١٣ بإستخدام المصاصات أو العـداد أو لوحة الجيـــوب ثم يطلب من آخر أن

يضيف ٤ مصاصات ويسأل عن الناتج ثم يسجل المعلم النشاط في صورة رأسية ثم يعطي أمثلة أخرى ولتكن ٣٢ يمثلها طفل

عشرات	آحاد
٣	٢
	٣+
٣	٥

ويضيف آخر ٣ مصاصات يسجل الجمع بصورة رأسية أيضاً بجانب التمثيل الحسي ويشرح المعلم الأعمدة الرأسية التي سبق الحديث عنها في القيمة المكانية . ويكرر النشاط مع أعداد مختلفة .



٢- يعرض المعلم على الأطفال ثلاث رزم (كل واحدة تحتوي على عشر مصاصات) ويسأل عن العدد فيجيب الأطفال ٣ عشرات (٣٠) . ثم يضيف أربع رزم ويسأل السؤال نفسه ثم يسأل عن المجموع ويتوصل الى ٣ عشرات زائد ٤ عشرات يساوي ٧٠ . وتسجل بالصورة الرأسية كما في الشكل المقابل ويكرر النشاط السابق بعقود مختلفة في كل مرة .

عشرات	آحاد
٣	٠
٤	٠+
٧	٠

٣- يوزع المعلم على كل طفلين عدداً من المصاصات يقل عن ٥ وعددا من المصاصات المجمعة في رزم أقل من ٥ ويطلب من أي طفلين تسمية الأعداد التي بحوزتهما فيبين الأول عشرين و مصاصتين ويبين الثاني عشرة واحدة وثلاث مصاصات ويحسب الطفلان عدد المصاصات الموجودة معهما ويقومان بوضع المصاصات الفردية مع بعضها ويعدونها (٥) ثم يقومان بعد الرزم معاً ويقولون ثلاث ويسجل النشاط في صورة رأسية كما بالشكل المقابل.

عشرات	آحاد
٢	٢
١	٣+
٣	٥

ويتطلب هذا النشاط التمكن من جمع عدد مكون من رقمين مع عدد مكون من رقم وأيضاً جمع العقود . ويكرر النشاط السابق بأزواج أخرى من الأعداد مع مراعاة أن مجموع أي عمود لا يزيد عن ٩

٤- يكرر النشاط ٣ ولكن نختار عددين بحيث يكون مجموع الآحاد عشرة مثلاً (١٣،٧٢) فعندما يضع الطفلان المصاصات معا فيجدان أن لديهما عشر مصاصات في الآحاد فيناقش المعلم معهما تغيير هذه العشر مصاصات الى حزمة واحدة فتصبح واحدعشرة ويجب أن يربطها الطفلان ويحركانها الى العشرات فيجد ان الآن ٤ حزم في العشرات ولا توجد حزم في الآحاد وعلى المعلم التأكد من أن جميع الأطفال فهموا أن المصاصات معا ٤٠ .

ب

آحاد	عشرات
٧	٢
+ ٣	١

جـ

آحاد	عشرات
٧	٢
٣	١
١٠	

د

آحاد	عشرات
٧	٢
٣	١
٠	

هـ

آحاد	عشرات
٧	٢
٣	١
٠	٤

أ

ثم يكرر النشاط وفي كل مرة يسجل العمل على السبورة حيث يوضح الشكل (أ) ما تم عمله باستخدام المصاصات ويبين الشكل (ب) أن ما يجري هو عملية جمع ويبين الشكل جـ الحصول على عشرة حيث وضعت العشرة منقطة ثم تمحى العشرة وتنقل الى عمود العشرات بواحد كما بالشكل (د) ثم نجمع عمود العشرات فينتج ٤ ويكون الناتج النهائي ٤٠ كما بالشكل (هـ) .

٥- يكرر نشاط ٤ مع أزواج من الأعداد بحيث يكون مجموع الآحاد عشرة وحاصل الجمع النهائي لا يكون أكبر من ٩٠ .

٦- يكرر النشاطان السابقان ٤ ، ٥ باستخدام شرائط العدد الملونة حيث يغير كل طفل شريطي ٧ ، ٣ معا بشريط واحد ١٠ وهذا يوضح التغيير بطريقة جيدة .

٧- يكرر نشاط ٣ مع اختيار عددين بحيث يكون مجموع الآحاد فيهما أكبر من عشرة مثلاً (٢٧ ، ١٦) . ويمكن استخدام قطع دينيز في توضيح الخطوات كما يلي :

آحاد	عشرات
٧	٢
٦+	١

آحاد	عشرات
٧	٢
٦+	١
١٣	٣

آحاد	عشرات
٧	٢
٦+	١
٣	٤

٨- يكرر النشاط السابق لأزواج مختلفة من الأعداد والتي حاصل جمع الآحاد فيها أكبر من عشرة ولكن بحاصل جمع نهائي لا يزيد عن ٩٩ .

٩- تستخدم الأعمدة الرأسية في التدريب على جمع ثلاثة أعمدة مجموعهم أقل من أو يساوي ٩٩ ويفضل في هذه المسائل كتابة كلمة جمع وحذف علامة (+) حتى لا يضطر البعض وضعها مرتين . وفي بعض المسائل قد نحمل ٢ عشرة من الآحاد الى العشرات وهذه الخطوة تحتاج الى مزيد من الايضاح .

اجمع	
آحاد	عشرات
٤	٢ ①
٧	١
٢	٣
٣	٧

١٠- إذا اعتقد المعلم أن اطفاله تمكنوا من عمليات الجمع عددين مجموعهما أكبر من ١٠٠ في هذه المرحلة (مثلا ٦٢ + ٤٦ ، ٧٥ + ٥٨) .

وفي هذه الحالة يجد الأطفال أنه يوجد عشر عشرات أو ولهذا يستخدمون حزمة كبيرة مكونة من ١٠ عشرات (١٠ حزم كل حزمة عشرة) ويضعون الحزمة الكبيرة في عمود ثالث يسمى المئات (واحد مائة) وإذا فهم الأطفال العمل مع الآحاد والعشرات في صورة رأسية فانهم سوف يجدون أنفسهم مستمرين في نفس الاتجاه .

ومن الممكن استخدام العداد الثلاثي عند ايجاد ناتج ٧٥ + ٥٨ مثلا . حيث يعطي المعلم أحد الأطفال عدادا مع الحلقات ويطلب منه تمثيل الجملة ٧٥ + ٥٨ ثم اجراء عملية الجمع ويوضح الشكل التالي مراحل اجراءات الحل.

آحاد	عشرات	مئات
٥	٧	
٨ +	٥	

آحاد	عشرات	مئات
	①	
٥	٧	
٨ +	٥	
٣		

آحاد	عشرات	مئات
	①	
٥	٧	
٨ +	٥	
٣	٣	

آحاد	عشرات	مئات
		①
٥	٧	
٨ +	٥	
٣	٣	١

١١- يرسم المعلم على السبورة الجدول المقابل ويطلب من أحد الأطفال اجراء الجمع باستخدام الرسم ٦٤ + ٧٨ .

آحاد	عشرات	مئات
	①	①
١١١١	١١١١١١	
١١	١١١١	

١٢- تستخدم طريقة نشر الأعداد (المفكوك العشري) في ايجاد ناتج ٦٤ + ٧٨ كما يلي :

٦٤ + ٧٨	٤ آحاد + ٦ عشرات ٨ آحاد + ٧ عشرات	٤ + ٦ × ١٠ ٨ + ٧ × ١٠
	١٢ آحاد + ١٣ عشرات ٢ آحاد ٣ عشرات ١ آحاد + ١٠ عشرات ٢ آحاد + ٤ عشرات + مائة	١٢ + ١٣ × ١٠ ٢ + (١×١٠ + ١٣ × ١٠) تجميع ٢ + (١+١٣) × ١٠ ٢ + ١٤ × ١٠ ٢ + (٤ + ١٠) × ١٠ ٢ + ٤ × ١٠ + ١٠ × ١٠ ٢ + ٤٠ + ١٠٠
١٤٢		١٤٢

١٣- بعد التأكد من فهم الأطفال للعملية بعد استخدام العداد والرسم يمكن تقديم الصورة المختصرة مع كتابه آحاد وعشرات ومئات وعند تأكد المعلم من تمكن أطفاله من الجمع السابق يمكن حذف الجدول نهائياً واعطاؤهم مسائل على الصورة المختصرة هكذا .

آحاد	عشرات	مئات
	١	١
٤	٦	
٨	٧	
٢	٤	١

١٤- يمكن توسيع النشاط ١٣ السابق بإعطاء جمع عددين يتألف كل منهما من ثلاثة أرقام على أن يكون المجموع أقل من ١٠٠٠ ويمكن استخدام العداد وقطع دينيز في توضيح ذلك مع استخدام الرسم أيضا

مئات	عشرات	آحاد
١	١	
١١	١١١١١	١١١١١١١
١١١	١١١١١١١١	١١١١١
١١١١١١	(١١١١١١١١١١١١١١)	(١١١١١١١١١١١١)
	١١١١	١١

ويوضح المعلم خطوات (اجراءات) الجمع ٢٥٧ + ٣٨٥ كما يلي :

أ- اجمع الآحاد
٧+٥=١٢ آحاد
أعد تسمية الآحاد
١٢آحاد=١عشرة،٢آحاد

ب- اجمع العشرات
١+٥+٨=١٤ عشرات
أعد تسمية العشرات
١٤عشرة=١مائة،٤عشرات

جـ- اجمع المئات
١+٢+٣=٦ مئات
اعد تسمية المئات

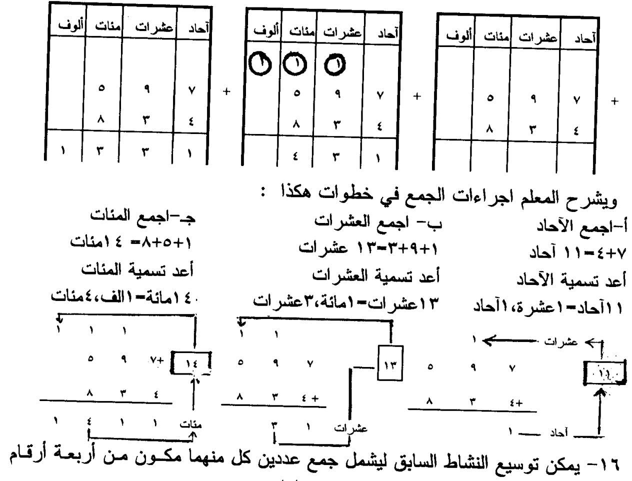
```
١٢ → عشرات ١          ١٤ → ١              ١   ١
   ٢  ٥  ٧               ٢  ٥  ٧           ٢  ٥  ٧
   ٣  ٨  ٥ +             ٣  ٨  ٥           ٣  ٨  ٥ +
   ----------            ----------        ----------
   آحاد ٢                   ٤  ٢           ٦  ٤  ٢
```

١٥- يمكن أيضا توسيع النشاط السابق باعطاء جمع عددين يتألف كل منهما من ثلاثة أرقام مع الحمل من الآحاد والعشرات والمئات ويمكن أيضا استخدام العداد الرباعي وقطع دينيز والرسوم.

وفي النشاط التالي يعطي المعلم كل مجموعة من الأطفال عدادا ويكتب على السبورة جملة جمع مثل

```
  ٥٩٧
+ ٨٣٤
-----
```

ويطلب من الأطفال تمثيلها على العداد واجراء الجمع ويوضح الشكل التالي الخطوات :



١٦- يمكن توسيع النشاط السابق ليشمل جمع عددين كل منهما مكـون مـن أربعـة أرقـام وأكثر باستخدام نفس الوسائل ونفس الاجراءات

١٧- يمكن استخدام نفس الأدوات والاجراءات السـابقة فـي جمـع أكثر مـن عدديـن مـع الحمل حيث يكتب المعلم ٣ أعداد على السبورة كل منها مؤلف من ٤ أرقام ويطلـب من أحد الأطفال تمثيلهـا علـى عـداد لجمعهـا ويوضـح لهـم أن الخطـوات تبـدأ بضـم حلقات الآحاد أولا وكل عشر منها تستبدل بواحدة تضـاف الـى عمـود العشـرات ثـم تضم حلقات العشرات وتستبدل أيضا كل عشر منها بمائة وتكرر هذه العملية حسـب الأعداد .

الطرح بإستخدام القيمة المكانية

مقـــدمة

انه لمن الضروري – قبل البدء في مناقشة أساليب تقديم استخدام القيمـة المكانيـة فـي

الطرح للأطفال – أن نعمل تفكيرنا في الطرق المتنوعة والتي يمكن استخدامها في طرح ٤٥ – ٢٧ مثلاً وتلك هي الطرق :

أ– العد على Counting on

أضف	٣	الى	٢٧	لتكون	٣٠
أضف	١٠	الى	٣٠	لتكون	٤٠
أضف	٥	الى	٤٠	لتكون	٤٥

٣ + ١٠ + ٥ = ١٨ ، ولهذا يجب إضافة ١٨ الى ٢٧ لتكون ٤٥

اذن الفرق بين ٤٥ ، ٢٧ هو ١٨

اذن ٤٥ – ٢٧ = ١٨

تستخدم هذه الطريقة غالبا في الأسواق ومحلات البقالة .

ب– التفكيك Decomposition

إذا تعاملنا أولا مع الآحاد نجد أنه ليس بالامكان طرح ٧ من ٥ ولهـذا نأخذ واحدا من خـــانة (عمود) العشرات ونغيره الى عشرة آحاد كما هو مبين .

آحاد	عشرات
٥	٤
٧ –	٢

آحاد	عشرات
١٥	~~٤~~ ٣
٧ –	٢

والآن يكتمل التفكيـر الحقيقي ، ويمكننـــا الآن التعامل مع الآحاد بطريقتين

آحاد	عشرات
١٥	~~٤~~ ٣
٧–	٢
٨	

الأولى : بطـرح ٧ من ١٥ (١٥ – ٧ = ٨) .

والثانية : بطرح ٧ من ١٠ واضافة ٥ الى النتيجـة (١٠ – ٧ = ٣ ، ٣ + ٥ = ٨) .

ويجب ملاحظة أنه إذا استخدمنا الطريقة الأولى فيجب أن تكون كل حقائق الطرح حتى ١٨ – ٩ معروفة تماماً .

وبالنسبة للطريقة الثانية يكفي معرفة الطرح من ١٠ فقط .

آحاد	عشرات
١٥	~~٤~~ ٣
٧–	٢
٨	

والآن نكمل الحل بالتعـامل مـع العشـرات (٣ – ٢ = ١) وتتضمن اللغة المصاحبـة لهذه الطريقة ما يلي :

خذ واحدا من الأربعة عشرات وغيره بعشرة آحاد وهذا يصف ما يحدث ببساطة ودقة .

جـ- الجمع المتساوي Equal Addition

عشرات	آحاد
٤	٥
٢	٧-

بالتعامل أولا مع الآحاد نجد أنه ليس بالامكان طرح ٧ من ٥ .

ولهذا نضيف عشر آحاد الى الآحاد وفي نفس الوقت نضيف الى عمود العشرات في الـ ٢٧

ونسجل الجمعين كما هو مبين .

عشرات	آحاد
٤	٥ (١٠)
٢ (٣)	٧ -
	٨

نتعامل الآن مع طرح الآحاد باحدى طريقتي التفكيك التي وصفناها سابقا .

عشرات	آحاد
٤	٥ (١٠)
٢ (٣)	٧ -
	٨

ثم نكمل الطرح بالتعامل مع العشرات (٤ - ٣ = ١)

عشرات	آحاد
٤	٥ (١٠)
٢ (٣)	٧-
١	٨

تتضمن اللغة المصاحبة لهذه الطريقة عبارة مثل " اجمع عشرة آحاد الى الخمس آحاد (في العدد ٤٥) وفي نفس الوقت أضف واحد عشرات الى الاثنين عشرة (في العدد٢٧)

هذه الطريقة تستخدم المسلمة التي تقول " أن الفرق بين عددين يظل ثابتا إذا أضفنا نفس العدد الى كل منهما فعلى سبيل المثال ٨ - ٥ = ١٨ - ١٥ = ٢٨ - ٢٥ = ١٠٨ - ١٠٥ وفي المثال المبين (٤٥ - ٢٧) أضفنا عشرة آحاد الى خمس آحاد (في الـ ٤٥) للحصول على مزيد من الآحاد وفي نفس الوقت أضفنا ١ عشرة الى ٢ عشرات (في الـ ٢٧)

وهذا ليس صعب الفهم بالنسبة لنا ولكنه معقد بالنسبة للأطفال الصغار والذي يجعله أكثر صعوبة الى حد ما وأكثر تعقيدا هو الحقيقة التي مفادها: بالرغم من أن الأطفال يطرحون Taking Away إلا أن الطريقة المستخدمة تعتمد على "ما الفرق"

الطرح بالتفكيك Decomposition أكثر سهولة في الشرح والفهم ويفضل على الاضافات المتساوية Equal Additions يجب أن يألف الأطفال مع فكرة العد على Counting on ولكنها تحتاج الى مزيد من الوقت عندما تكون الأعداد المستخدمة كبيرة

(مثلا ٣٦٥٤ –١٣٦٧) ولهذا فان الطريقة التي سنستخدمها في هذا الكتاب هي الطرح بالتفكيك .

وفيما يلي أحد الأساليب المقترحة لتقديم الطرح باستخدام القيمة المكانية .

١- تأكد من أن كل طفل يعرف كل حقائق الطرح من ١٠ (مثلا ١٠ – ٤ = ٦ ، ١٠ – ٨ = ٢ ، .... وهكذا) وذلك لأنه بدون هذه المعرفة فإن الطفل سيبدد وقته في الاستمرار في عمليات طرح أكثر تعقيدا . ثم اعط تدريبات إضافية على تعلم كل حقائق الطرح حتى ١٨ – ٩ = ٩ .

٢- قدم طرقا لطرح عدد يكون من رقم واحد من ٢٠ (مثلا ٢٠ – ٤) ثم بعد ذلك عدد مكون من رقم واحد من ٣٠ ، ٤٠ ، .... ، ٩٠ (مثلا ٣٠ – ٤ ، ٥٠ – ٩ ، ٨٠ – ٦ ...) وهكذا.

٣- قدم طرقا لطرح عدد مكون من رقمين من ٢٠ ، ٣٠ ، ٤٠ ....، ٩٠ مثلا (٣٠ – ١٧ ، ٥٠ – ٢٤ ، ٩٠ – ٦٣ ، ....) وهكذا .

٤- ويأتي بعد ذلك طرح عدد مكون من رقم واحد من عدد مكون من رقمين (٤٧ – ٥ ، ٣٣ – ٩ ، ٥١ – ٤ ، .... ، وهكذا

٥- طرح عدد مكون من رقمين من عدد مكون من رقمين (٥٦ – ٢٤ ، ٨٢ – ١٩ ، ٥٨ – ٣٩ ، ....وهكذا

٦- وسع الطرق المستخدمة في (٥) لتحتوي على أعداد كبيرة .

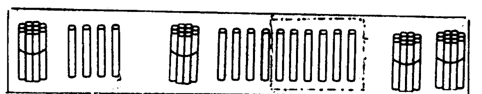
أنشـــطة :

المواد والأدوات المطلوبة :

نفس الأدوات التي استخدمت في تقديم الجمع وهي العداد – المصاصات – قطع دينيز – شرائط العدد الملونة .

١- يجب اعطاء تدريبات وأنشطة للتأكد من تمكن الأطفال من حقائق الطرح حتى (١٨-٩) التي تم وصفها سابقاً .

٢- يعطي المعلم أحد الأطفال حزمتين (٢ عشرة) ويطلب منه فك احداهما لتصبح عشر مصاصات ويطلب منه تحريك ٦مصاصات وايجاد العدد الباقي ويسير النشاط كالتالي :



يشرح المعلم مافعله الطفل ويسجل الإجراءات التي اتبعها الطفل كما يلي :

آحاد	عشرات
٠	٢
- ٦	

آحاد	عشرات
١٠	١
~~٠~~	~~٢~~١
- ٦	

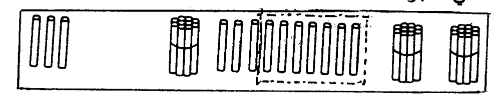
آحاد	عشرات
١٠	١
~~٠~~	~~٢~~
- ٦	
٤	١

يجب تكرار هذا النشاط لكل عمليات الطرح الممكنة والتي تتضمن طرح عدد مكون من عشرين (٢٠ - ٣ ، ٢٠ - ٩ ، ....) ثم يتسع النشاط ليشمل طرح عدد مكون من رقم واحد من ٣٠ ، ٤٠ ، ...... ، ٩٠ .

٣- يستخدم الأطفال شرائط العدد الملونـة حيث يضعـون شـريطين ١٠ بجـانب بعضهـا ليكونا ٢٠ ثم يسأل المعلم السؤال التالي ما الشريط الـذي يبقـى إذا حركنـا شـريط ٦ من شريط ٢٠ ؟

احدى طرق الحصول على الاجابة هو تبديل شريط ١٠ بعشرة شرائط من شريط ١ وبعد تحريك ست شرائط ١ يبقى ٤ شرائط من شريط ١ وشريط واحد مـن شـرائط ١٠ أي يكون الناتج ١٤ كما يمكن الحصول على نفس النتيجة أيضـاً بتبديل شـرايط ١٠ بشريط ٤ وشريط ٦ .

٤- يكرر الأطفال نشاط ٢ ولكن الطرح الآن عبارة عن طـرح عـدد مكـون مـن رقمين من ٢٠ ، ٣٠ ، .... ٩٠ ويطلب المعلم من أحد الأطفـال اجـراء عمليـة طـرح ٢٠ - ١٧ باسـتخدام المصـاصـات وذلـك بـأن يعطيـه حزمتيـن ويطلـب منـه تحريك ١٧ منهما فيستخدم الطفل أحد الحزمتين ويفكها ثم يضـع العشـر مصاصـات منفصلة ويحـرك منهـا ٧ مصاصـات فيبقـى ٣ مصاصـات منفـردة ويوضـح الشـكل التالي الاجراءات .



آحاد	عشرات
٠	٢
- ٧	١

آحاد	عشرات
١٠	١
~~٠~~	~~٢~~
- ٧	١

آحاد	عشرات
١٠	١
~~٠~~	~~٢~~
- ٦	١
٣	**٠**

ويجب تكرار هذا النشاط بالنسبة للأعداد الأخرى المكونة من رقمين والمحصورة بين ١٠ ، ٢٠ ثم يمتد النشاط لعمليات طرح من ٤٥ ، ٥٠ .... ، ٩٠ مثل (٣٠ - ١٧ ، ٥٠ - ١٢ ، ٨٠ - ١٤ ، ....)

وعندما يثق الأطفال في التعامل مع عمليات طرح من هذا النوع يمكنهم التعامل مع طرح أي عدد مكون من رقمين من ٣٠ ، ٤٠ ، ٩٠

مثلا (٣٠ - ٢٤ ، ٦٠ - ٤٧ ، ٨٠ - ٥٨ ، ......)

٥- يوزع المعلم على كل مجموعة من الأطفال بعض قطع دينيز للأساس عشرة ويكتب على السبورة ٤٢ - ٢٧ حيث يأخذ الأطفال في تحويل إحدى قطع العشرات الى وحدات فيصبح لديهم ١٢ وحدة ، ٣ عشرات يأخذون منها ٧ وحدات ، ٢ عشرات فيبقى ٥ وحدات ، ١ عشرة

ويسجل النشاط كما يأتي :

آحاد	عشرات
٢	٤
-٧	٢

آحاد	عشرات
١٢ ~~٢~~	٣ ~~٤~~
- ٧	٢
٥	**١**

ويكرر الأطفال النشاط لعدة عمليات طرح تتضمن تغيير ١ عشرة بـ ١٠ آحاد وعلى المعلم محاولة أن يكون التغيير موضحا بدقة والا سوف تحدث أخطاء .

طرح الأعداد الكبيرة

يكتب المعلم مسألة طرح على السبورة مثل ١ ٢ ٣ ويعطي أحد الأطفال مجموعة قطع دينيز ويطلب منه تمثيل المسألة . -٤ ٥ ١

مئات	عشرات	آحاد
~~٣~~ ٢	~~٢~~ ١ ١١	~~١~~ ١١
١	٥	٤ -
١	٦	٧

~~٣~~ ٢	~~٢~~ ~~١~~ ١١	~~١~~ ١١
١	٥	٤ -
١	٦	٧

ويبدأ المعلم في اعطاء أطفاله مسائل طرح متنوعة بحيث يظهر الصفر في العشرات مثل ٥٠٦ - ٢٣٨ حيث يشرح لهم المسألة في خطوات كما يلي :

١- نطرح الاحاد فنجد أن ناتج ٦ - ٨ لا يعطى عددا كليا ولذلك نفك أو نعيد تسمية رقم العشرات وهو الصفر مع الآحاد للحصول على مزيد من الأعداد

٢- نعيد تسمية المئات لتصبح ٤- مئات وتسع عشرات وعشرة

٣- نطرح هكذا
١٦ - ٨ = ٨
٩ - ٣ = ٦
٤ - ٢ = ٢

٥	٠ (لا)	٦
٢	٣	٨ -

٤	٩	١٦
~~٥~~	~~٠~~	~~٦~~
٢	٣	٨ -

٤	٩	١٦
~~٥~~	~~٠~~	٦
٢	٣	٨ -
٢	٦	٨

بعد التمكن من طرح عددين يتألف كل منهما من ثلاثة أرقام يمكن توسيع الخطوات لتشمل الأعداد المكونة من أربعة أرقام وأكثر على أن نفك الألف الواحد بعشر مئات ويمكن استخدام قطع دينيز أو العدادات :

مثال ٧٥١٦ - ٣٨٢٧

٦	١٤	١٠	١٦
٧	~~٥~~	~~١~~	~~٦~~
٣	٨	٢	٧ -
٣	٦	٨	٩

تعليق ومتابعة

يمثل الجمع والطرح نصف ما يسمى بالعمليات الأساسية في المرحلة الإبتدائية ولهـذا يجب أن نبذل جهداً كبيرا في تقديمهما للأطفال .

ومما يساعدنا على تمكن الأطفال مـن الجمـع والطـرح التعـامل مـع الوسـائل المحسوسـة والأنشطة العملية التي يقوم بها الأطفال بأنفسهم تحت اشراف المعلم ليتعلمـوا مـن خـلال العمل وليطوروا أفكارهم الرياضية .

ويجب أن يبدأ تقديم الجمع والطرح على مراحل كما أوضحنا سـابقا نركـز فـي المرحلـة الأولى على أنشطة الضم والفصل بين مجموعات متشـابهة العنـاصر ثـم يلـي ذلـك تعلـم حقائق الجمع والطرح الأساسية وفي هذه المرحلـة ينبغـي أن يتـدرب الطفـل علـى حفـظ الحقـائق حتـى يصبـح اسـتخدامه لهـذه الحقـائق آليـا فيمـا بعـد أي تكـون لـه القـدرة علـى الحساب بسرعة ودقة .

كما يجب أن تصمم أنشطة يستمتع بها الأطفال وهم ينفذونها كما يجب أن تناقش حقـائق الجمع والطرح بدقة حتى نساعد الأطفال على حفظها .

ولكى يتعلم الطفل حقائق الجمع والطرح بفعالية واستمتاع يجب عليه أن :

١- يفهم عمليتي الجمع والطرح (+ ، -) .

ب- يفهم الربط بين الجمع والطرح .

ج- يكتسب خبرة في بناء وحفظ كل حقيقة .

د- يفهم الحقيقة التي تتعلق بالصفر بالنسبة للجمع والطرح .

هـ- يفهم خاصية الابدال بالنسبة للجمع .

و- يتدرب كثيرا على تعزيز وتقوية حفظ الحقائق .

وإذا ركزنا على النقطة الأخيرة فقط " و " فسوف يكـون ذلـك تدميرا للوقـت والجهـد وغالبا ما يكون شديد الاحباط لأنه بدون الخلفية المعرفية التي تتضمن من أ - هـ يمكـن أن يتعلم الأطفال مثل الببغاء فقط وقد لا يكون للحقائق معنى حقيقي بالنسبة لهم.

ويجب أن يعرف المعلم أن الفهم الكـامل لبعـض الأفكـار المتضمنـة سـلفا مـن (أ - و) يأتي ببطء لكثير من الأطفال مثل الابدال في الجمـع . كمـا أن فهـم خاصيـة الصفـر فـي الجمع تأتي فقط من خلال الممارسة .وعندما يتمكن الأطفال من بناء وحفظ الحقائق التي نتائجها أقل من أو يساوي عشرة يمكن أن يستمروا مـن خـلال الأنشـطة الموجهـة فـي الحقائق المتبقية حتى ٩ + ٩ = ١٨ .

وفي كل مرة من مراحل تقديم حقـائق الجمـع يجـب تقديـم حقـائق الطـرح المنـاظرة مـن خلال أنشطة عديدة ومختلفة أي على الأطفال أن يفهموا الربط بين الجمع والطرح فهمـا كاملا لأنه إذا فهمت حقائق الجمع فسوف يكون من السهل بناء وحفظ حقائق الطرح .

ومن الأنشطة المفيدة لحفظ حقائق الجمع .

١- استخدام التاريخ :

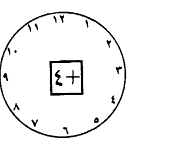
يمكن استخدام دقائق قليلة يوميا يكتب خلالها الأطفال حقائق مختلفة قدر امكانهم عندما يكون لديهم اليــوم . في الشهر كإجابة فمثلا في ١٢ ذو الحجة يمكنهم كتابة كل أو بعض الحقائق التالية:

٩ + ٣ = ١٢ ، ٣ + ٩ = ١٢ ، ٨ + ٤ = ١٢ ، ٤ + ٨ = ١٢

٧ + ٥ = ١٢ ، ٥ + ٧ = ١٢ ، ٦ + ٦ = ١٢ .

٢- استخدام الساعة :

يمكن استخدام الساعة ففى أي يوم على سبيل المثال يمكن للمعلم أن يضع بطاقة مكتوبا عليها + ٤ على وجه الساعة كما هو مبين ثم يضيف الأطفال ٤ لكل عدد من الأعداد من ١ - ١٢ على التوالي .



ويضيف مثل هذا النوع من التدريب اثراء وتنوعا لعملية التعلم ويستمتع به الأطفال .

ثم تأتي بعد ذلك مرحلة استخدام القيمة المكانية وهي مرحلة هامة أيضا وأساسية وتحتاج لجهد ووقت كبيرين حتى يتمكن الأطفال منها ويجب استخدام الوسـائل التـي تـم وصفهـا سابقا كقطع دينيز والعـداد ولوحـة الجيـوب والمصاصـات وشـرائط العدد الملونـة وهـذه المرحلة مرتبطة ارتباطا كبيرا بالجمع والطرح علـى الأعداد الكبـيرة ففـي الجمـع علـى الأعداد الكبيرة بالنسبة للأطفال إذا :

أ - فهموا القيمة المكانية فهما كاملا وامتدادها الى ما بعد المئات .

ب- عرفوا حقائق الجمع (حتى ٩ + ٩ = ١٨) .

فعندئذ سوف لا يجدون صعوبة كبيرة في اجراء عمليات جمع تشمل أعدادا مـن المئـات والآلاف وهكذا .

وأن أي أخطاء تحدث سوف يكون سببها الرئيسي إما " أ " أو " ب " وفي أحيـان اخـرى قد ترجع الأسباب الى عدم العناية ووضع الأعداد تحت بعضها بطريقة غير سليمة أثنـاء اجراءات حل المسائل .

وفي الطرح :

يحتاج الأطفال كما في الجمع الى :

أ- فهم كامل للقيمة المكانية .

ب- معرفة حقائق الطرح (حتى ١٨ - ٩ = ٩) .

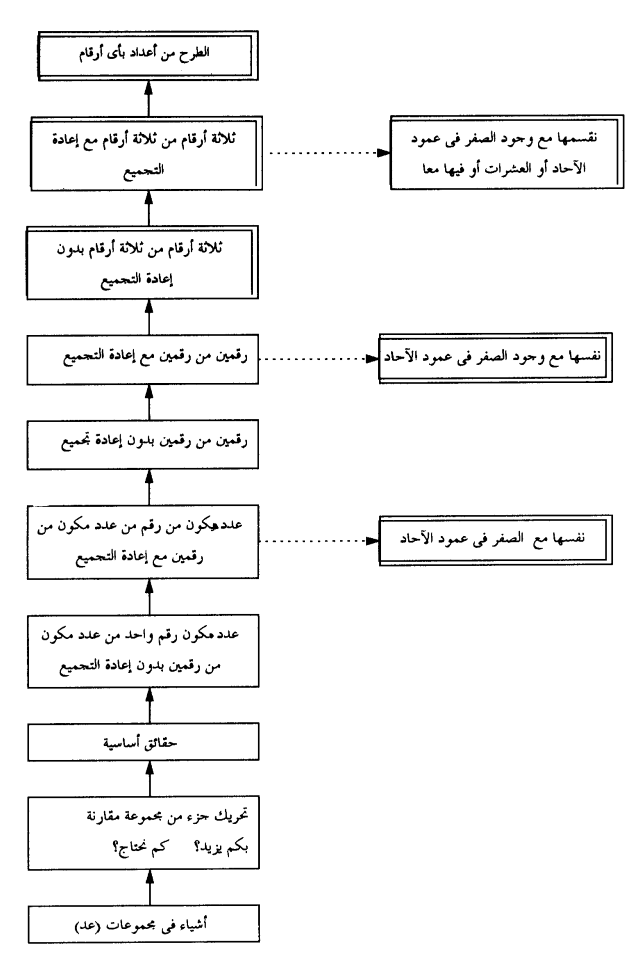
وإذا تمكن الأطفال من أ ، ب فيمكنهم التحرك نحو الأعداد الكبيرة بدون صعوبات كبيرة.

وعمليات الطرح مثل ٤٠٠٠ - ٢٧٣ لا تحتاج الى افتراضات خاصة . ويمكن للأطفال أن يرتبكوا بسرعة . ويعرف المعلمون ذوي الخبرة أن ذلك يحدث ولهذا يجب أن يأخذوا حذرهم ويعتنوا بدرجة كبيرة عند التعامل مع أنواع الأمثلة المناظرة في العمل المبكر .

ويعني ذلك أن الأطفال في المستوى الأول يجب أن يتمكنوا من طرح عدد مكون من خانة واحدة من ١٠ .

وفي المستوى الثاني يجب أن يتدرب الأطفال بوفرة على الطرح من ١٠٠ ويجب مناقشة أمثلة مثل ١٠٠ - ٥ ، ١٠٠ - ٣٠ ، ١٠٠ - ٣٥ بانتظام لمساعدة الأطفال على تكوين صورة في أذهانهم لما يقومون به من عمل .

ويمكن أن يلي الطرح من ١٠٠ الطرح من ٢٠٠ ، ٣٠٠ ، ..... ، ٩٠٠ وبعد ذلك الطرح من ١٠٠٠ حيث يمكن التعامل معه بنفس الأساليب التي وصفت سابقا ويبين الشكل التالي خطوات تعلم الطرح وهي خطوات في تسلسل هرمي حيث تمثل القاعدة أبسط المهارات ثم تتدرج في الصعوبة مع ملاحظة أن كل خطوة متطلب للخطوة التي تعلوها كما أن هذه الخطوات لا تتعامل مع صف دراسي بعينه بل منتشرة على عدة صفوف دراسية .



مراحل تعلم الطرح

الأخطاء الشائعة في الجمع

١- أخطاء في التجميع Combination
٢- العــــــد
٣- جمع أخر عدد محمول
٤- نسيان جمع العدد المحمول
٥- تكرار عمل بعد عمله بصورة جزئية
٦- جمع العدد المحمول بطريقة غير منظمة
٧- عدم وضع الأرقام تحت بعضها .
٨- حمل رقم الآحاد في المجموع
٩- حمل رقم خطأ
١٠- فصل الأعداد الى أجزاء
١١- استخدام عملية أساسية بطريق الخطأ
١٢ عدم وضع رموز الأعداد (الأرقام) في أثناء الجمع في خاناتها المناسبة .
١٣- أخطاء في قراءة الأعداد
١٤- وضع الأرقام بجانب بعضها دون القيام بعملية الجمع
١٥ عدم المبالاة بعمود الآحاد
١٦- أخطاء في كتابة الاجابة
١٧- القفز من عشرة الى اخرى متخطيا ما بينها
١٨- الحمل في الوقت الذي لا يوجد فيه عدد يحمل
١٩- جمع أجزاء واعطاء الناتج الخاص بالأجزاء كناتج كلي (عند جمع ثلاثة أعداد)
٢٠-جمع نفس الخانة في عمودين
٢١- كتابة الرقم المحمول في الاجابة
٢٢- جمع نفس الرقم مرتين
٢٣- حذف خانة واحدة أو أكثر .
٢٤- جمع الآحاد والعشرات وتسجيلها دون اعتبار للقيمة المكانية
٢٥ - جمع كل الأرقام معا (عدم اعتبار للقيمة المكانية)

الأخطاء الشائعة في عملية الطرح

١- أخطاء في التجميع
٢- العــــــد
٣- عدم السماح بالتفكيك
٤- أخطاء بسبب الصفر في المطروح منه

٥- فصل الأعداد Split Numbers
٦- التنقيص من المطروح منه بعد التفكيك عندما لا تكون هناك حاجة للتفكيك
٧- اهمال خانة
٨- طرح الرقم الأصغر من الرقم الأكبر دون الأخذ في الاعتبار المطروح والمطروح منه .
٩- طرح عشرة من خانة العشرات بصورة آلية
١٠ -التفكيك من منزلة دون تنقيصها
١١- الجمع بدل الطرح
١٢- أخطاء في القراءة
١٣- استخدام نفس الخانة في عمودين
١٤- حذف عمود
١٥- استخدام جمع المحاولة والخطأ
١٦-أخطاء عندما تكون بعض خانات المطروح والمطروح منه متساوية
١٧- انقاص اثنين من المطروح منه بدلا من واحد بعد التفكيك
١٨- استخدام المطروح منه أو المطروح كباقي الطرح
١٩- تداخل العمليات مع القسمة أو الضرب
٢٠- القفز عشرة أو عدة عشرات
٢١- الزيادة في خانة المطروح منه بعد التفكيك
٢٢- بناء الطرح على تكرار الضرب
٢٣- عكس الخانات في باقي الطرح
٢٤- أخطاء عندما يتطلب استخدام اعادة التجميع أكثر من مرة

٣ ٢ ٥	٢ ٣ ٦
- ٦ ٦ ٣	- ٧ ٤ ١
٧ ٦ ١	٥ ٩ ٤

ويجب على المعلم البحث عن أسباب الوقوع في مثل هذه الأخطاء ووضع برنامج علاجي لمعالجة هذه الأخطاء وفقا للتعلم الفردي .

مراجعة الجمع :

هناك طرق عديدة لمراجعة عملية الجمع منها :
جمع الأعداد مرة أخرى بنفس الطريقة ، الجمع من أسفل الى أعلى إذا كان السير في الجمع أولا من أعلى الى أسفل .
ومن الطرق الممتعة في عملية الجمع تلك الطريقة التي تقوم على أساس ابعاد الأرقام ٩

أو مضاعفات ٩ وعرف العرب قديما هذه الطريقة وسموها " ميزان العدد " وفيما يلي مثال لاستخدامها

		ميزان العدد
العدد الأول	٣٢٥٦	٧
العدد الثاني	٤١٩٥	١
العدد الثالث	٣١٤٧	٦
العدد الرابع	٨٢٦٥	٣
ميزان حاصل الجمع ٨	١٨٨٦٣	٨ ميزان المجمع

وفي هذه الطريقة نجمع الأرقام المكونة للعدد ونستبعد منها جميع التسعات الصحيحة فما يبقى بعد ذلك فهو ميزان العدد .

فبالنسبة للعدد الأول ٣٢٥٦   ٦ + ٥ + ٢ + ٣ = ١٦ - ٩ = ٧ وهكذا .

وتقوم هذه الطريقة على أساس أن نظامنا العشري نجد فيه أن ما يزيد عن التسعات في عدد معين يساوي ما يزيد عن التسعات في مجموع أرقامه

فمثلا ٧٦ = ٧ × (١٠) + ٦ = ٧ (٩ + ١) + ٦ = ٧ (٩) + ٧ (١) + ٦ .

فمجموع أرقامه ١٣ والناتج بعد استبعاد مضاعفات ٩ = ١٣ .

وهناك طريقة أخرى لمراجعة الجمع وهي أن تجمع الأعمدة جمعا منفصلا ثم تقارن الجوابين كما هو في المثال :

٦	٥	٢	٣				٢	٥
٨	٢	١	٤			٢	١	
٤	٦	١	٣		١	٣		
٧	٨	٩	٢	١	٢			
٥	٣	٥	٣ ١	١	٣	٥	٣	٥

وتسمى هذه الطريقة بطريقة المحاسب

مراجعة الطرح :

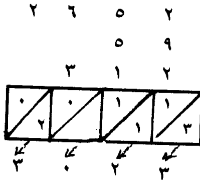
للتأكد من صحة الطرح يستخدم المعلم البطاقات في استنتاج العلاقتين التاليتين :

المطروح منه	
المطروح	الباقي

معلومات اضافية :

طرق أخرى للجمع : أ- طريقة الشبكة **Lattice Method**

والمثال التالي يوضح طريقة الشبكة في الجمع



وهذه الطريقة يمكن استخدامها مع الأطفال الذين يجدون صعوبة في الجمع مع حمل.

ب- توجد طريقة أخرى يوضحها المثال التالي :

لكي نجمع : ٥٤٧ و ٨٧٦ ، نقوم بالخطوات التالية :

١) نكتب العددين فوق بعضها (الآحاد تحت الآحاد ، والعشرات تحت العشرات)

٥ ٤ ٧
\+ ٨ ٧ ٦

٢) نضع خطاً تحت الآحاد ، ونجمعها ، ونكتب المجموع .

٥ ٤ ٧
\+ ٨ ٧ ٦
١ ٣

٣) نضع خطاً تحت العشرات ونجمعها ، ونكتب المجموع .

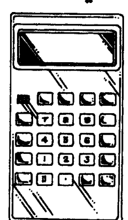
٥ ٤ ٧
\+ ٨ ٧ ٦
١ ٣
١ ٢

٤) نضع خطاً تحت المئات ونجمعها ، ونكتب المجموع

٥ ٤ ٧
\+ ٨ ٧ ٦
١ ٣
١ ٢
١ ٤

٥) الجواب ١ ٤ ٢ ٣

الآلة الحاسبة في المدرسة الابتدائية



العداد Abacus هو أول الأجهزة التي استخدمت لايجاد بعض العمليات الحسابية وفي عـام ١٦٤٢ م ابتكر الرياضي الفرنسي باسكال آلة حاسبة بسـيطة وبعد تسع وعشرين سنة بنى الرياضي الألماني ليبنز آلة لإجراء الضرب بصورة جيدة .
وفي القرن التاسع عشر قادت مساهمات تشارلز باباج Charles Babbage الى الآلات الحاسبة التي نراها اليوم .

والآلات الحاسبة الحديثة يمكن رؤيتها في أي مكان فهى تستخدم في المحلات وفي المنزل وفي الفصل الدراسي والسبب في انتشارهذه الآلات واضح فهي صغيرة الحجم وسهلة الحمل وقد صمم بعضها ليناسب دفتر الشيكات أو المعصم أونهاية القلم كما أنها دقيقة وسريعة جدا حيث يمكن الأن اجراء عمليات حسابية في ثوان معدودة كـانت تـأخذ منا دقائق عديدة باستخدام الورقة والقلم .

وبالاضافة الى ما سبق فهي رخيصة الثمن خاصة البسيطة منها .

ويتوقع حدوث تغيرات عديدة في المنهج نتيجة للمستحدثات التكنولوجية مثل الآلة الحاسبة لأنها أسلوب فعال في تنمية بعض المهارات مثل التنفيذ الفعال للخوارزميات المعقدة والتي أصبحت لا تتطلب وقتا طويلا كما أن استخدامها يساعد على معرفة العمليات التى يجب تطبيقها فضلا عن التأكد من الإجابات ويجنب الوقوع فى الأخطاء الفادحة.

ويوجد جدل حول الدور الحقيقي للآلة الحاسبة في المدرسة الإبتدائية حيث يرى بعض المدرسين والآباء أن الانتشار الكبير لاستخدام الآلة الحاسبة بفهم سوف يقلل من دافعية الأطفال لتعلم الحساب سواء الحقائق الأساسية أو خوارزميات الورقة والقلم ولهذا فهم يطالبون بتحريم استخدام الآلة الحاسبة في المدرسة الابتدائية أو على الأقل حتى يتمكن الأطفال من الحساب .

بينما يرى البعض الآخر – ممن ينظرون الى الأمام – بضرورة الاستفادة من هذه المخترعات الحديثة مثل الآلة الحاسبة لأنها تعتبر أداة مفيدة وهامة واستخدامها يساعد على تعلم الرياضيات واكتشافها وفائدة استخدامها ليس فقط في الحسابات المباشرة ولكن أيضا في اكتشاف الخبرة في عمليات رياضية عديدة مثل التقدير – البحث عن أنماط – حل المشكلة – اجراءات التحليل – بناء الفروض واختبارها – الألعاب والألغاز وغيرها، وسنقتصر على بيان دور الآلة الحاسبة في رياضات المرحلة الابتدائية فيما

يلي:

١- تقدير الاجابات :

زاد الاهتمام بالقدرة على عمل تقديرات معقولةللاجابات المتوقعة للمسائل في المرحلة الإبتدائية . ويمكن أن توفر الآلة الحاسبة المساعدة في تنمية مهارات الأطفال في التقدير.

ويمكن أن يتم ذالك من خلال ممارسة الأطفال لبعض الأنشطة مثل :

في المثال المقابل الإجابة التقديرية هي ٢٣٠
وناتج الجمع باستخدام الآلة الحاسبة هو ٢٢٧
وهو مؤشر الى أن التقدير منطقي ومعقول .

٤٦	٥٠
٥٣	٥٠
٩١	٩٠
٣٧ +	٤٠ +
	٢٣٠

وفي مثال الطرح المقابل يمكن اجراء التقدير لأقرب مائة أو لأقرب ألف بتقريب المئات هو ٢٣٠٠ ولأقرب الف هو ٢٠٠٠ الناتج باستخدام الآلة الحاسبة وهو ٢٣٨٠ يشير الى معقولية كلا التقديرين .

٩٣٤٢
٦٩٦٢ -

ويجب إعطاء الأطفال مزيدا من التدريب على الجمع والطرح بحيث يقدرون الناتج أولا ثم يتحققون منها باستخدام الآلة الحاسبة .

٢- التحقق من الاجابة :

حيث يعطى الأطفال تدريبات حسابية يجرونها باستخدام الورقة والقلم ثم يتحققون ذاتيا تحققا فوريا من صحة الجواب ويمكنهم أيضا معرفة الخطأ مبكرا .

٣- الأعدادالمتماثلة القراءة Palindromes

وهي الأعداد التى تقرأ طردا وعكسا مثل ٢٣٢ ، ٧٤٤٧ ، ٤٦٥٦٤ ويمكن استخدام الآلة الحاسبة في البحث لتوليد هذه الأعداد من خلال ممارسة عملية الجمع وفقا للخطوات التالية :

أ- اختر العدد .

ب- اجمع هذا العدد مع العدد الذي ينتج من عكس أرقام العدد الأصلي إذا كان حاصل الجمع هو عدد متماثل القراءة .فعندئذ يكون الجمع تاما كما في المثالين التاليين .

٤٢١	٤٢
١٢٤ +	٢٤ +
٥٤٥	٦٦

وإذا لم يعط الجمع الأول عددا متماثلا استخدم العدد الناتج من الجمـع واجمعـه علـى العدد الناتج من عكس أرقامه وكرر هذه العملية حتى ينتج المطلوب مع ملاحظة أن العدد المتماثل القراءة يمكن أن يتولد من أعداد أصغر من ١٠ :

```
    ٣          ٥ ٩ ٦          ٦ ٩
  ٣ +        ٦ ٩ ٥ +          ٩ ٦
 ----       ---------       -------
    ٦        ١ ٢ ٩ ١         ١ ٦ ٥
    ٦        ١ ٩ ٢ ١         ٥ ٦ ١
 ----       ---------       -------
  ١ ٢        ٣ ٢ ١ ٢         ٧ ٢ ٦
  ٢ ١        ٢ ١ ٢ ٣         ٦ ٢ ٧
 ----       ---------       -------
  ٣ ٣        ٥ ٣ ٣ ٥       ١ ٣ ٥ ٣
                           ٣ ٥ ٣ ١
                          ---------
                           ٤ ٨ ٨ ٤
```

المربعات السحرية Magic Squares

المربع السـحري هو ذلك المربـع الـذي يحتـوي علـى مجموعـة مـن الخانـات بحيث يكـون فـي كـل خانـة عدد وتكون هذه الأعداد مرتبة بحيـث يكون مجموع الأعـداد فـي أي صـف أو عمـود أو قطـر منهـا واحـداً ومـن أشهر هذه المربعات المربـع الثلاثـي والذي يعرف بمربع جـابر بـن حيـان وتشكل الخطوات التالية طريقة يمكـن استخدامها لايجاد وحل لمربع سحري ٣ × ٣ إذا كان يوجد حل .

٦	١	٨
٧	٥	٣
٢	٩	٤

١٧	٢٤	١	٨	١٥
٢٣	٥	٧	١٤	١٦
٤	٦	١٣	٢٠	٢٢
١٠	١٢	١٩	٢١	٣
١١	١٨	٢٥	٢	٩

أ- استخدم مجموعة من الأعداد س = { ١ ، ٢ ، .... ، ٩}

ب- خذ العدد الأوسط في س واضربه فى ٣ (وهذا سوف يكون مجموع الصفوف)

ج- أوجد كل الثلاثة العناصر والتي تشكل مجموعة جزئية من س بحيث يكون مجمـوع العناصر يساوي النتيجة التي حصلنا عليها من أ .

د- بين أن واحدا من الأعداد في س سوف يظهر في أربـع مجموعـات جزئيـة ، أربعـة

من الأعداد سوف تظهر في ثلاثة مجموعات جزئية ، أربع من الأعداد سوف تظهر في مجموعتين جزئيتين من س .

د- لوضع الأعداد في أماكنها المناسبة في المربع السحري ابدأ بوضع العدد الأوسط من س في وسط المربع واختار عددا بحيث يظهر في ثلاث مجموعات جزئية وضعه في الركن . وضع العدد الذي يحقق الجمع الصحيح في الركن المقابل .

هـ- الخطوة التالية هي وضع الأعداد في الصف الأوسط بصورة صحيحة . أو العمود الأوسط مستخدما أعدادا تظهر في مجموعتين جزئيتين .

و- باستخدام مجموع أ أكمل المربع .

اختبر فهمك

١- صف بعض الأنشطة التي يمكن استخدامها لتنمية فهم الأطفال لمفهوم الجمع وأيضا لمفهوم الطرح .

٢- اعط أربعة مواقف حقيقية من الحياة تمثل عملية الطرح ؟

٣- وضح كيف تستخدم بعض الأدوات لتقديم حقائق جمع عددين مجموعهما أكبر من ١٠ ؟

٤- كيف تشرح لأطفالك خواص الابدال والدمج والتوزيع في عملية الجمع باستخدام الأدوات المعينة ؟

٥- ما الصعوبات التي تواجه الأطفال في دراستهم للجمع والطرح ؟

٦-أي المواد والأدوات تعتقد أنها أكثر مناسبة في تقديم الموضوعات التالية للأطفال المبتدئين في تعلمها ؟ ولماذا ؟

الموضوع		المواد والأدوات
جمع	٧ + ٣ = ☐	حبوب – عصي – شرائط العدد الملونة
طرح	٧ – ٣ = ☐	أقراص بلاستيكية ملونة – ميزان

٧- اكتب قصة لكل نوع من الجمل العددية التالية ثم ارسم شكلا يوضح كيفية الحل باستخدام بعض الأدوات ؟

أ) جمع ٧ + ٨ = ☐ ب) طرح (أخذ من) ٧ – ٣ = ☐
طرح (مقارنة) ٧ – ٣ = ☐ د) طرح (كم نجمع على ليكون الناتج) ٧ – ٣ = ☐

٨- ما الصعوبات التي تواجه الأطفال في استخدام الطريقة المبينة لإيجاد ناتج

٨ + ٦؟

٨ + ٦ = ٨ + ٢ + ٤ = ١٠ + ٤ = ١٤

٩- ضع (+) أو (−) في المكان الخالي لجعل الجملة العددية صحيحة ؟

٨ ☐ ٣ = ٢ ☐ ٣

١٣☐٧☐٥ = ١١

٤ ☐ ٦ ☐ ٥ = ١٤ ☐ ٩

١٠- لماذا يكون من المرغوب فيه أن يستخدم الأطفال الأدوات لتعلم جمع أعداد مكونة من رقمين وثلاثة ؟ هل يجب أن يستخدموا الأدوات في تعلم جمع أعداد مكونة من أربعة أوخمسة أرقام ؟

١١- ما الصعوبات التي يمكن أن تواجه الأطفال في حل مسائل مثل إجمع

٨ ٩ ٣
٩ ٥ ١
٦ ٩ ١

صف أحد المداخل لمساعدة اولئك الأطفال على الجمع السريع ؟

الفصـــــل الخامس
ضرب وقسمة
الأعـــــداد الكلـــــيـــة

- مفهوم الضرب.
- حقائق الضرب.
- ربط الضرب بالقسمة.
- حقائق القسمة.
- الضرب بإستخدام القيمة المكانية.
- القسمة بإستخدام القيمة المكانية.
- الأخطاء الشائعة فى الضرب.
- الأخطاء الشائعة فى القسمة.
- طرق مشوقة لإجراء الضرب.
- كيف تساعد الأطفال على تعلم الخاورزميات؟
- أسباب الصعوبات التى تواجه الأطفال فى دراستهم لخوارزميات الأعداد الكلية.

• من المتوقع بعد قراءة هذا الفصل ودراسته أن يكون الدراس قادرا على أن:-

١- يصف ثلاثة مواقف حقيقية على الأقل يتحقق فيها الضرب.

٢- يميز بين القسمة كقياس وكتجزىء.

٣- يشرح بالإستعانة ببعض المواد الإجراءات التى يمكن إستخدامها لبناء فهم الأطفال لعمليتى الضرب والقسمة.

٤- يستخدم بعض الأشكال ليوضح جمل الضرب مثل ٦×٣ = ١٨ ، ٤×٩ = ٣٦.

٥- يستخدم بعض الأساليب لمساعدة الأطفال على حفظ حقائق الضرب والقسمة.

٦- يوضح أهمية خصائص الضرب (الإبدال - الدمج - التوزيع) للأطفال بالإضافة إلى دور الواحد والصفر فى عملية الضرب.

٧- يحدد الأخطاء الشائعة فى عمليتى الضرب والقسمة.

٨- يعرف بعض طرق الضرب غير الشائعة ويستخدمها كنشاط تراثى للأطفال.

٩- يستخدم بعض الأدوات لشرح الضرب مع إعادة التسمية.

١٠- يشرح باستخدام المواد الإجراءات التى يمكن استخدامها لمساعدة الأطفال على قسمة الأعداد الكبيرة.

١١- يشرح شفويا أو تحريريا كيفية التحقق من صحة الضرب أو القسمة.

من المتوقع بعد أن يكمل الطفل الأنشطة الموصوفة فى الفصل أن يصبح قادرا على أن:-

١- يجيب على كل حقائق الضرب الأساسية المائة إجابة صحيحة وسريعة.

٢- يحدد أجزاء مسألة الضرب الثلاثة.

٣- يكتب مسألة ضرب معطاة فى صورة أفقية بصورة رأسية.

٤- يحدد متى يستخدم اعادة التسمية فى الضرب.

٥- يحدد أين تكتب حواصل الضرب الجزئية.

٦- يجرى مسائل ضرب فى أحد أعدادها أصفارا أو فى كليهما.

٧- يحدد متى يجمع أو يطرح أو يضرب فى مسألة لفظية.

٨- يجيب على كل حقائق القسمة الـ ٩٠ إجابة صحيحة وسريعة.

٩- يحدد كل جزء من أجزاء مسألة القسمة.

١٠- يكتب مسألة الضرب التى تتعلق بمسألة قسمة.

١١- يحدد متى يكون الآحاد فى خارج القسمة كبيرا جدا.

١٢- يحدد متى يكون الآحاد فى خارج القسمة صغيرا جدا.

١٣- يكتب باقى القسمة (غير الصفر) فى المكان المناسب فى إجابة القسمة.

١٤- يتحقق من صحة الإجابة عندما يكون الباقى يساوى صفرا.

١٥- يتحقق من صحة الإجابة عندما يكون الباقى لا يساوى الصفر.
١٦- يتذكر الخطوات الست الأساسية فى القسمة على عدد مكون من رقم واحدوهى :
أ- اقسم ب- اضرب جـ- اطرح د- قارن هـ- اكتب الباقى (إذا كان لا يساوى صفر).
١٧- يحدد متى ينزل خانات إلى أسفل bring down digits من المقسوم.
١٨- يحدد متى يكتب الصفر فى خارج القسمة.
١٩- يستخدم الخانة الأولى من اليسار من المقسوم عليه لإيجاد ناتج تقريبى لكل خانة من خانات خارج القسمة.
٢٠ - يحدد متى ينقص من الإجابة التقريبية.
٢١- يقول الخطوات الست التى تستخدم فى حالة القسمة على عدد مكون من رقمين أو أكثر وهى:-
أ- أوجد تقريب ب- اضرب جـ- اطرح د- قارن
هـ- اكتب الباقى (إذا كان ≠٠) و- تحقق من الناتج.
٢٢- يحدد متى يجمع أو يطرح أو يضرب أو يقسم فى مسألة لفظية.
٢٣- يفسر إجابة المسألة اللفظية فى ضوء كلمات المسألة الأصلية.
٢٤- يتحقق من صحة الناتج ليرى ما إذا كان الحل يتفق مع المسألة الأصلية أو لا يتفق

مقدمـــة

الضرب والقسمة هما النصف الباقي للعمليات الأساسية ويمكن النظر الى عملية الضرب على أنها جمع متكرر لمجموعات جزئية متكافئة أما عملية القسـمة فهي عملية طرح متكرر .

وعند تقديم الضرب والقسمة نبدأ بأنشطة محسوسة تمثل مواقف للجمـع المتكـرر والطرح المتكرر ثم يلي ذلك استخدام وسائل نصـف محسوسـة كـالنقط والمربعـات ومـا الى ذلك وحسب نضج الأطفال تأتي مرحلة العمل المجرد . ويتم تقديم الضرب والقسـمة أيضا على مراحل حيـث نبدأ بـالأعداد الصغيرة ثـم يلـي ذلـك اسـتخدام القيمـة المكانيـة والضرب والقسمة على الأعداد الكبيرة .

مفـهـــوم الضـــرب :

أنشــــطة

١- يطلب المعلم من طفلين الوقوف أمام الفصل

ثم يرسم حلقة بالطباشير على أرضـــية الفصل

ويطـلب من الطفلين الوقـــوف بداخلها ثم يكتب

المعلم ' ٢ ' على السبورة.

يأتي طفلان آخـران

ويقفان في حلقة طباشيرية أخرى أمام زملائهم ٢

ويكتب المعلم على السبورة . ٢+٢ = ٤

٢

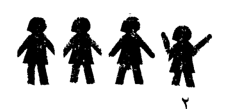
٢ + ٢

٢ + ٢ + ٢

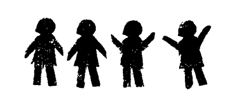
ثم يأتي طفلان آخران أمام زملائهم ويقفـان فـي حلقة طباشـيرية أخـرى ويكتـب على الســـبورة ٢+٢+٢ = ٦ ويستمر هذا النشـاط حتـى خمـس مجموعـات تضـم كـل مجموعة طفلين يقفان أمام زملائهم الأطفـال ويكتـب المعلـم ٢ + ٢ + ٢ + ٢ + ٢ = ١٠

ويكرر هذا النشاط مع مجمـوعات تحتـوي كل منها ٣ أطفال ، ٤ أطفال ، .. وهكذا.

٢- يقف أربعـة أطفـال أمـام الفصل على خط واحد . يرفـع الطفل الأول ذراعية .
يسأل المعلم الأطفال كم ذراعا رفعت ؟
ثم يكتب ٢ .



يرفـع الطفـل الثاني ذراعيه ثم يسأل المعلم كم ذراعـا مرفوعة الآن ويكتب على الســـبورة
٢ + ٢ = ٤



يرفع الطفل الثـــالث ذراعيـــه ثم يكتب المعلم
٢ + ٢ + ٢ = ٦

ويرفع الطفل الرابـــع يديـــه ثـم يكتب المعلم
٢ + ٢ + ٢ + ٢ = ٨

ويكرر هذا النشاط مع أعداد أخرى من الأطفال

٣- يرسم خط أعداد بالطباشير على أرضية الفصل

٠ ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ ١٠

يقف طفل على العلامة " ٠ " ثم يقفـــز خطوتين الى الأمـــام حتى (٢)
ثم يقفز خطـــوتين أخرتين (حتى ٤) ٢ + ٢ = ٤
ثم يقفز خطوتين مرة ثالثة (حتى ٦) ٢ + ٢ + ٢ = ٦
ثم يستمر بهذه الطريقة وفي كل مرة يكتب المعلم الجمع المناظر على السبورة .

٤- يستخدم الأطفال شرائط العدد الملونة:
يضعون شريطين من فئة ٢ بجـانب بعضهمـا البعـــض ثـم يبحثـون عـن شـريط يكـون طولــه مسـاويا لطــول الاثنين معا (شريط ٤) ويكتبون
٢ + ٢ = ٤

٢	٢
٤	

٢ + ٢ = ٤

ثم يستمرون باستخدام ثلاثة شرائط من فئة ٢ وشريط من فئة ٦ ويكتبوا

٢ + ٢ + ٢ = ٦ ويستمرون بهذه الطريقة .
يجب تكرار هذا النشاط بمجموعة شرائط من فئة ٣ ، ٤ وهكذا .

٥- يقف أربعة أزواج من الأطفال كما بالشكل ، أمام الفصل ويمسك كل زوج

بطاقة رقمية كبيرة تحمل العدد ٢ ثم يسأل المعلم كم طفلا يوجد في كل مجموعة ثم يرسم المعلم بطاقة كبيرة بها رقم ٢ على السبورة ثم يسأل كم مجموعة موجودة عدد عناصرها ٢ ؟ ثم يبين ٤ على السبورة كما يلي :

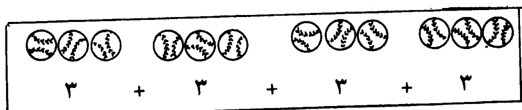
[٢]
٤

ثم يستمر المعلم في شرح أنه لبيان أن لدينا أربع اثنانات نستخدم رمزا خاصا . ويسمى برمز عملية الضرب ثم يرسمه بين ٢ ، ٤ ثم يكمل العبارة الرياضية (التقرير) : [٢] × ٤ = ٨ وتقرأ ضرب أربعة يساوي ثمانية ويجب أن يكرر هذا النشاط مع أعداد أخرى من الأطفال . كما يجب أن يتدرب الأطفال على رسم رمز عملية الضرب .

أ- في الهواء بإصبع ب- على المنضدة بإصبع ج- على ورقة بقلم

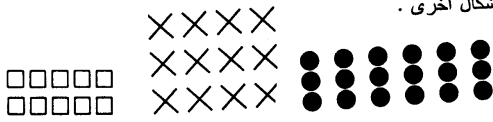
وانه لمن المهم بالنسبة للطفل عدم الخلط بين رمز الضرب ورمز الجمع . وفي حالة عدم التدريب الكافي سوف يحدث هذا الخلط عند بعض الأطفال .

٦- يمارس الأطفال بعض الأنشطة بحيث تسجل النتيجة أولا كجمع ثم بعد ذلك كضرب مثل .



ويجب أن يتدرب الأطفال كثيرا على هذا النوع من التسجيل .

٧- يتدرب الأطفال على المصففات وهي عبارة عن مصفوفات من النقط أو المربعات أو أى أشكال أخرى .



٨- يبدأ الأطفال في عمل نمـط يسـتخدمونه ويسـجلون مجموعـة مـن عمليـات الضـرب بالترتيب كما في المثال التالي :

٢ × ٢ = ٤
٢ × ٣ = ٦
٢ × ٤ = ٨
٢ × ٥ = ١٠
٢ × ٦ = ١٢

٣ × ٢ = ٦
٣ × ٣ = ٩
٣ × ٤ = ١٢

٤ × ٢ = ٨
٤ × ٣ = ١٢

يجب ألا تتضمن الأنماط عمليات الضرب في واحد في بادىء الأمر ولكن يمكـن مناقشتها في مرحلة تالية وادخالها في بداية كل نمط .

٩- يمكن اعطـــاء تدريبـات على بناء أنمــاط الضــــرب من خلال إكمال المخططات السهمية مثل المبينة .

حقائق الضرب

قبل أن يتعلم الأطفال خوارزميات الضـرب يجـب أن يعرفـوا معـانى متعـددة لـه ويعرفوا أيضا كيفية تمثيل تلك المعاني بوسائل محسوسة وصـور وهـذه المرحلـة تمثلهـا المرحلة التى تم وصفها سابقا ثم تـأتي مرحلـة تعلـم حقـائق الضـرب الأساسية والتمكـن منها. وتوجد مائة حقيقة في الضرب وهي تشبه حقائق الجمع ويبينها الجدول التالى:

العدد الثانى

العدد الأول

×	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
٠	٠	١	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠
١	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
٢	٠	٢	٤	٦	٨	١٠	١٢	١٤	١٦	١٨
٣	٠	٣	٦	٩	١٢	١٥	١٨	٢١	٢٤	٢٧
٤	٠	٤	٨	١٢	١٦	٢٠	٢٤	٢٨	٣٢	٣٦
٥	٠	٥	١٠	١٥	٢٠	٢٥	٣٠	٣٥	٤٠	٤٥
٦	٠	٦	١٢	١٨	٢٤	٣٠	٣٦	٤٢	٤٨	٥٤
٧	٠	٧	١٤	٢١	٢٨	٣٥	٤٢	٤٩	٥٦	٦٣
٨	٠	٨	١٦	٢٤	٣٢	٤٠	٤٨	٥٦	٦٤	٧٢
٩	٠	٩	١٨	٢٧	٣٦	٤٥	٥٤	٦٣	٧٢	٨١

ويمكن أن ننظم تعلم حقائق الضرب بطريقة مشابهة لتعلم حقائق الجمع حيث يقسم العمل الى مراحل وفيما يلي بعض المراحل المقترحة :

المرحلة الأولى : عمليات ضرب لا يزيد حاصل الضرب فيها عن ٢٤

المرحلة الثانية : عمليات ضرب لا يزيد حاصل الضرب فيها عن ٤٨

المرحلة الثالثة : عمليات ضرب لا يزيد حاصل الضرب فيها عن ٨١

ويجب تضمين حدوث الحالة الخاصة التي يكون الصفر فيها أحد العددين في الأنشطة المؤدية لبناء الحقائق في كل مرحلة . ويجب أيضا مناقشة خاصية الابدال في الضرب مثلما هي في الجمع وتستخدم في كل مرحلة

(مثلا ٤ × ٥ = ٢٠ ، ٥ × ٤ = ٢٠)

كما يجب أيضا استخدام الأنماط لبيان النتيجة (حاصل الضرب) في صورة جدولية في كل مرحلة وفيما يلي بيان ذلك بالنسبة للمرحلة الأولى

١ × ١ = ١	٢ × ١ = ٢	٣ × ١ = ٣	٤ × ١ = ٤	٥ × ١ = ٥
١ × ٢ = ٢	٢ × ٢ = ٤	٣ × ٢ = ٦	٤ × ٢ = ٨	٥ × ٢ = ١٠
١ × ٣ = ٣	٢ × ٣ = ٦	٣ × ٣ = ٩	٤ × ٣ = ١٢	٥ × ٣ = ١٥
١ × ٤ = ٤	٢ × ٤ = ٨	٣ × ٤ = ١٢	٤ × ٤ = ١٦	٥ × ٤ = ٢٠
١ × ٥ = ٥	٢ × ٥ = ١٠	٣ × ٥ = ١٥	٤ × ٥ = ٢٠	
١ × ٦ = ٦	٢ × ٦ = ١٢	٣ × ٦ = ١٨	٤ × ٦ = ٢٤	
١ × ٧ = ٧	٢ × ٧ = ١٤	٣ × ٧ = ٢١		
١ × ٨ = ٨	٢ × ٨ = ١٦	٣ × ٨ = ٢٤		
١ × ٩ = ٩	٢ × ٩ = ١٨			

٦ × ١ = ٦	٧ × ١ = ٧	٨ × ١ = ٨	٩ × ١ = ٩
٦ × ٢ = ١٢	٧ × ٢ = ١٤	٨ × ٢ = ١٦	٩ × ٢ = ١٨
٦ × ٣ = ١٨	٧ × ٣ = ٢١	٨ × ٣ = ٢٤	
٦ × ٤ = ٢٤			

ويجب التركيز مرة ثانية على أن كل الحقائق السابقة يجب بناءها من خلال أنشطة قبل إجراء أي محاولة لوضعها في صورة جدول كما يجب تذكر أيضا أنه بامكان الأطفال تعلم حقائق العدد حتى بدون وضعها في صورة جدولية والميزة الرئيسية للجدول هو أنه يركز على النمط المألوف والمتناسق للنتائج . وقد يساعد هذا التناسق بعض الأطفال على الربط بين حقيقة غير معروفة وحقيقة معروفة .

وعندما يبني الأطفال مجموعة من الحقائق ويحفظونها جزئيا فانهم يحتاجون الى مزيد من الأنشطة والتدريبات للمساعدة على رسوخها في أذهانهم . وهذا العمل

الإضافي يجب أن يغطي كل الحقائق التي تعلمها الأطفال كما أنـه يجب أن يبعث علـى السرور قدر الامكان . وللتأكد من أن كل الحقائق قد غطيت يجب تنظيم الأنشـطة بقـدر كبير من الاهتمام ولجعل الأنشطة ممتعة وباعثـة علـى السـرور يجـب اسـتخدام الأدوات والألعاب المناسبة وفيما يلي مناقشة كل من هذه المتطلبات :

التأكد من تغطية كل الحقائق :

وكمثال على ذلك سوف نفترض كيف يكون تنظيم العمل عندما يبني الأطفال كل حقائق الضرب والتي ناتجها يكـون أقل مـن أو يسـاوي ٢٤ . وهـذه مبينـة فـي الجـدول التالي (حقائق الصفر موجودة للتأكد من أننا لم نهملها)

×	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠
١	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
٢	٠	٢	٤	٦	٨	١٠	١٢	١٤	١٦	١٨
٣	٠	٣	٦	٩	١٢	١٥	١٨	٢١	٢٤	
٤	٠	٤	٨	١٢	١٦	٢٠	٢٤			
٥	٠	٥	١٠	١٥	٢٠					
٦	٠	٦	١٢	١٨	٢٤					
٧	٠	٧	١٤	٢١						
٨	٠	٨	١٦	٢٤						
٩	٠	٩	١٨							

وإذا نظرنا الى هذه المصفوفة نرى ما يلي :

أ- يوجد ٦٧ حقيقة معاً .

ب- ١٩ حقيقة من الحقائق يوجد فيها الصفر كأحد العددين المضروبين .

جـ- توجد بعض الحقائق التي يحفظها الأطفال بسهولة
مثل (٤ × ١ = ٤ ،
٣ × ٢ = ٦) وبعض الحقائق يجدها الأطفال أكثر صعوبة
مثل (٣×٧ = ٢١، ٨×٣ = ٢٤).

د- توجد عادة حقيقتان لكل زوج من الأعداد (فمثلا بالنسبة لـ ٣ ، ٤ توجد الحقيقتان ٣ × ٤ = ١٢ ، ٤ × ٣ = ١٢) وهذا صحيح دائماً ما عدا عندما يظهر نفس العددين في حاصل الضرب (فمثلا بالنسبة لـ ٣ ، ٣ توجد حقيقة واحدة هي ٣ × ٣ = ٩).

هـ-أربع حقائق نتائجها ١٢ (٣ × ٤ ، ٤ × ٣ ، ٦ × ٢ ، ٢ × ٦)
وأربع حقائق نتائجها ٢٤ (٦ × ٤ ، ٤ × ٦ ، ٣ × ٨ ، ٨ × ٣) .
وهذا يحدث لمجموعات أخرى ذات أربع حقائق ، وسوف نجد أكثر من أربع حقائق لها نفس النتيجة (في هذا الجدول نجد أن ١٩ حقيقة نتيجتها صفر وعلى أي حال فان حقائق الصفر هي حالة خاصة) .

وإذا أخذنا الخمس فقرات السابقة من أ الى هـ في الحسبان فإن أحد أساليب التعلم هو تنظيم الـ ٦٧ حقيقة في مجموعات والتركيز على كل مجموعة على التوالي ، وكل مجموعة يجب أن تحتوي على :

١- حقيقة بها الصفر على الأقل .
٢- بعض الحقائق السهلة .
٣- بعض الحقائق الأكثر صعوبة .
٤- الحقيقة الثانية بالنسبة للحقائق التي تتحقق فيها خاصية الابدال (فمثلاً إذا وجدت ٣ × ٥ = ١٥ فيجب أن توجد ٥ × ٣ = ١٥ أيضاً)

وليس من الضروري أن تتضمن المجموعات كل الحقائق التي تحتوي على الواحد أو الصفر كأحد العددين لأن الأطفال يجب أن يفهموا المبادىء العامة بدلا من الحقائق الخاصة (وهذا أفضل) .

وفيما يلي خمس مجموعات ممكنة (الجانب الأيمن فقط لكل حقيقة هو الموضح)

١- ١×٦ ٣×٧ ١×٠ ٢×٢ ٥×٤ ٨×٢ ٦×١ ٧×٣ ٢×٨ ٤×٥
٢- ٩×١ ٢×٧ ٢×٦ ٣×٤ ٣×٣ ٧×٠ ٤×٣ ٦×٢ ٧×٢ ١×٩
٣- ٥×٢ ٣×٨ ١×٧ ٤×٤ ٦×٣ ٠×٨ ٣×٦ ٧×١ ٨×٣ ٢×٥
٤- ٢×٩ ١×٤ ٢×٤ ٥×٣ ١×١ ٠×٣ ٣×٥ ٤×٢ ٤×١ ٩×٢
٥- ٢×٣ ٦×٤ ٢×٤ ٠×٠ ٣×٨ ٧×٣ ٢×٩ ٤×٢ ٤×٦ ٣×٢

ملاحظة : في المجموعة (٥) عرضت الحقائق ٣ × ٨ ، ٧ × ٣ ، ٢ × ٩ لإعطاء مزيد من التدريب : ويمكن استخدام كل مجموعة من المجموعات الخمس السابقة على التوالي في تمارين إضافية يقوم بها الأطفال وكل مجموعة تحقق للأطفال هدفاً محدداً . ويمكن للأطفال أيضا التركيز على عشر حقائق في وقت ما بدلا من محاولة حفظ جميع الـ ٦٧ حقيقة .

وعندما تتعلم المجموعتان ١ ، ٢ فيمكن اختبار الأطفال فيهما .

وعندما تحفظ حقائق الضرب التي نتيجتها أقل من أو يساوي ٢٤ فحينئذ يمكن التعامل مع كل الحقائق ذات النتيجة ٤٨ أو أقل بنفس الأسلوب وفيما يلي بعض المجموعات الممكنة لهذه الحقائق .

المجموعة

١- ٩×٥ ٧×٦ ٨×١ ٦×٢ ٢×٢ ٥×٠ ٢×٦ ١×٨ ٦×٧ ٥×٩

٢- ٤×٢ ٩×٤ ٧×٥ ١×٦ ٣×٣ ٠×٧ ٦×١ ٥×٧ ٤×٩ ٢×٤

٣- ٣×٤ ١×٧ ٩×٣ ٧×٤ ٤×٤ ٠×٦ ٤×٧ ٣×٩ ٧×١ ٤×٣

٤- ٢×٨ ٧×٣ ٩×١ ٩×٢ ٥×٥ ٢×٠ ٢×٩ ١×٩ ٣×٧ ٨×٢

٥- ٥×٦ ٢×٥ ٧×٢ ٨×٣ ٦×٦ ٠×٠ ٣×٨ ٥×٢ ٢×٧ ٦×٥

٦- ٣×٥ ٨×٦ ٤×٨ ٦×٣ ١×٢ ٠×٩ ٣×٦ ٨×٤ ٦×٨ ٥×٣

٧- ٤×٦ ٥×٨ ٣×٢ ٤×٥ ١×٣ ٨×٠ ٥×٤ ٢×٣ ٨×٥ ٦×٤

وحينما تحفظ تلك الحقائق فيمكن تنظيم كل الحقائق حتى ٩ × ٩ = ٨١ فى مجموعات مناسبة .

أنشطة وأدوات مفيدة لحفظ حقائق الضرب :

أ بطاقات التدريب

تعد بطاقة لكل مجموعة من الحقائق وكمثال على ذلك البطاقة التي على اليسار . وتعطى كل بطاقة رمزا مرجعيا وعددا (مثلا ض٢) لمساعدة المعلم على الاحتفاظ بأعمال كل طفل ، ويعمل باستخدام البطاقة ثلاث مرات .

الأولى بإستخدام أدوات مع وجود اجابة لكل حقيقة ويكتب الطفل الحقيقة كاملة في دفتر التمارين الخاص به

(يمكن للمعلم التحقق من صحة الإجابة)

الثانية يكرر الأولى بدون استخدام أنماط .

الثالثة : يكتب الإجابات فقط على ورقة ثم يعرضها على المعلم ليصححها .

ض٢ ضرب
٤×٢ =
٩×٤ =
٧×٥ =
١×٦ =
٣×٣ =
٠×٧ =
٦×١ =
٥×٧ =
٤×٩ =
٢×٤ =

ب- بطاقات خاطفة Flash Cards

وهى من أحجام مختلفة فبالنسبة للأطفال حوالي ٧ سم × ٤ سم وبالنسبة للمعلم حوالي ٢٠ سم × ١٠ سم .

وتعد بطاقات عديدة معظمها للأطفال وبعضها للمعلم . وعلى وجه كل بطاقة حقيقة غير كاملة ، وفي الخلف تعرض الحقيقة كاملة . ويمكن استخدام البطاقات بعدة

طرق . ولكن الفكرة الأساسية هي أن يعرض طفل وجه البطاقة لطفل آخر زميله لمدة ثانية أو ثانيتين أي يعرضها بصورة خاطفة " ومضة " ويقول الطفل الثاني الاجابة ثم يختبر الطفل الأول الاجابة بالنظر خلف البطاقة . وبهذه الطريقة يكون الطفلان قد اشتركا في التفكير في البطاقة .

جـ- بطاقات غير منتظمة

وهى بطاقات متماثلة تماما من حيث التقسيم ولا يوجد على نفس البطاقة شكلان متشابهان من حيث المساحة وحدودها . وتكتب عناصر جدول الضرب بطريقة غير منتظمة على احدى البطاقات بينما يكتب حاصل الضرب لكل عملية ضرب على الشكل المتماثل في بطاقة أخرى ثم تقطع البطاقة التي كتب عليها حواصل الضرب الى قطع حسب الأشكال المرسومة ويطلب من الطفل أن يضع هذه القطع في أماكنها المناظرة لها على البطاقة الأخرى وكل شكل في احدى البطاقتين ينطبق تماما على ما يماثله في البطاقة الثانية وبهذا لا يحدث خطأ نتيجة وضع شكل في غير مكانه الصحيح .

د- لوحة المائة .

١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١
٢٠	١٩	١٨	١٧	١٦	١٥	١٤	١٣	١٢	١١
٣٠	٢٩	٢٨	٢٧	٢٦	٢٥	٢٤	٢٣	٢٢	٢١
٤٠	٣٩	٣٨	٣٧	٣٦	٣٥	٣٤	٣٣	٣٢	٣١
٥٠	٤٩	٤٨	٤٧	٤٦	٤٥	٤٤	٤٣	٤٢	٤١
٦٠	٥٩	٥٨	٥٧	٥٦	٥٥	٥٤	٥٣	٥٢	٥١
٧٠	٦٩	٦٨	٦٧	٦٦	٦٥	٦٤	٦٣	٦٢	٦١
٨٠	٧٩	٧٨	٧٧	٧٦	٧٥	٧٤	٧٣	٧٢	٧١
٩٠	٨٩	٨٨	٨٧	٨٦	٨٥	٨٤	٨٣	٨٢	٨١
١٠٠	٩٩	٩٨	٩٧	٩٦	٩٥	٩٤	٩٣	٩٢	٩١

هي عبارة عن مربع من الورق يحوي عشرة صفوف من الأعداد (١ - ١٠٠) وبالترتيب كما بالشكل ومن الممكن رسم لوحة المائة وتصويرها وتوزيعها على جميع الأطفال . ويمكن استعمال لوحة المائة في أنشطة عديدة منها :

١- ضع دائرة حول الأعداد التي تمثل جدول ضرب الأربعة ، الخمسة ، .....التسعة.

٢- إكتشاف أنماط في الأعداد مثل : حاصل ضرب عدد في خمسة ينتهي بصفر أو خمسة ، رقم الآحاد في حاصل ضرب عدد في اثنين هو ٠ أو ٢ أو ٤ أو ٦ أو ٨ .... يلاحظ الأطفال من خلال النظر الى لوحة المائة أن بالنسبة للضرب في ٩ فإن مجموع الرقمين دائما ٩

٩	٩
١٨	١ + ٨ = ٩
٢٧	٢ + ٧ = ٩
٣٦	٣ + ٦ = ٩ ....وهكذا

ملحوظة : الأعداد الموصلة بخط تمثل جدول ضرب التسعة

هـ-ميزان الأعداد

وهو عبارة عن قاعدة ، يرتكز عليها عاتق ، يشكل ذراعي القوة والمقاومة للميزان ، ويعمل الميزان بواسطة أوزان خاصة به ، توضع في جيوب متباعدة بعضها عن بعض بمسافة ثابتة ومرقمة من الصفر (محور الميزان) حتى العشرة في كلا الاتجاهين .

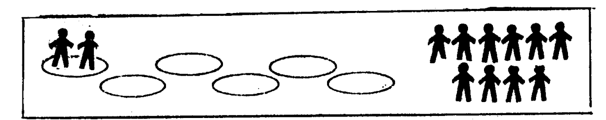
وميزان الأعداد يسمح للأطفال بواسطة التجربة المباشرة القيام بعمليات الضرب المختلفة والتأكد من صحة حاصل الضرب

القسمة

ونبدأ بتقديم القسمة في صورة طرح متكرر من خلال الأنشطة ثم يلي ذلك أنشطة تتعلق بتجزيء مجموعة الى مجموعات جزئية متساوية (التقسيم بالتساوي) مع أشياء حقيقية ثم صور أو مكعبات ثم تأتي المرحلة المجردة مع ربط الضرب بالقسمة

أنشطة :

يطلب المعلم من اثنى عشر طفلا الوقوف أمام الفصل ثم يرسم مجموعة من



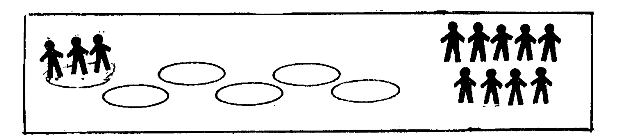
الحلقات الطباشيرية الصغيرة على أرضية الفصل . ويختار طفلين من الاثنى عشر ليقفا داخل إحدى الحلقات ثم يختار بعد ذلك اثنين آخرين ليقفا في دائرة أخرى ثم يستمر حتى ينتهي من الاثنى عشر طفلا . ثم يسأل الفصل كم عدد الاثنانات لدينا ؟ ويحسب الأطفال عدد الاثناتان ويقول ست ويقولون المعلم لقد بدأنا باثنى عشر طفلا (وفي نفس الوقت يكتب ١٢ على السبورة) ونريد تكوين اثنانات ويكتب ٢ على السبورة ثم يطلب من الأطفال عد الاثنانات فيقولون ست اثنانات (يكتب المعلم على السبورة ٦ بعيدة قليلا وعلى اليسار ٢ ثم يأخذ في شرح النشاط ويبين استخدام الرمز الخاص (÷) وأنه يسمي رمز القسمة ثم يكتبه على السبورة بين ١٢ ، ٢ ثم يكمل العبارة ١٢ ÷ ٢ = ٦ ثم يناقش كل رقم في العبارة .

١٢ تمثل عدد الأطفال الواقفين أمام الفصل .

٢ تبين كيفية تنظيمها الى (اثنانات)

٦ تبين عدد الاثنانات .

يستخدم المعلم الاثنى عشر طفلا مرة ثانية ولكن يحركهم ثلاثة في كل مرة .



ويؤدي هذا الى العبارة ١٢ ÷ ٣ = ٤

يمكن استخدام ١٢ طفلا آخرين يتحرك كل أربعة منهم معا ثم يتحرك ٦ آخرون معا ويؤدي ذلك الى العبارتين

١٢ ÷ ٤ = ٣ ، ١٢ ÷ ٦ = ٢

٢- يرسم المعلم ٤ حلقات طباشيرية على أرضية الفصل ويوزع على أحد الأطفال ١٢ مكعبا ويطلب منه وضع ٣ مكعبات داخل كل حلقة .

ثم يحسب الطفل عدد الثلاثات ويسجل النشاط هكذا ١٢ ÷ ٣ = ٤

٣- يستخدم خط أعداد مرسوم بالطباشير على أرضية الفصل ويقف. طفل عند العلامة ٨ ثم يقفز خطوتين إلى الوراء حتى ٦ ثم خطوتين آخريين إلى الوراء أيضا حتى ٤ وأخريين حتى ٢ وأخريين حتى صفر. يعد الفصل عدد القفزات ويناقش المعلم تسجيل النشاط هكذا ٨ ÷ ٢ = ٤.

تبين ٨ هنا نقطة البداية على الخط، وتبين ٢ عدد المسافات التى يقفزها الطفل فى كل مرة، وتبين ٤ عدد القفزات يكرر هذا النشاط مع نقاط بداية مختلفة فمثلا:

يحاول طفل أن يقفز فى كل مرة ثلاث خطوات مبتدئا من العلامة ٩ (أو أحد العلامات التى تقبل القسمة على ٣).

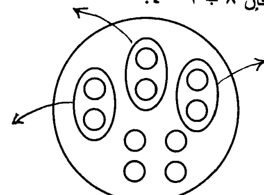
ويسجل النشاط هكذا ٩ ÷ ٣ = ٣ أو ١٢ ÷ ٣ = ٤

ومن الممكن أيضا تسجيل النشاط هكذا

٢	٤	٦	٨
٢ -	٢ -	٢ -	٢ -
٠	٢	٤	٦

أى أننا يمكننا طرح ٢ من ٨ أربع مرات ولهذا فإن ٨ ÷ ٢ = ٤.

٤- يعرض المعلم على كل طفل رسما كما بالشكل المقابل ويطلب منه احاطة كل دائرتين معا ثم يطلب منه عدد الإثنان التى كونها ويسجل النشاط هكذا ١٠ ÷ ٢ =٥



٥- يقف ثمانية أطفال أمام الفصل، ويخبر المعلم الفصل أن الأطفال الثمانية سوف ينظمون فى فريقين متساويى العدد ويطلب من الأطفال فى الفصل إيجاد عدد الأطفال فى كل فريق. يمكن الحصول على الإجابة برسم حلقتين كبيرتين بالطباشير على الأرضية ووضع الأطفال واحد فى كل حلقة وتكرر العملية.

فيجدون أن العدد أربعة أطفال فى كل حلقة ويسجل الأطفال النشاط بعبارة بسيطة مثل "يوجد أربعة أطفال فى كل فريق"

٦- يوزع المعلم على كل طفل

شريطا مقسما إلى مربعات (به ١٠ مربعات مثلا) ويطلب تقسيمه إلى جزئين متساويين وعلى الطفل ان يذكر عدد المربعات فى كل جزء ثم يسجل هكذا ١٠ ÷ ٢ = ٥

٧- يستخدم الأطفال ١٨ مكعبا ويطلب المعلم من أحدهم تقسيمها بالتساوى على ثلاثة أطفال آخرين فليتقط ثلاثة مكعبات فى وقت واحد ويعطى كل طفل مكعبا وسوف يجد أنه يمكنه القيام بهذه العملية ٦ مرات ولهذا يأخذ كل طفل ٦مكعبات ويمكن تسجيل النشاط بالعبارة التالية:

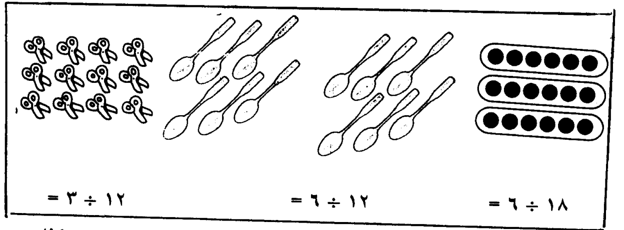
أخذ كل طفل ٦ مكعبات ويمكن تسجيله كقسمة ٣÷١٨ =٦ ويكرر النشاط السابق مع أشياء مختلفة كصور الحيوانات والأشكال الهندسية كالمثلثات والمربعات والدوائر وخلاقة وبأعداد مختلفة فى كل مرة.

ثم يوضح المعلم عناصر عملية القسمةففى المثال السابق

المقسوم		القاسم (المقسوم عليه)		خارج القسمة
١٨	÷	٣	=	٦
↓		↓		↓
عدد المكعبات		عدد الأطفال		عدد المكعبات التى أخذها كل طفل

٨- يمكن التدريب على بناء حقائق القسمة من خلال تكملة مخططات سهمية كما يلى

٩- يمكن التدريب أيضا على كتابه جمل القسمة لبعض الصور كما يلى



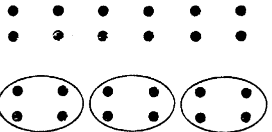
١٨ ÷ ٦ =　　　　١٢ ÷ ٦ =　　　　١٢ ÷ ٣ =

ثم يتدرب الأطفال على جملة القسمة مثل ٢٤ ÷ 　 = ٦ ، 　 ÷ ٣ = ٥ وهكذا

ربط الضرب بالقسمة Linking multiplcation and division

عندما يعمل الأطفال فى الأنشطة المذكورة سلفا فيتكون لديهم الوعى بالعلاقة بين الضرب والقسمة وفيما يلى بعض الأمثلة التى تهدف بصفة خاصة إلى إبراز تلك العلاقة:

١- يرسم المعلم مجموعة من إثنى عشر شيئا على السبورة كما هو مبين ويعدها الأطفال ثم يرسم المعلم حلقات كما هو مبين ويسأل أسئلة مثل:



- كم مجموعة كونتها أنا؟ ما عدد عناصر كل مجموعة؟
- ما عملية الضرب التى يمكن كتابتها أسفل الرسم؟ (٤×٣=١٢)
- ما عملية القسمة التى يمكن أن أكتبها أسفل الرسم ١٢ ÷ ٤ = ٣

يرسم المعلم رسما آخرا للأثنى عشر شيئا ولكن فى هذه الحالة يرسم الحلقات كما هو مبين ثم يكرر المعلم الأسئلة السابقة فيقول الأطفال الإجابات كما يلى :

٣ × ٤ =١٢ 　، 　١٢ ÷ ٣ = ٤

ثم يرسم المعلم الأثنى عشر شيئا وينظمهم ويرسم الحلقات كما بالشكل المقابل ويكرر الأسئلة السابقة فيحصل على الإجابات التالية:

٦ × ٢ = ١٢ ، ١٢ ÷ ٦ = ٢

و يمكن الحصول على العبارتين التاليتين

٢ × ٦ = ١٢ ، ١٢ ÷ ٦ = ٦ برسم الحلقات كما هو مبين ويجب تكرار هذا النشاط عدة مرات بأعداد مختلفة مثل: (٦، ٨ ، ٩ ، ١٠ ، ١٤، ١٥، ١٨، ٢٠)

هذا النشاط مهم لأنه يركز على الربط بين الضرب والقسمة كما أنه يساعد الأطفال على حرية الحركة بين حقيقة الضرب وحقيقة القسمة المناظرة لها (مثل ٥ × ٢ = ١٠ تؤدى إلى ١٠ ÷ ٥ = ٢) كما أنه يبنى أيضا فهم خاصية الإبدال لعملية الضرب (٣ × ٤ = ٤ ×٣) ولهذا يجب على الأطفال أن يتدربوا على هذا النوع من النشاط خلال المرحلة الإبتدائية.

٢- يستخدم الأطفال شرائط العدد الملونة فيأخذون شريط ١٠ ويضعون شرائط ٢ جنبا على جنب للحصول على نفس الطول ويسجلون النشاط كما يلى:
١٠ ÷ ٢ = ٥ أو ٢×٥ = ١٠

ثم يستمرون فى إيجاد كم شريطا نحتاج إليه للحصول على نفس طول الشريط ١٠؟ ويسجلون النشاط هكذا

١٠ ÷ ٥ = ٢ أو ٥ × ٢ = ١٠ ويكررون هذا النشاط مع شرائط مختلفة.

٣- يعرض المعلم بعض الصور ويطلب من الأطفال التعبير عنها بجمل ضرب وقسمه هكذا



٢ × ٤ = ٨   ٣ × ٤ =

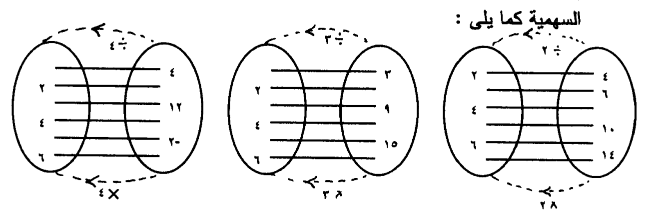
٨ ÷ ٢ = ٤   ١٢ ÷ ٣ =

٤- يجب أن يكون الأطفال- بعد هذه الأنشطة المتعددة للضرب والقسمة - مستعدين للتعامل مع أسئلة مثل : أكمل ٤ × = ١٢ فيجد الأطفال أن عليهم أن يحاولوا إيجاد عدد الأربعات التى يحتاجونها لتكوين ١٢ فيكتبوا ٣ فى المربع الخالى.

ثم يستمرون حتى يتمكنوا من التعامل مع عبارات مثل ١٦ ÷ = ٨

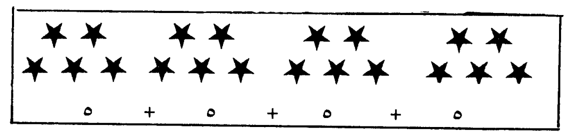
تكرر هذه الأنشطة بعبارات مختلفة تعتمد على الفهم لإفكار الضرب والقسمة.

٥- يمكن للأطفال أن يتدربوا على ربط الضرب بالقسمة من خلال تكملة المخططات السهمية كما يلى :



حقائق القسمة:

لكى يعرف الأطفال حقائق القسمة ويتمكنوا منها يجب عليهم أن يفهموا معنى الضرب ويحفظوا حقائق الضرب ويفهموا معنى القسمة أولا فمثلا إذا فهم الأطفال أن ٥ × ٤ يمكن التفكير فيها كما يلى



وعرفوا أن ٥ × ٤ = ٢٠

وفهموا أن ٢٠ ÷ ٥ يمكن التفكير فيها بصورة كلامية على أنها كم خمسة تكون عشرين؟ فعندئذ يمكنهم إعطاء الإجابة ٤ مباشرة وليس هناك ما يدعو لقضاء وقت أو بذل جهد فى حفظ حقيقة القسمة ٢٠ ÷ ٥ = ٤.

ولكن ما يجب عمله عندما يتم تعلم كل مجموعة من حقائق الضرب يجب تعلم حقائق القسمة المناظرة لها فعلى سبيل المثال فى المجموعة الأولى من تعلم حقائق الضرب (لا يزيد حاصل الضرب عن ٢٤) يجب أن يتبع حقائق الضرب حقائق القسمة المناظرة لها

٦ ÷ ١ ٢١ ÷ ٣٠ ÷ ١ ٤ ÷ ٢ ٢٠ ÷ ٥

١٦ ÷ ٨ ٦ ÷ ٦ ٢١ ÷ ٧ ١٦ ÷ ٣ ٢٠ ÷ ٤

ويكرر ذلك مع بقية مجموعات حقائق الضرب التى تكلمنا عنها سابقا.

ويمكن أيضا إستخدام نفس الأدوات التى تم ذكرها فى بناء حقائقة الضرب فى تعميق الربط بين الضرب والقسمة ففى بطاقات التدريب مثلا يمكن إعداد بطاقات بحيث يدون على أحد وجهيها مجموعة من حقائق الضرب وعلى الوجه الآخر (الخلف) مجموعة من حقائق القسمة المناظرة لها.

ويجب ألا تستخدم هذه البطاقات إلا عندما يثق الطفل من معرفته بحقائق الضرب وتمكنه منها ومن الممكن أن يكتب كل طفل فى كراسه التمارين الخاصة به حقائق الضرب كاملة وبعد ذلك يكتب حقائق القسمة المناظرة لها (كاملة) على الجانب الأخر من الكراسة.

الضرب بإستخدام القيمة المكانية

الجمع المتكرر والضرب:

تنشأ الحاجة إلى إستخدام القيمة المكانية عندما نحتاج إلى إجراء عمليات ضرب خارج نطاق حقائق الضرب (جدول الضرب) المعروفة (مثل ١٤ × ٦ ، ٢٧× ٣ ، ...) وتعتمد الطرق التى نستخدمها على معرفة تامة بحقائق الضرب (حتى ٩ × ٩ = ٨١) ولهذا يجب أن نبذل مزيدا من الجهد لمساعدة الأطفال على حفظ جدول الضرب كما يجب على الأطفال أن يفهموا الربط بين الجمع المتكرر والضرب أى يجب عليهم أن يفهموا منذ البداية أن ٧ × ٣ مثلا هى طريقة أخرى للتفكير فى ٧ + ٧ + ٧. كما يجب عليهم أن يفهموا أن أى ضرب يمكن إجراؤه بالجمع المتكرر فمثلا ٤٥ × ٥ يمكن إيجاد حاصل الضرب بجمع ٤٥ خمس مرات وعندما تكون حقائق الضرب معروفة وإستخدام القيمة المكانية مفهوما فإن الإجابة يمكن الحصول عليها بسرعة أكبر بإجراء الضرب ويسير تعلم الضرب فى هذه المرحلة وفقا للخطوات المقترحة التالية:

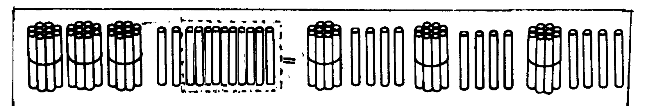
١- إعطاء تدريبات عديدة على تعلم حقائق الضرب.
٢- شرح إستخدام القيمة المكانية فى التعامل مع الضرب الخارج عن نطاق جدول الضرب المعروف من خلال أمثلة مثل ١٣ × ٤ وتسجيل الحل كاملا كجمع متكرر وكضرب ويجب إختيار الأمثلة بحيث لا يزيد حاصل الضرب عن ٩٩.
٣- تقديم الصورة المختصرة فى تسجيل الضرب والبدء بأمثلة لا يستخدم فيها الحمل مع وجود أمثلة يظهر الصفر فى الحل فى عمود الآحاد.

ملحوظة : تحدث بعض الأخطاء نتيجة عدم وضع الأطفال للصفر.

٤- توسعه ٢، ٣ بمسائل تظهر فيها المئات فى الإجابة مثل ٧ × ٣٤.
٥- شرح الضرب فى ١٠ وهذه خطوة هامة جدا.

أنشـــطة :

١- يوزع المعلم على الأطفال مصاصات تنظم فى عشرات وآحاد ويكون العمل فى أزواج أوفى مجموعات صغيرة ويطلب منهم تمثيل ثلاث مجموعات كل مجموعة بها أربعة مصاصات منفردة وحزمة (عشرة) واحدة.



ويسجل الأطفال العدد الموجود فى كل مجموعة ثم يطلب المعلم منهم تجميع جميع المصاصات معا لإيجاد العدد الكلى فسوف يقول معظم الأطفال بسرعة يوجد ٣ عشرات، ١٢ آحاد ويجب عليهم أن يفهموا أيضا أن الـ ١٢ مصاصة يمكن أن نكون منها حزمة واحدة (عشرة) مع ٢ مصاصة منفردة ويضع الأطفال هذه الحزمة مع العشرات ولهذا يوجد ٤ عشرات ، ٢ آحاد أى يوجد ٤٢.

ثم يناقش تسجيل هذا النشاط بعد ذلك أولا لجمع ثم بعد ذلك كضرب كما يلى

جمع

ع	ح
١	٤
١	٤
١	٤
١	٢
٣	٠
٤	٢

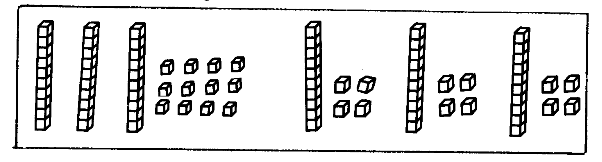
جمع

ع ١	ح
١	٤
١	٤
١	٤
٤	٢

	ع	ح
	١	٤
		٣×
(٣ × ٤) ←	١	٢
(٣ × ١٠) ←	٣	٠
١٤ ×٣	٤	٢

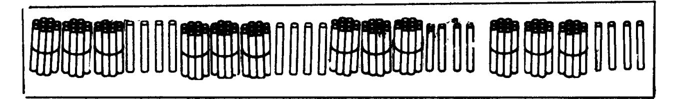
ويجب تكرار الربط بين هاتين الطريقتين فى التسجيل عدة مرات مع أعداد أخرى من المصاصات.

٢- يمكن أن يكون نشاط ١ مفيدا إذا كرر بإستخدام قطع دينيز للأساس عشرة

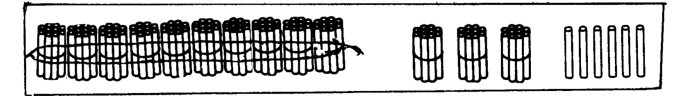


حيث يتم السير فى النشاط وتسجيله أولا كجمع وبعد ذلك كضرب كما فى النشاط ١

٣- يوسع نشاط ١ بحيث تظهر المئات فى حاصل الضرب وإذا أخذنا مثلاً ٤ × ٣٤ كمثال يضع الأطفال ٣ عشرات، ٤ آحاد فى مجموعات من الآحاد والعشرات هكذا.



ثم يجمعون المصاصات معا لإيجاد العدد الكلى ويغير الأطفال الـ ١٦ مصاصة إلى حزمة واحدة (عشرة) و ٦ مصاصات منفردة ثم تحرك العشرة إلى مجموعة العشرات فيصير عدد العشرات ١٣ تؤخذ منها عشر عشرات وتربط معا لتكون حزمة كبيرة بمائة وبذلك يصبح تنظيم المصاصات كما بالشكل التالى:



ويسجل النشاط بعدة طرق كما يأتى:

جمع

ح	ع	م
٤	٣	
٤	٣	
٤	٣	
٤	٣	
٦	١	
٠	٢	١
٦	٣	١

جمع

ح	ع	م
	①	①
٤	٣	
٤	٣	
٤	٣	
٤	٣	
٦	٣	١

ضرب

ح	ع	م	
٤	٣		
×٤			
٦	١		(٤ × ٤)
٠	٢	١	(٤× ٣)
٦	٣	١	(٤× ٣٤)

ضرب

ح	ع	م
	①	
٤	٣	
× ٤		
٦	٣	١

ومن المهم ملاحظة أن طريقة التسجيل الثانية فى الضرب تستخدم فقط عندما يفهم الأطفال الطريقة الأولى.

الضرب فى ١٠

تنشأ فكرة ضرب عدد مكون من رقم واحد فى ١٠ من خلال التعامل مع تلك الأنشطة المتعددة. وهذه فكرة هامة ويجب مناقشتها بالتفصيل كلما سنحت الفرصة.

كما أنه عندما يدخل الأطفال فى القسمة (على عدد مكون من رقم واحد) تصبح القدرة على التعامل مع هذا النوع من الضــرب ضرورية وخاصة عندما تكون خارج نطاق جدول الضرب (مثلا ٤٢ ÷ ٣).

لا يجد الأطفال صعوبة فى إجراء عمليات الضرب التى على الصورة :

١٠ × ٢ ، ١٠ × ٣، ١٠ × ٤ وهكذا

ولهذا فعندما يفهمون الرموز المستخدمة فيمكنهم التفكير فيها كما يلى:-

١٠ + ١٠ ، ١٠ + ١٠ + ١٠ ، ١٠+١٠+١٠+١٠، وهكذا :

ويجب أن تكون لديهم القدرة بعدئذ على كتابتها هكذا ٢٠، ٣٠ ، ٤٠، ....
وقد تحتاج حواصل الضرب مثل ٢ × ١٠ ، ٣ × ١٠ ، ٤ × ١٠ إلى مزيد من المناقشة

ويمكن الحصول على الإجابة إما بالجمع المتكرر هكذا

٢ + ٢ + ٢ + ٢ + ٢ + ٢ + ٢ + ٢ + ٢ + ٢

٣ + ٣ + ٣ + ٣ + ٣ + ٣ + ٣ + ٣ + ٣ + ٣

٤ + ٤ + ٤ + ٤ + ٤ + ٤ + ٤ + ٤ + ٤ + ٤

أو بإستخدام خاصية الإبدال فى الضــرب أى بتسـجيل ٢ × ١٠ علــى أنهــا تســاوى ١٠ × ٢ وهكذا.

ويجب عدم تقديم قاعدة الضرب فى ١٠ فى هذه المرحلة لأنه ليس من المهم فقط أن تكون لدى الأطفال القدرة على ضرب أى عدد مكون من رقم واحد فى ١٠ ولكن يجب عليهم أيضا أن يقدروا على إعطاء شرح وتوضيح لكيفية الحصول على الإجابة.

القسمة بإستخدام القيمة المكانية

يقول معظم المعلمين فى أغلب الأحوال أن الأطفال يجدون فى القسمة أصعب العمليات الأساسية وذلك لما يلى :-

أ- المعرفة التامة والصحيحة بجدول الضرب ٩ × ٩ أمر أساسى بالنسبة للقسمة. وكثير من الأطفال لا يعرفون (لا يحفظون) جدول الضرب.

ب- غالبا ما تستخدم الصيغة التقليدية الشكلية فى تسجيل القسمة فى مرحلة مبكرة جدا.

جـ- اللغة المستخدمة غالبا ما تكون لا معنى لها بالنسبة للأطفال.

وعلى ذلك فنحن نحتاج إلى معرفة أسباب هذه الصعوبات عند تقديم القسمة التى خارج نطاق جدول الضرب مثل ٧٢ ÷ ٣ .

القسمة خارج نطاق الحقائق المعروفة :

فى المراحل المبكرة يجب أن تنشأ كل مسألة قسمة من موقف عملى واقعى فى الحياة اليومية فمثلا ٧٢ ÷ ٣ يمكن أن تنشأ من موقف مثل :

يوجد إثنان وسبعون طفلا نظموا ثلاثات . كم ثلاثة لدينا ؟

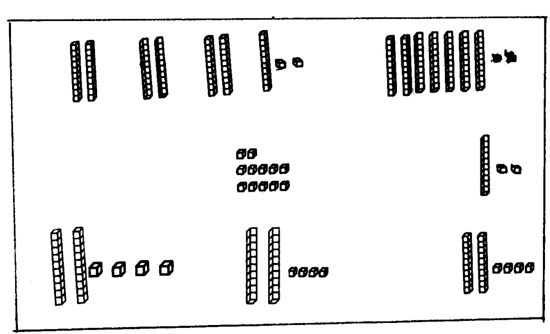
نحن كمعلمين نحتاج للتأكد من أن جميع الأطفال يفهمون أن ٧٢ ÷ ٣ يمكن إستخدامها للتعبير عن كم ثلاثة تكون اثنين وسبعون ٧٢؟ وعلى العلم أن يناقش أساليب إيجاد الإجابة مع الأطفال وفيما يلى بعض المقترحات:

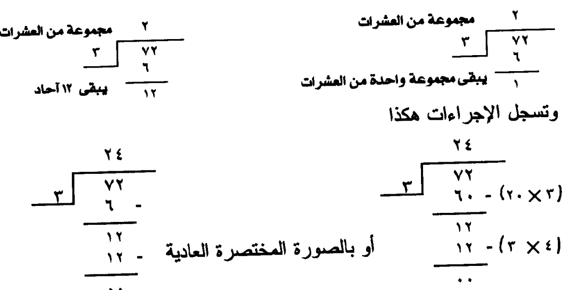
أولا : إستخدام ٧٢ شيئا (حبوب - خرز - مكعبات ....) وتنظم فى ثلاثات ثم حساب عدد الثلاثات.

ثانيا : إستخدام ٧٢ شيئا مع إستخدام الطرح المتكرر لإيجاد كم ثلاثة يمكن الحصول عليها.

ثالثا : بدون إستخدام أشياء

أولا : بإستخدام قطع دينيز للأساس ١٠ والتجزىء حيث يعطى المعلم القطع لأحد الأطفال ويطلب منه تمثيل العدد ٧٢ ثم يطلب منه تقسيم القطع الكبيرة إلى ثلاثات فينتج ٢ عشرة ويبقى واحد عشرة مع الإثنين المفردين ثم يطلب منه فك الواحد عشرة إلى عشر وحدات فينتج ١٢ وحدة ويطلب منه تقسيمها فينتج ٤ وحدات ويكون الناتج الكلى ٤ وحدات ، ٢ عشرات أى ٢٤.





ثانيا : بناء فهم القسمة من خلال الطرح المتكرر

لقسمة ٧٢÷٣ نستخدم الطرح المتكرر لثلاثة ٧٢-٣ = ٦٩، ٦٩-٣ = ٦٦، وهكذا وهذه الطريقة طويلة ومملة ومن الممكن حدوث أخطاء خلال الطرح ولكنه إجراء جدير بالإحترام.

ويجب ألا ننعجل فى تقديم القسمة حتى لا نكرر الشرح مرة ثانية وثالثة وبالنسبة للطرح المتكرر فقد يقترح بعض الأطفال إستخدام ضرب الثلاثة بعدد معروف الناتج من جدول الضرب فمثلا يعرف الأطفال أن ١٠×٣ = ٣٠ ولكن هذا جزء فى طريق الـ ٧٢ وبالطرح يمكن للأطفال أن يوجدوا الفرق بين ٧٢، ٣٠ (٧٢-٢٧ = ٤٢) ثم يكررون العمل

٤٢-٣٠ = ١٢ وهم يعرفون أن ٣×٤ = ١٢ ولهذا يمكن التفكير فى ٧٢ علـى أنهـا ١٠ ثلاثات، ١٠ ثلاثات، ٤ ثلاثات. ويمكن توضيح ذلك على خط الأعداد.

٠ ١٠ ٢٠ ٣٠ ٤٠ ٥٠ ٦٠ ٧٠ ٨٠

وقد يقترح الأطفال أساليبا أخرى لإيجاد ٧٢ بإستخدام الثلاثات وإذا اختير عدد صغير من الثلاثات أولا فسيضطرون إلى إجـراء القسـمة عدة مـرات وذلـك لأن الفـرق سوف يظل خارج نطاق جدول ضرب الثلاثة.

ويستمر الأطفال فى مناقشة مسائل قسمة مثل٦٤÷ ٤ ،٣٨÷ ٢ ،٨٤÷ ٧، ٩٦ ÷ ٦ بنفس الطريقة مع مراعاة أن كل مسألة قسمة يجب أن تبدأ كمشـكلة بسيطة تحـدث يوميا فمثلا:

- وزعنا ٦٤ كتابا على رفوف يتسع كل رف منها لـ ٤ كتب. كم رفا نحتاج؟
- نريد تقسيم قطعة قماش طولها ٣٨ مترا إلى قطع طول القطعة مـتران علـى كـم قطعـة نحصل؟

من خلال هذه الأمثلة المتنوعة سوف يبدأ الأطفال فى رؤية أنه من المفيد جعـل الخطـوة الأولى كبيرة قدر الإمكان فمثلا من الأفضل أن تكون الخطوة الأولى فـى ٩٦÷٨ هـى ١٠×٨ = ٨٠ وهذا يتعامل مع أكبر قدر يمكن إستخدامه كجزء من ٩٦ والذى يقـع فـى نطاق حقائق الضرب المعروفة.

إستخدام ١٠ كأول عدد مضروب يزودنا دائما بأفضل خطوة أولى كما أنه أيضـا يتضمن فائدة أخرى وهى أن الضرب فى ١٠ سهل جدا عندما تفهم القيمة المكانية.

تسجيل القسمة : Recording a division

يمكن للأطفال الإستمرار فـى تسـجيل إجـراء القسمة فـى صـورة رأسية كمـا هـو مبين علـى اليسار

وهذه الطريقة فى التسجيل لها بعض الفوائد منها:

١- إنها تسمح بتسجيل ما يفعله الأطفال خطـوة خطوة.

ب- لا تقدم فيها العبارت الغريبة.

جـ- إنها تعرض الربط بين الضرب والقسمة.

	ع	آ
	٧	٢
(٣×١٠)	٣	٠ -
	٤	٢
(٣×١٠)	٣	٠ -
	١	٢
(٣×٤)	١	٢
	٠	٠

ومما يجب التركيز عليه بقوة هو أن أى طريقة فى تسجيل مسألة القسمة السابقة تكون ذات معنى فقط عندما يفهم الأطفال معنى٧٢÷ ٣ فهما كاملا (غالبا ما تكون ليست هذه هى الحالة). ولهذا فإنه من الضرورى، فى المراحل المبكرة، أن يصر المعلم فى شرحه على أن يعبر الأطفال بكلمات من عندهم بما تعنى كل مسألة قسمة فمثلا "اثنان وسبعون مقسومة على ثلاثة أخبرنى كيف يمكن إيجاد عدد الثلاثات التى تكون اثنين وسبعين؟".

وفيما يلى مثالان لتسجيل القسمة بنفس الطريقة السابقة

٦٤ ÷ ٤

	ع	ح
	٦	٤
(٤×١٠)	٤	٠ -
	٢	٤
(٤×٦)	٢	٤ -

٦٤ ÷ ٤ = ١٦

٧٥ ÷ ٥

	ع	ح
	٧	٥
(٥×١٠)	٥	٠ -
	٢	٥
(٥×٥)	٢	٥ -

٧٥ ÷ ٥ = ١٥

إذا فهم الأطفال خاصية الإبدال فى الضرب (٥×٣ =١٥، ٣×٥ = ١٥مثلا) فإنهم سوف يفهمون أنه إذا كان ١٤×٣ = ٤٢ فإن ٣×١٤ = ٤٢ وهذا يمكنهم من القول: إذا نظم ٤٢ طفلا فى ثلاثة فرق متساوية العدد فإنه سوف يكون ١٤طفلا بكل فريق ويمكن إختبار ذلك بالطبع، بالضرب (٣×١٤ = ٤٢) وبالنسبة لمسألة قسمة مثل ٧٨÷ ٣ فإننا نضطر إلى عمل ثلاث خطوات كما هو مبين على اليسار

	ع	ح
	٧	٨
(٣×١٠)	٣	٠ -
	٤	٨
(٣×١٠)	٣	٠ -
	١	٨
(٣×٦)	١	٨ -

٧٨ ÷ ٣ = ٢٦

وهذا يمكن توضيحه جيدا مرة ثانية بإستخدام خط أعداد كما يلى

١٠+١٠+٦ = ٢٦

٧٨ ÷ ٣ = ٢٦

سوف يرى بعض الأطفال الذيـن يفهمـون الضـــرب فـــى ٢٠، ٣٠، ......، ٩٠ أن إجراءات القسمة السابقة يمكن إختصارها بـالضرب فـى ٢٠ كمـا هــو مبيــن علــى اليسار وهذه خطوة كبرى بالنسبة لعديـد من الأطفال

ع	ح	
٧	٨	
٦	٠ -	(٣×٢٠)
١	٨	
١	٨ -	(٣×٦)
٠	٠	

وقد يشـعر بعـض المعلميـن بأنـه مـن الأفضـــل للأطفال أن يحرك الناتج إلى أعلى فـى تسـجيل القسمة كما هــو مبيـن علـى اليسـار. وسـوف لا يخلق ذلك مشـكلات وللتـأكد مـن عـدم حـدوث مشكلات يجب أن يشرح التسجيل الجديد جيـدا وينـاقش بإفاضـة مـع الأطفـال وقـد يكـــون مـــن المفيـد، كخطـوة أولـى، أن ألـ ١٠، الـــ ٨ فـــى الإجابة مفصولين كما هو مبين على اليسار

```
      ١٨
 ٣ | ٥٤
     ٣٠ -
     ٢٤
     ٢٤
     ٠٠
٥٤ ÷ ٣ = ١٨

      ٨
     ١٠
 ٣ | ٥٤
     ٣٠ -
     ٢٤
     ٢٤ -
     ٠٠
٥٤ ÷ ٣ = ١٨
```

ويزودنا ذلك بمزيد من الربط المباشر مع الطريقة المستخدمة فى المراحل المبكرة.

الطريقة التقليدية فى التسجيل ليست لها ميزة خاصةعلى الطريقة التى قدمت هنا فقد تكون هــى الطريقـة التـى إستخدمت مـن قبـل عديـد مـن المعلميـن عندمـا كـانوا فـى المدرسة. وإذا قدمت الطريقة المختصرة فى تسجيل القسمة $\overline{٥٤}$)٣ (١٨) فيجب أن يتم ذلك حينما تفهم طريقة الخطوة- خطوة فهما كاملا.

ونسميها مختصرة لأن كثيرا من الخطوات فيها لم تسجل، فعمليات الطرح علـى سبيل المثال أجريت فى العقل ولم تكتب أسفل.

بعض الأطفال لديهم القدرة على عمل ذلك بسـهولة ولكـن بالنسبة للآخريـن فقـد تسبب عديدا من الصعوبات لأنهم مـازالوا يحتـاجون إلـى كتابـة عمليـات الطـرح أسـفل ولكنهم الآن سيجرونها على قصاصات من الورق (مسودة) ولهذا نحتاج إلى عناية كبيرة فى تقديم هذه الطريقة فى التسجيل وبعد ذلك يجب أن يعطى الأطفال الفرصة فى إختيار إستخدام إما الطريقة المختصرة أو الطريقة الخطوة - خطوة .

بواقى القسمة Remainders in division

ينشأ الباقى فى القسمة من خـلال بعض المواقـف الحياتيـة مثـل : إذا كـان ثمن كيلو التفاح ٤ جنيهات فكم كيلو يمكن شراؤها بـ ٧٠ جنيها؟

الإجراءات مبينـه علــى اليســار يمكـن شــراء ١٧ كيلــو ولكــن كـل النقــود لـم تستخدم، حيث يبقى جنيهان

	ع	ح
	٧	٠
(٤×١٠)	٤	٠ -
	٣	٠
(٤×٧)	٢	٨ -
		٢

يجب مناقشة عديد من الأمثلة الشبيهة بذلك مع الأطفال فمثلا

أ- شريط من الورق طوله ٨٥سم. كـم عـدد الشـرائط التـى طـول كـل منهـا ٦سـم يمكـن قطعها منه؟ وما طول القطعة التى لم تستخدم؟

ب- كم طابع بريد فئه ٣ قروش يمكن شراؤها بـ ٥٠ قرش؟ وما عدد القروش الباقية؟

أى أنه من الأهمية بمكان أن تستخدم أمثلة من واقع الحياة لأن ذلك يساعد الأطفال على فهم ما يفعلون.

ضرب وقسمة الأعداد الكبيرة

ناقشنا فى هذا الفصل ضرب عدد مكون من رقمين فى عدد مكون من رقم واحد والآن تمتد العملية لتشمل الضرب فى عدد مكون من رقمين وفى عدد مكون من ثلاثة أرقام وهكذا. ويأتى هذا الإمتداد والتوسع بأفكار مهمة ويحتاج إلى عناية كبيرة عند التفكير فى هذه الأفكار ويعتمد الضرب فى عدد مكون من رقمين أو أكثر على:

أ- الضرب فى ١٠، ١٠٠، ١٠٠٠ وهكذا

ب- إستخدام فكرة التفكير فى ٤٥×٥٧ مثلا على أنها (٤٠×٥٧) + (٥×٥٧)

جـ إستخدام الفكرة

٤٠×٥٧ = ٥٧ × (٤×١٠)

= (٥٧× ٤) × ١٠

أو ٤٠×٥٧ = ٥٧ × (٤×١٠) = (١٠×٥٧) × ٤

ويسير أسلوب تقديم الضرب فى هذه المرحلة وفقا لما يلى:

١-الضرب فى ١٠

وهذه نقطة البداية. ويجب ألا نسرع فى هذه الخطوة لأنها تعتبر الأساس لكل العمل الذى سيليها.

أ- ضرب عدد مكون من رقم واحد فى عشرة:

يعطى الأطفال مزيدا من التدريبات على ضرب عدد مكون من رقم واحد فى ١٠

(مثلا ٧ ×١٠):ويمكن الحصول على الإجابة بإستخدام الجمع المتكرر   ح ع

١٠×٧ = ٧ + ٧ + ٧ + ٧ + ٧ + ٧ + ٧ + ٧ + ٧ + ٧ = ٧٠   ٧

× ١٠

ويمكن تسجيل حاصل الضرب هذا كما باليسار   —

٧٠

من هذا المثال وأمثلة أخرى (مثل ٦×١٠، ٣×١٠) يبدأ الأطفال فى رؤية أنه عند ضرب ٧ فى ١٠ فإن ٧ تتحرك إلى عمود العشرات ويوجد صفر فى عمود الآحاد

ب ـ ضرب عدد مكون من رقمين بين ١٠ ، ٢٠ فى ١٠

يمكن إيجاد نتيجة حاصل ضرب مثل ١٦ × ١٠ أولا كجمع متكرر

١٦ × ١٠ = ١٦ +١٦ + ١٦ + ١٦ + ١٦+ ١٦ + ١٦ + ١٦ + ١٦+ ١٦ = ١٦٠

كما يمكن تقديم فكرة التفكير فى ١٦ على أنها ١٠ + ٦ وكتابة حاصل الضرب هكذا (١٠+٦) ×١٠ ويحتاج ذلك إلى مناقشة بعناية ويمكن بيان العمل كما يلى :

١٦ × ١٠ = (١٠+٦) × ١٠

= (١٠ × ١٠) + (٦ × ١٠)

= ١٠٠ + ٦٠

= ١٦٠

يرى الأطفال من هذا المثال وأمثلة أخرى أنه حينما نضرب ١٦ × ١٠ على سبيل المثال أن ١ ، ٦ يظهران فى الإجابة ولكن كل رقم منهما مزاح خانة واحدة إلى اليسار ويوجد صفر فى خانة الآحاد .

جـ ـ ضرب ٢٠ ، ٣٠ ، ٤٠ ـ ٩٠ فى ١٠

باستخدام ٣٠ × ١٠ كمثال نوجد أولا الإجابة كجمع متكرر

٣٠ × ١٠ = ٣٠ + ٣٠ + ٣٠ + ٣٠+ ٣٠ + ٣٠+ ٣٠ + ٣٠+ ٣٠ + ٣٠ = ٣٠٠ ثم نستخدم ١٠ لتكوين ٣٠ هكذا ١٠ + ١٠ + ١٠ وذلك لكتابة عملية الضرب هكذا :

٣٠ × ١٠= (١٠ + ١٠ + ١٠) × ١٠

= (١٠ × ١٠) + (١٠ × ١٠) + (١٠ × ١٠)

= ١٠٠ + ١٠٠ + ١٠٠ = ٣٠٠

يرى الأطفال من هذا المثال وأمثلة أخرى مثل (٤٠ × ١٠ ، ٧٠ × ١٠) أنه عند ضرب ٣٠ × ١٠ تظهر ٣ ، . فى الإجابة ولكن كلا منهما مزاح خانة واحدة إلى اليسار ويوجد صفر فى خانة الآحاد .

د - ضرب أى عدد مكون من رقمين فى ١٠

باستخدام ٣٧ × ١٠ كمثال :

نستخدم الجمع المتكرر أولا

٣٧ × ١٠ = ٣٧ + ٣٧ + ٣٧ + ٣٧ + ٣٧ + ٣٧ + ٣٧ + ٣٧ + ٣٧ + ٣٧= ٣٧٠

ملاحظة :

يرى الأطفال أن الجمع المتكرر يصبح طويلا ومملا وغالبا ما يؤدى إلى أخطاء وحينئذ.
يعرض العمل كما يلى : -

٣٧ × ١٠ = (٣٠ + ٧) × ١٠

= (٣٠ × ١٠) + (٧× ١٠)

= ٣٠٠ + ٧٠

= ٣٧٠

	م	ع	أ
	٧	٣	
	١٠ ×		
(٧ × ١٠)	٠	٧	
(٣٠ × ١٠)	٠	٠	٣
(٣٧ × ١٠)	٠	٧	٣

ويرى الأطفال من هذا المثال وأمثلة أخرى كثيرة مثل (٢٤×١٠، ٦٩× ١٠) أنه عند ضرب عدد مكون من رقمين فى ١٠ فإن نفس الرقمين يظهران فى الإجابة . ولكن كل رقم مزاح خانة واحدة إلى اليسار ويوجد صفر فى خانة الآحاد .

ويمكن توجيه نظر الأطفال إلى النمط التالى

حيث يتم ضرب العوامل التى ليست أصفار ووضع حاصل جمع عدد الأصفار فى العددين المضروبين (العوامل) أمام حاصل ضرب الأعداد غير الصفرية.

٤ × ٢ ← ٨

٤ × ٢٠ ← ٨٠

٤ × ٢ ← ٨

٤٠٠ × ٢ ← ٨٠٠

٤ × ٢ ← ٨

٤٠ × ٢٠٠ ← ٨٠٠٠

٢ - الضرب فى أعداد من ١١ - ١٩

يشير المثال ٢٣ × ١٥ إلى الأسلوب الذى يمكن استخدامه حيث نستخدم الجمع المتكرر أولا لإيجاد حاصل الضرب.

٢٣ × ١٥ = ٢٣ + ٢٣ + ... + ٢٣ (١٥ مرة) وهذه الـ ١٥ ثلاثة وعشرون يمكن توضيحها بعد ذلك كما يلى:

٢٣ + ٢٣ + ٢٣ + ... ٢٣ (عشر مرات) أى ٢٣ × ١٠)

٢٣ + ٢٣ + ٢٣ + ٢٣ + ٢٣ (٥×٢٣)

ويساعد ذلك الأطفال على فهم إجراء الضرب فى ١٥ على أنه ضرب فى ١٠ ثم ضرب فى ٥ ثم جمع الناتجين كما أنه يساعد الأطفال على فهم العبارات :

٢٣ × ١٥ = ٢٣ (١٠ +٥)

= (٢٣ × ١٠) + (٢٣ × ٥)

٢٣٠ + ١١٥ = ٣٤٥

ويمكن أن نسجل الضرب فى صورة رأسية هكذا

ح	ع	م	
	٢	٣	
×	١	٥	
٢	٣	٠	(٢٣ × ١٠)
١	١	٥	(٢٣ × ٥)
٣	٤	٥	(٢٣ × ١٥)

ويمكن أن يسير أجراء الضرب فى نفس المثال ٢٣ × ١٥ بأسلوب آخر هكذا

الخطوة الأولى. الضرب بالآحاد		الخطوة الثانية الضرب بالعشرات		الخطوة الثالثة جمع حواصل الضرب الجزئية
٢٣		٢٣		٢٣
١٥ ×		١٥ ×		١٥ ×
١١٥	← (٢٣×٥)	١١٥	←	١١٥
		٢٣٠	← ٢٣×١٠	٢٣٠
				٣٤٥

استخدم الصفر كحافظ للخانة

وحواصل الضرب الجزئية يمكن الحصول عليها هكذا

٢٣	
١٥ ×	
١٥	← (٥ × ٣)
١٠٠	← (٥ × ٢٠)
٣٠	← (١٠ × ٣)
٢٠٠	← (١٠ × ٢٠)
٣٤٥	

٣ - الضرب فى ٢٠ ، ٣٠ ، ٤٠ ، .... ، ٩٠

باستخدام أى مثال وليكن ٥٣ × ٢٠ يجب أن يستمر الأطفال فى التفكير فى الضرب أولا على أنه جمع متكرر مع ملاحظة أنه (لايمكن التركيز أكثر من اللازم على الربط بين الضرب والجمع المتكرر لأنه قد يربك كثيرا من الأطفال)

٥٣ × ٢٠ = ٥٣ +٥٣ +٥٣ +٥٣ + ... +٥٣ [عشرون (٢٠) ثلاثة وخمسون]

ويمكن بيان الـ ٢٠ ثلاثة وخمسون هكذا

(٥٣ +٥٣ +٥٣ +٥٣ .....) + (٥٣ +٥٣ +٥٣ +.......)

١٠ ثلاثة وخمسون + ١٠ ثلاثة وخمسون أى أن (٣٥ × ١٠) + (٣٥ × ١٠)

= (٣٥ × ١٠) × ٢

= ٥٣٠ × ٢ = ١٠٦٠

ويمكن بيان الجمع المتكرر أيضا هكذا

(٣٥ × ١٠) + (٣٥ × ١٠) + (٣٥ × ١٠) + ...+ ٣٥ × ١٠) عشر مرات

أى أن

٥٣ × ٢٠ = (٥٣ × ٢) × ١٠

= (١٠٦ × ١٠ = ١٠٦٠

ويجب مناقشة كلا من هذه الأساليب مع الأطفال مناقشة مستفيضة كما يجب مناقشة أمثلة أخرى على الضرب فى ٢٠ بنفس الأسلوب ومن هذه المناقشات يجب أن يرى الأطفال أنه لكى نضرب أى عدد فى ٢٠ يمكن أولا ضرب العدد فى ١٠ ثم ضرب الناتج فى ٢ أو ضرب العدد فى ٢ وبعد ذلك نضرب الناتج فى ١٠

ويجب أن يستمر الأطفال بعد ذلك فى الضرب فى ٣٠ ، ٤٠ ، ...... ٩٠ ، .

٤ - الضرب فى أى عدد مكون من رقمين :

وهذا يتطلب كل الأفكار والأساليب والأجراءات التى كونها الأطفال تدريجيا فى عملهم السابق ومثال على ذلك ٤٨ × ٣٧ ويجب أن تكون لدى الأطفال القدرة على التفكير فى هذا الضرب هكذا

```
   ٨ + ٤٠          أ  ع  م  ل                       أ   ع   م
   ٧ + ٣٠          ٨  ٤                             ٨   ٤
 ---------         ٧  ٣   الصورة المختصرة    ×      ٧   ٣
      ٦ ٥         -------                        ----------
    ٠ ٨ ٢          ٦ ٥          ← (٨×٧)           ٦   ٣   ٣
    ٠ ٤ ٢        ٠ ٨ ٢          ← (٤٠×٧)          ٤   ٤   ١
  ٠ ٠ ٢ ١        ٠ ٤ ٢          ← (٨×٣٠)        ----------
 ---------     ٠ ٠ ٢ ١          ← (٤٠×٣٠)  ٦   ٧   ٧   ١
  ٦ ٧ ٧ ١      -------
               ٦ ٧ ٧ ١
```

ويجب تزويد الأطفال بتدريبات كثيرة من هذا النوع . وعلى أى حال سوف لايجد الأطفال صعوبة فى فهم هذه المرحلة إذا فهموا المراحل السابقة لها

٥ ـ الضرب فى عدد مكون من ٣ أرقام أو أكثر :

وهذا امتداد طبيعى للخطوة السابقة ويعتمد أيضا على الضرب فى ١٠٠ ، ١٠٠٠ وهكذا فيما يلى خطوات شرح حاصل الضرب ٢٤٨ × ٣١٦

×	٦	١٠	٣٠٠	٣١٦
٨	٤٨	٨٠	٢٤٠٠	٢٥٢٨
٤٠	٢٤٠	٤٠٠	١٢٠٠٠	١٢٦٤٠
٢٠٠	١٢٠٠	٢٠٠٠	٦٠٠٠٠	٦٣٢٠٠
				٧٨٣٦٨

٣ ١ ٦
× ٢ ٤ ٨
٢ ٥ ٢ ٨ ← (٨×٣١٦)
١ ٢ ٦ ٤ ٠ ← (٤عشرات×٣١٦)
٦ ٣ ٢ ٠ ٠ ← (٢ مئات×٣١٦)
٧ ٨ ٣ ٦ ٨

ثم يلى ذلك تسجيل بالصورة المختصرة هكذا

ثم يلى ذلك تعويد الأطفال على حذف الأعداد الحمولة ويحتاج الأطفال فى كل إجراءات هذا العمل أن يكونوا متمكنين من جدول الضرب (حقائق الضرب) .

٣ ١ ٦
× ٢ ٤ ٨
٢ ٥ ٢ ٨
١ ٢ ٦ ٤
٦ ٣ ٢
٧ ٨ ٣ ٦ ٨

القسمة على عدد مكون من رقمين أو أكثر :

يحتاج الأطفال لفهم القسمة على عدد مكون من رقمين أو أكثر إلى التمكن من الضرب والطرح والفهم الكامل للإجراءات المستخدمة فى مسائل القسمة على عدد من رقم واحد (كما تم وصفها سابقا) .
ونتعامل أولا مع القسمة بدون باق ثم مع القسمة بباق ثم القسمة (المختصرة)

أولا : القسمة بدون باق

أ ـ القسمة على عدد مكون من رقمين

نتبع نفس الأسلوب الذى استخدمناه فى القسمة على عدد مكون من رقم واحد ويتم ذلك من خلال المثال ٢٢١ ÷ ١٣

```
        ٧
       ١٠
  ١٣)٢٢١
(١٠ × ١٣)←——— -١٣٠
      ————
       ٩١
       ٩١
      ————
```

نطرح أولا ١٠ (ثلاثة عشر) من ٢٢١
وعلى الأطفال بعد ذلك أن يقرروا كم
١٣ يمكن طرحها من ٩١

ومن الممكن أن يجروا ذلك بتجريب الأعداد الممكنة أو بكتابة مضاعفات ١٣ وهى ١٣، ٢٦ ، ٣٩ ، ٥٢، ٦٥ ، ٨٧ ، ٩١ .

وقد نساعد الأطفال وخاصة فى المراحل الأولى إذا كتبنا ١٠ ، ٧ منفصلين فوق خط القسمة كما هو مبين فى المثال .

وبالنسبة لمسائل القسمة مثل ٤٢٩ ÷ ١٣ يمكن طرح أكثر من عشرين ١٣ من ٤٢٩ وذلك من خلال خطوات متعددة أو خطوة واحدة كما هو مبين أسفل

```
                  ٣
                 ١٠
                 ١٠
                 ١٠
           ١٣)٤٢٩
(١٠ × ١٣) ← ١٣٠
           ————
            ٢٩٩
(١٠ × ١٣) ← ١٣٠
           ————
            ١٦٩
(١٠×١٣) ← ١٣٠
           ————
             ٣٩
(١٠×١٣) ← ٣٩
           ————
             ٠٠
```

```
          ٣
        ٣٠
  ١٣)٤٢٩
(٣٠×١٣) ← ٣٩٠
        ————
         ٣٩
         ٣٩
        ————
         ٠٠
```

∴ ٤٢٩ ÷ ١٣ = ٣٣

ويجب مناقشة كلا من هاتين الطريقتين مناقشة مستفيضة مع الأطفال كما يجب تسجيلها فى المراحل المبكرة كما هو مبين عاليه كما يجب على الأطفال أن يفكروا بأنفسهم ولا يعتمدوا على القواعد كما يجب عليهم استخدام كلمات وعبارات تصف

مايقومون به من عمل وبعد التـأكد مـن فهـم الأطفـال للإجـراءات السـابقة يمكـن تقد يـم الطريقة التالية لإجراء المثال

۱۳÷۲۲۱

۲ مئات ÷ ۱۷ ------------

۲۲ عشرة ÷ ۱۳ --------

۹۱ ÷ ۱۳ ----------

۰ ۱ ۷

۱۳) ۲۲۱

۱۳ × ۰ مئات ← ۰۰۰

۲۲۱

۱۳ × اعشرات ← ۱۳۰

۹۱

۱۳ × ۷ ← ۹۱

۰۰

ب ـ القسمة على عدد مكون من ثلاثة أرقام أو أكثر

الطريقة المستخدمة هى امتداد طبيعى للطريقـة التـى اسـتخدمت فـى القسـمة علـى عـدد مكون من رقم واحد وعلى عدد مكون من رقمين والمثال التالى يوضح الإجراءات

۹ آلاف ÷ ۲۵۳------------

۹۳ مائة ÷ ÷ ۲۵۳ --------

۹۳٦ عشرة ÷ ۲۵۳ -----

۱۷۷۱ ÷ ۲۵۳ ------

۰ ۰ ۳ ۷

۲۵۳) ۹۳٦۱

۲۵۳ × ۰ آلاف ← ۰۰۰۰

۹۳٦۱

۲۵۳ × ۰ مئات ← ۰۰۰۰

۹۳٦۱

۲۵۳ × ۳ عشرات ← ۷۵۹۰ -

۱۷۷۱

۲۵۳ × ۷ ← ۱۷۷۱

۰۰۰۰

أى أن   ٩٣٦١ ÷ ٢٥٣ = ٣٧

ولمزيد من التوضيح يمكن عرض الخطوات التالية لإجراء المثال السابق هكذا ٩٣٦١÷٢٥٣

الخطوة ١ أوجد تقديرا ــــ ٢ انقص التقدير

٨)٢ ٤ تعنى أن ٩)٢ حول ٤ تعنى أن ٩٣٦)٢٥٣ حول ٤ ــــ ٤ − ١ = ٣ (تقدير جديد)

كبيرة ↓ ↓ ــــ صحيح ↓

٩٣٦١)٢٥٣ ٤ ــــ ٩٣٦١)٢٥٣ ٣ ــــ ١٩١ <

١٠١٢ ← ٤ × ٢٥٣ ــــ −٧٥٩ ← ٣ × ٢٥٣

------ ــــ ----

لايمكن الطرح ــــ ١٧٧

٣ ـ ارجع مرة ثانية وأوجد تقديرا ٤ ـ انقص التقدير حتى يمكنك الطرح

١٧)٢ ٨ تعنى أن ١٧)٢ حول ٨ تعنى أن ١٧٧١)٢٥٣ حول ٨

٩٣٦١)٢٥٣ ٣٨ ــــ ٩٣٦١)٢٥٣ ٣٧ ــــ ٠ <

−٧٥٩ ــــ ٧٥٩

------ ــــ -----

١٧٧١ ــــ ١٧٧١

٢٠٢٤ ــــ ١٧٧١

------ ــــ ------

لايمكن الطرح ــــ ٠٠٠٠

ثانيا : القسمة مع باق :

إحراءات القسمة مع باق هى نفس إجراءات القسمة بدون باق غير أن فى القسمة مع باق لاينتهى الطرح بل يبقى عدد أصغر من المقسوم عليه ويمكن توضيح الإجراءات من خلال المثال ٨٩٤٧ ÷ ٢٩

١ - أوجد تقديرا ٢ - انقص التقدير

$2\overline{)8}$ = ٤ تعنى أن $29\overline{)89}$ حول ٤ ٤ - ١ = ٣ (تقدير جديد)

$29\overline{)8947}$ (٤) $29\overline{)8947}$ (٣)

١١٦ ← ٤ × ٢٩ — ٨٧ - ← ٣ × ٢٩

لايمكن الطرح ٢

٣ - انظر لأسفل وأوجد تقديرا ٤ - انظر لأسفل وأوجد تقديراً

لايوجد تسعة وعشرون فى اثنين وعشرين $2\overline{)2}$ (١) تعنـى أن $29\overline{)8947}$ (١٠٨) تعنى أن $29\overline{)247}$ (٩)

$29\overline{)8947}$ (٣٠)

٨٧ -

٢٤ فكر فى $29\overline{)24}$

$29\overline{)8947}$ (٣٠٩)

٨٧ -

٢٤٧

٢٦١ ← ٩ × ٢٩

لايمكن الطرح

٥ - انقص التقدير

٩ - ١ = ٨ (تقدير جيد)

$29\overline{)8947}$ (٣٠٨) ١٥ < ٢٩

٨٧

٢٤٧

٢٣٢ - ← ٨ × ٢٩

١٥

∴ خارج القسمة هو ٣٠٨
والباقى ١٥

وينبغى أن يعتنى المعلمون بالدقة فى تحديد مفهوم الباقى كلما نضج التلاميذ وتقدموا خلال برنامج التعليم الإبتدائى

ثالثا : القسمة المختصرة :

يعتمد تسجيل القسمة فى صورة أقصر كما فى المثال المقابل على عمل كثير من الإجراءات فى العقل . ولهذا يجب قبل تقديم هذه الطريقة أن نتأكد جيدا من تمكن الأطفال من تسجيل القسمة بالطريقة المطولة تمكنا علايا .

وقد يكون من عدم الحكمة أن يحاول الأطفال ضعيفى القدرة استخدام الصيغة المختصرة لأنهم إذا فعلوا ذلك فسوف يرتبكون وتتقدم ثقتهم فى استخدام الطريقة المطولة

تعليق ومتابعة :

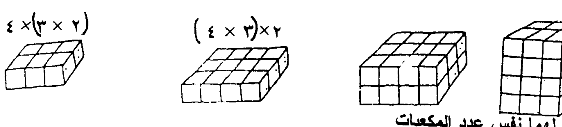
يعتبر الضرب والقسمة نظاما عكسيا واحدا . أى أن عملية القسمة هى عملية عكسية لعملية الضرب وأن عملية الضرب هى عملية عكسية لعملية القسمة فإذا كان أ × ب = جـ فإن أ=جـ ÷ ب ولذلك ينبغى توفر القدرة على معكوسية التفكير عند الطفل لكى يتسنى له فهم وإدراك الضرب والقسمة .

ونظرا للعلاقة العكسية بين الضرب والقسمة فإن فهم أحدهما يتوقف على فهم الآخر ولهذا ينبغى تدريسهما معا .

كما يوجد ارتباط بين الضرب والجمع حيث يدرس الضرب فى المرحلة المبكرة على أنه جمع متكرر ولابد من تفاعل الطفل أولا مع أشياء محسوسة ثم ثانيا مع مصنفات ثم يلى ذلك المرحلة المجردة ومن خلال ممارسة الطفل لأنشطة بأشياء محسوسة وأشياء شبة محسوسة يمكن التوصل إلى خواص عملية الضرب فبالنسبة لخاصية الأبدال يمكن استخدام خط الأعداد وشرائط العدد الملونه اثبات أن ٢ × ٤ وباستخدام أعداد مختلفة نصل إلى التقيم أ × ب = ب × أ . وبالنسبة لخاصية العنصر المحايد فيمكن التوصل إليها أيضا من خلال الأنشطة

حيث يمكن التوصل إلى التعميم □ × ١ = □ ١ × □ = □

وبالنسبة لخاصية الضرب فى صفر فمن خلال أنشطة الجمع المتكرر نجمع أى ثلاث مجموعات فارغة ليس بها عناصر لتوضيح أن ٣ × ٠ = ٠ + ٠ + ٠ = ٠ × ٣ = ٠ وبالتدريب على أعداد مختلفة يمكن الوصول إلى التعميم أ × صفر = صفر × أ + صفر ومن خلال قطع وينتر يمكن توضيح خاصيته الدمج (التجميع) كما يوضع ذلك الشكل التالى



لهما نفس عدد المكعبات

وبالنسبة لخاصية التوزيع يوضحها الشكل التالي

٢ صف × ١٠ و ٢ صف × ٣   ٢ صف × (١٠ ، ٣)

٢ × ١٠ + ٢ × ٣   ٢ × (١٠ + ٣)

وهذا النمط يمكن استخدامه أيضا فى توضيح ضرب عدد مكون من رقم فى عدد مكون من رقمين والذى يأتى فى مرحلة لاحقة فمثلا

٢ × ١٣ = ٢ × (١٠ + ٣) = (٢ × ١٠) + (٢ × ٣) = ٢٠ +٦ = ٢٦

ومن الأفضل ألا تدرس الخواص كقواعد عامة يحفظها الأطفال ثم ينتقلون إلى الأمثلة التى توضحها بل يفضل أن يكتشف الأطفال هذه القواعد بأنفسهم .

ثم تأتى بعد ذلك مرحلة تعلم الحقائق الأساسية ولا يوجد ترتيب محدد ينبغى اتباعه فى تعليم حقائق الضرب الأساسية ولكن يمكن القول أن هناك ترتيبان أحدهما ترتيب منطقى حيث يرتب المضروب فيه على النحو التالى :

٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، أما الترتيب الثانى فهو ترتيب سيكلوجى يسير من البسيط إلى المركب فمن الأسهل أن نبدأ بالمضروب فيه فى ٢ ، ٥ ، ٣ ثم نؤجل المضروب فيه الأكثر صعوبة وهى ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩

ويجب أن تتاح فرص متعددة للأطفال لفهم ما يستجد عليهم من حقائق الضرب وأن يستخدموها .

ويرى بعض المربين أفضلية تدريب الأطفال على حقائق الضرب بطريقة عشوائية وليس بترتيب معين . وهناك عدد من الإقترحات المفيدة والتى تساعد على تمكن الأطفال من حقائق الضرب بصفة خاصة والحقائق الأساسية للعمليات الأخرى بصفة عامة

الأخطاء الشائعة فى الضرب :

١ ـ أخطاء فى التجميع   ٢ ـ الخطأ فى جمع الرقم المحمول

٣ ـ حمل رقم بطريق الخطأ   ٤ ـ أخطاء فى الجمع

٥ ـ نسيان الحمل   ٦ ـ استخدام المضروب كمضرب فيه

٧ ـ الخطأ تجميع الصفر   ٨ ـ أخطاء بسبب وجود الصفر

٩ ـ تداخل النتائج عند يكون المضروب فيه مكونا من رقمين أو أكثر

١٠ ـ استخدام عملية بطريقة الخطأ ١١ ـ تكرار جزءا من جدول الضرب

١٢ - الضرب بالجمع ١٣ - عدم ضرب خانة فى المضروب
١٤ - أخطاء فى القراءة ١٥ - حذف خانة (رقم) من حاصل الضرب
١٦ - أخطاء فى كتابة حاصل الضرب ١٧ - أخطاء فى الحمل مع الصفر
١٨ - استخدام العد على الأصابع للحمل ١٩ - حذف خانة من المضروب فيه
٢٠ - أخطاء بسبب الصفر فى المضروب ٢١ - الخطأ فى وضع حاصل الضرب الجزئى
٢٢- العد للحصول على جمع حواصل الضرب الجزئية
٢٣ - عدم القدرة على قراءة الأشكال ٢٤ - نسيان جمع حواصل الضرب الجزئية
٢٥ - فصل المضروب فيه ٢٦ - كتابة رقم خطأ فى حاصل الجمع
٢٧ - ضرب رقم واحد مرتين ٢٨ - عكس الأرقام فى حاصل الضرب .
٢٩ - أخطاء فى جدول الضرب

وبالنسبة للقسمة فينبغى تدريس معنى القسمة أولا ويمكن توضيح معنى القسمة بأربعة طرق:

١ - القسمة عملية طرح متتالى ٢ - القمسة عملية تجزئة
٣ - القسمة عكس الضرب ٤ - القسمة عملية قياس

وقد ناقشنا أمثلة للثلاث طرق الأولى وبالنسبة لعملية القياس فالأمثلة التالية توضح هذا المعنى كم قميصا يمكن عملها من القماش إذا كان يلزم القميص ٣ أمتار ؟ كم عدد الثلاثات التى يحتوى عليها الرقم ١٥ .

١٥ ÷ ٣ = ٥

وهذه التفسيرات الأربعة المختلفة للقسمة تتصل كل واحدة منها بالأخرى ولهذا يجب أن يعطى المعلم تدريبات عديدة للأطفال حتى يتضح لديهم كل معنى من هذه المعانى الأربع . ويسير تدريس القسمة بالتدريج من البسيط إلى المركب حتى يصل إلى القسمة المطولة وهى من أصعب الموضوعات التى يدرسها معلم الرياضيات فى المرحلة الإبتدائية . ولهذا ينبغى أن يستخدم المعلم كل وسيلة ممكنه لتزويد الأطفال بفهم كاف يؤدى بالتدرج إلى تعلم هذه العملية المطولة الصعبة وخطوات عملية القمسة هى :

١ - اقسم ٢ - اضرب ٣ - قارن ٤ - اطرح ٥ - قارن
٦- انزل الباقى ٧ - تأكد من صحة القسمة

والخطوة الأخيرة هامة حيث ينبغى على الطفل أن يقوم بمراجعة مسألة القسمة بالطريقة العادية وهى :

المقسوم عليه × خارج القسمة = المقسوم
أو (المقسوم عليه × خارج القسمة) + الباقى = المقسوم

الأخطاء الشائعة فى القسمة

قدم Mercer (19) قائمة بالأخطاء الشائعة فى القسمة تمثلت فيما يلى :

١ ـ أخطاء فى تجميعات القسمة combinations
٢ ـ أخطاء فى الطرح
٣ ـ أخطاء فى الضرب
٤ـ استخدام باق أكبر من المقسوم عليه
٥ ـ إيجاد خارج القسمة بالضرب المبنى على المحاولة والخطأ (التجريب)
٦ ـ إهمال استخدام الباقى أثناء إجراءات حل المسألة.
٧ ـ حذف الصفر الناتج من رقم آخر
٨ ـ العد للحصول على خارج القسمة
٩ ـ إستخدام الصيغة المختصرة للصيغة المطولة
١٠ ـ تكرار جزء من جدول الضرب
١١ ـ أخطاء فى كتابة البواقى
١٢ ـ لديه إجابة صحيحة لكنه يستخدمها خطأ
١٣ ـ تجميع أكثر من رقم فىالمقسوم
١٤ ـ الخطأ فى القرءة
١٥ ـ استخدام المقسوم أو المقسوم عليه كخارج قسمة
١٦ ـ ايجاد خارج القسمة بالجمع
١٧ ـ عكس المقسوم والمقسوم عليه
١٨ ـ كتابة كل البواقى فى نهاية المسألة
١٩ـ استخدام المقسوم أو المقسوم عليه
٢٠ ـ التفسير الخطأ لجدول الضرب
٢١ ـ استخدام رقم فى المقسوم مرتين
٢٢ ـ استخدام الرقم الثانى فى المقسوم لإيجاد خارج القسمة
٢٣ ـ إهمال الباقى النهائى
٢٤ ـ أخطاء بسبب وجود صفر فى المقسوم
٢٥ ـ استخدام الصيغة المطولة فى حالة الصيغة المختصرة
٢٦ ـ استخدام باق بدون شكل جديد للمقسوم
٢٧ ـ البدء بالقسمة بأرقام الآحاد من المقسوم
٢٨ ـ فصل المقسوم
٢٩ ـ العد فى الطرح
٣٠ ـ استخدام حاصل ضرب كبير جداً
٣١ ـ استخدام نهايات Endings لإيجاد خارج القسمة
٣٢ ـ حذف الصفر من خارج القسمة

وتواجه الأطفال صعوبات فى حل المسائل اللفظية ليس فى القسمة وحدها ولكن فى كل العمليات الأساسية والمسائل اللفظية يجب أن تنبعث من مواقف الحياة اليومية ويذكر Grace M . Burton وزملاؤه (27)، أن الطفل يمكنه أن يتعلم كيف يحل المسائل اللفظية بأن يسأل نفسه عدة أسئلة تدور حول ٤ مواقف هى

١ ـ فهم المسألة   ٢ ـ تخطيط حل   ٣ ـ حل المسألة   ٤ ـ مراجعة الحل

ويمكن أن يتحقق فهم المسألة عن طريق:

أ - إعادة قراءة الطفل المسألة لنفسه .

ب - معرفة ما تدور حوله المسألة جـ - يسأل نفسه عدة أسئلة مثل ما الحقائق التى لدى؟ مالذى يجب على إيجاده ؟ كيف أعيد المسألة بلغتى الخاصة ؟

وبالنسبة للتخطيط للحل فيختار إحدى هذه الإستراتيجيات :

يرسم شكلا - يضع نموذجا - يرجع إلى الوراء - ينفذ حل المسألة - يكتب جملة عددية ثم يقرر كيفية الحل من خلال الأسئلة التالية ؟

هل يستعمل الآلة الحاسبة أم الورقة والقلم ؟ ماالأسلوب الذى سوف يختاره؟ وأخيرا ينظر إلى الخلف ويراجع أو يختبر صحة الحل .

معلومات إضافية :

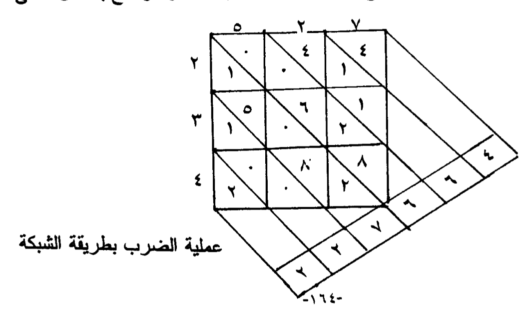
أولا: طرق مشوقة لإجراءات الضرب

١ - طريقة الشبكة فى الضرب

وتمتاز هذه الطريقة بسهولة فهمها وبطابعها المنطقى وقد استخدمها العرب والمسلمون لإجراء عملية الضرب وقد أوصى علماء الرياضيات التربوية بأنه من المستحب استخدامها فى المرحلة الإبتدائية الآن .

وفى هذه الطريقة تقسم ورقة الكتابة إلى مربعات ثم توصل الأقطار ولإيجاد حاصل ضرب ٥٢٧ × ٤٣٢ مثلا بهذه الطريقة نتبع الخطوات الآتية :

توضع مكونات العددين فى أعلى وعلى يسار المستطيل ويكون حاصل الضرب فى كل خلية على حدة وتسجل الآحاد أعلى القطر والعشرات أسفله ويحدد حاصل ضرب العددين الأساسيين بجمع الأعداد فى كل قطر كما هو موضح بالشكل التالى :



عملية الضرب بطريقة الشبكة

قاعدة سلوجارد: Sluggard's Rule

وتستخدم هذه القاعدة لإيجاد حاصل ضرب عددين بين ٦ ، ٩ ويوضح الشكل التالى خطوات تطبيق هذه القاعدة

٦ ٧ ٨ ٩ ١٠   ٦ ٧ ٨ ٩ ١٠

لإيجاد ٧ × ٩ اجعل يديك كما هو مبين عاليه

٧   ٩

ثم إجمع الأصابع غير المطبقة (المفرودة) ثم اضرب الأصابع المطبقة

٢ + ٤ = ٦

٣ × ١ = ٣ :

واكتب العدد الأعلى على اليسار من العدد الأسفل ٦٣

ويوصى باستخدام هذه القاعدة كنشاط اثرائى وأيضا لمساعدة الأطفال بطيئ التعلم على حفظ جدول الضرب .

٣ ـ طريقة الفلاح الروسى Russian peasant Multiplication

وتتطلب هذه الطريقة معرفة الضرب فى ٢ فقط والقسمة على ٢ وتتضح هذه الطريقة من خلال الأمثلة التالية : -

٢٤ × ٣٦ = ٨٦٤

العمود الأول	العمود الثانى
~~٢٤~~	~~٣٦~~
~~١٢~~	~~٧٢~~
~~٦~~	~~١٤٤~~
٣	٢٨٨
١	٥٧٦
	٨٦٤

٣٥ × ٤٢ = ١٤٧٠

العمود الأول	العمود الثانى
٣٥	٤٢
١٧	٨٤
~~٨~~	~~١٦٨~~
~~٤~~	~~٣٣٦~~
~~٢~~	~~٦٧٢~~
١	١٣٤٤
	١٤٧٠

١٦ × ٣١ = ٤٩٦

العمود الأول	العمود الثانى
~~١٦~~	~~٣١~~
~~٨~~	~~٦٢~~
~~٤~~	~~١٢٤~~
~~٢~~	~~٢٤٨~~
١	٤٩٦
	٤٩٦

العمود الأول	العمود الثانى
٣١	٣٣
١٥	٦٦
٧	١٣٢
٣	٢٦٤
١	٥٢٨
	١٠٢٣

٣١ × ٣٣ = ١٠٢٣

ثانيا: كيف نساعد الأطفال على تعلم الخوارزميات؟

مساعدة الأطفال على تعلم الخورزميات على الأعداد الكلية عملية ليست سهلة وذلك لأن الأطفال تواجههم صعوبات عديدة فى تعلم الخورزميات خاصة إذا كان تعليمهم السابق تم بصورة آليه أو مجردة.

كثير من تلك الصعوبات يمكن الوقاية منها بتعليم مناسب يبدأ من المحسوس ثم شبه المحسوس ثم المجرد. وفيما يلى خمسة إقتراحات تفيد فى هذا الصدد:

١- السير فى الإجراءات من المحسوس إلى المجرد.

٢- إستخدام تطبيقات واقعية وذات معنى.

٣- تحديد وتقويم المتطلبات التعليمية السابقة.

٤- تزويد الأطفال بعديد من الأنشطة التى يمارسونها.

٥- الإستخدام الجيد للمستحدثات التقنية.

ثالثا : أسباب الصعوبات التى تواجه الأطفال فى دراستهم لخوارزميات الأعداد الكلية.

يمكن تصنيف أسباب الصعوبات إلى ٦ صنوف عامة هى:

١- نقص فى المتطلبات التعليمية للخوارزمية فعند إجراء جمع أعداد مكونة من ٣ أرقام تكون المتطلبات هى :

أ- فهم معنى القيمة المكانية.

ب- معرفة الحقائق الأساسية.

جـ- مهارات أخرى ذات صلة مثل جمع ثلاثة أعداد مكونة من رقم واحد.

د- مهارة التعامل مع الصور البسيطة للخوارزمية (جمع أعداد مكونة من رقمين).

٢- نقص فى إجراءات الخوارزمية ونقص غير مباشر فى فهم لماذا تستخدم هذه الإجرائية بالذات.

٣- عدم القدرة على تطبيق الخوارزمية أى عدم معرفة أى العمليات يجب إستخدامها على الإعداد.

٤- ضعف الإحساس العددى مع عدم القدرة على تقدير الإجابات وعدم القدرة على الحكم على مصداقية النتائج.

٥- نقص فى الثقة بالنفس والدافعية للموافقة على التحديات الجديدة وممارسة أساليب جديدة.

٦- عدم الأكتراث والتثبت عند إجراء الحسابات وكتابة الأعداد.

إختبر فهمك

١- أى المواد والأدوات تعتقد أنها أكثر مناسبة فى تقديم الموضوعات التالية للأطفال المبتدئين فى تعلمها؟ ولماذا؟

الموضوع	المواد والأدوات
ضرب (٣×٤ = ☐)	خرز - لوحة - نقاط مرسومة على ورق
قسمة (١٤ ÷ ٢ =☐)	خرز - لوحة - أقراص بلاستيكية ملونة

٢- أكتب قصة لكل نوع من الجمل العددية التالية ثم إرسم شكلا يوضح كيفية الحل بإستخدام بعض الأدوات.

- ضرب (بإستخدام المجموعات) ٢ × ٣ = ☐
- ضرب (بإستخدام صنوف arrays) ٢ × ٣ = ☐
- ضرب (كجمع متكرر) ٢ × ٣ = ☐

- القسمة (عملية تجزئة) ٨ ÷ ٢ = ☐
- القسمة (طرح متكرر) ٨ ÷ ٢ = ☐

٣- أعط مثالا لكيفية تعلم الأطفال حقائق ضرب مثل ٨ × ٩ ، ٦ × ٧ من الحقائق الأسهل.

٤- أوجد ناتج ٢٥×١٣٤ بإستخدام طريقة الشبكة.

٥- اكتب موقفا تطبيقيا من إهتماماتك لكل مسألة مما يأتى

١٢٥ × ٢٠ ، ٢٥)٦٧٠٠

٦- أكمل أنماط الأخطاء التالية

١٣ × ٤ = ٥٢ ، ١٤ × ٥ = ١١٠ ، ٣٨ × ٢ = ٥٦ ، ٣٤ × ٣ ، ٦٢ × ٤

ثم إختبر واحدا أو اثنين من الأدوات التى يمكن إستخدامها لمساعدة الأطفال على تصحيح الخطأ.

٧- صف إجراء حل ٤)٥٦٨ بإستخدام قطع دينيز.

٨- أى من المسائل التالية لا يفضل إستخدام الأدوات فى شرحها

٢٤ × ١٨ ، ١٢٤ × ٣ ، ١٢٤)٣٨٨ ، ٢٤)٣٨٨ ، ٢)٣٨٨

٩- كيف يمكن مساعدة طفل يجد صعوبة فى حساب ووضع حواصل الضربية الجزئية فى مسائل مثل

٣٤ × ٢٦ ، ٣٤ × ٦٥

١٠- إستخدم طريقة طرح التسعات Casting out nines للتحقق من صحة النتائج التالية

٤٧٦	٣٧
١٨٩ ×	٤٣ ×
٨٩٩٩٤	١٥٩١

١١- كيف تستطيع الحصول على المساواة بوضع الرموز التالية (+ ، - ، × ، ÷) بين الأرقام

٦ ٦ ٦ ٦ = ٥ ، ٦ ٦ ٦ ٦ = ٦

٦ ٦ ٦ ٦ = ٨ ، ٦ ٦ ٦ ٦ = ٣٠

٦ ٦ ٦ ٦ = ٢٤ ، ٦ ٦ ٦ ٦ = ٤٨

٦ ٦ ٦ ٦ = ٦٦ ، ٦ ٦ ٦ ٦ = ١٨٠

١٢- إستخدم خط الأعداد لبيان صحة ما يلى

أ) ٣ × ٢ = ٢ × ٣ ب) ٣ × (٢×٤) = (٣×٢) × ٤

١٣- إستخدم قطع دينيز لتوضيح قانون الدمج

١٤- إستخدم الصنوف لتوضيح قانون التوزيع.

الفصـــــل الســــادس
أفكـــار أولـــية
عـــن
نظـــرية العــــدد

- مقدمة
- المضاعفات
- العوامل
- الأعداد الأولية
- قابلية القسمة

من المتوقع بعد قراءة هذا الفصل ودراسته أن يصبح الدارس قادرا على أن :-

١- يعرف أهمية تضمين نظرية العدد فى منهج المرحلة الإبتدائية.
٢- يستخدم بعض الأنماط العددية لتشويق الأطفال.
٣- يستخدم بعض الأنشطة لتقديم مفهوم المضاعف للأطفال.
٤- يشرح فكرة العامل باستخدام بعض الأدوات.
٥- يشرح مفهوم العدد الأولى مستعينا ببعض الأدوات.
٦- يستخدم بعض الأنشطة فى تقديم تحليل العدد غير الأولى إلى عوامله الأولية.
٧- يشرح قواعد قابلية القسمة للأطفال بأسلوب حدسى بعيدا عن البرهان المجرد.

من المتوقع بعد أن يكمل الطفل دراسة الأنشطة الموصوفة فى هـذا الفصـل أن يصبح قادرا على أن:-

١- يحدد المضاعف المشترك الأصغر لعددين.
٢- يعين العدد الأولى والعدد المؤلف.
٣- يعين العدد الزوجى والعدد الفردى.
٤- يحلل عددا كليا بطرق مختلفة.
٥- يحلل عددا مؤلفا إلى حاصل ضرب من الأعداد الأولية بإستخدام القسمة أو شجرة التحليل.
٦- يعرف قواعد قابلية القسمة على ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٩، ١١، ١٣.
٧- يفهم بدون برهان الأنماط العددية ويقدر على تحديدها.

مقدمــــــة:-

نظرية العدد فرع قديم جدا من فروع الرياضيات وتبنى على العمليـات الأساسـية علـى الأعـداد الكليـة وتتضمـن أنماطـا وعلاقـات بيـن الأعـداد ولقـد عـرف الريـاضيون الأغريق منذ القدم نظرية العدد وربطوا بين أنماط الأعداد وبين الأنماط الهندسية.

ومن المدهش أن كثيرا من الأسئلة التـى وضعهـا الأغريـق القدمـاء حـول أنمـاط الأعداد لم تجد لهـا إجابـة بعـد بـالرغم مـن محاولـة عديـد مـن الريـاضيين لحلهـا. والآن نظرية العدد مجال خصب للبحث الرياضى.

وإنه لمن المفيد للمعلمين أن يكونوا ملمين ببعض الأفكار عن نظريـة العـدد مثـل المضاعفات والعوامل والأعداد الأولية وقابلية القسمة حتى يقدروا على مساعدة أطفـالهم على رؤية العلاقات بين العدد والهندسـية ويسـاعدوهم أيضـا علـى فهـم موضوعـات فـى رياضيات المرحلة الإبتدائية مثل كتابه الكسور فى أبسط صورة أو جمع وطرح الكسـور كما أن تلك الأفكار ضرورية بعد ذلك عندما يضطر الأطفال إلــى التعـامل مـع تعبيرات جبرية تتضمن كسورا.

المضاعفات Multiples

يستخدم الأطفال فكرة المضاعف عندما يبـدأون فـى التفكير فـى الجمـع المتكـرر والضرب فمثلا كل الأعداد ٢، ٤، ٦، ٨، ١٠ مضاعفات أثنين. وبالمثل ٣، ٦، ٩، ١٢، ١٥ مضاعفات ثلاثة. وفـى الإخبـار عـن الوقـت تسـتخدم المضاعفـات الخمسـة فـى عـد الدقائق المناظرة للأرقام التى على وجه الساعة.

وسوف يتحقق بعض الأطفال من أن ٦ مثلا مضاعف لـ ٢ وأيضا مضاعف لـ ٣. وفيما يلى بعض الأنشطة.

أنشــــطة :

١- الأمثلة المذكورة عاليه يمكن أن تستخدم لتقديم كلمة "مضاعف" وقد يكون المفيد أن نكتب ٢ × ٣ = ٦ على السبورة مع الكلمات التالية:-

إضرب - ضرب - مضاعف

ولشرح ذلك نبدأ بـ ٢. حيث تخبرنا "×٣" بأن نضرب ٢ فى ٣. ونستخدم الضرب للحصول على الإجابة ٦. ستة مضاعف إثنين.

ويكرر هذا النشاط مع عمليات ضرب أخرى

٢- يكتب المعلم مجموعتين من المضاعفات على السبورة كما فى المثال التالى:

مضاعفات ٢ هى ٢ ٤ ٦ ٨ ١٠ ١٢ ١٤ ١٦ ١٨ ٢٠

مضاعفات ٣ هى ٣ ٦ ٩ ١٢ ١٥ ١٨ ٢١

ثم يطلب من الأطفال أن ينظروا إلى المضاعفات ويقولوا بما يلحظونه حيث تكشف النظرة السريعة عن أن هناك مضاعفات لـ ٢، ٣ فى نفس الوقت. ثم يرسم حلقة حلول هذه الأزواج كما هو مبين

مضاعفات ٢ ٢ ٤ ٦ ٨ ١٠ ١٢ ١٤ ١٦ ١٨ ٢٠

مضاعفات ٣ ٣ ٦ ٩ ١٢ ١٥ ١٨ ٢١

ثم يقدم العبارة "مضاعف مشترك" حيث يقول ٦ مضاعف ٢،٣
أى أن ٦ مضاعف مشترك لكل من ٢ ، ٣

ثم يستخدم الأطفال هذه العبارة بالنسبة إلى ١٢ وبعد ذلك ١٨ وقد يكون لدى بعض الأطفال القدرة على الإستمرار وإعطاء مضاعفات مشتركة أخرى لـ ٢ ، ٣ فيسألهم المعلم عن أقل هذه العوامل المشتركة (٦) ثم يقدم العبارة "المضاعف المشترك الأصغر" أو "الأدنى".

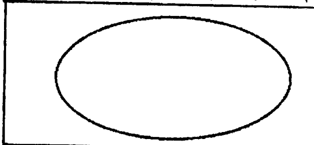
٣- يكرر نشاط ٢ لأزواج أخرى متعددة فمثلا ٢ ، ٥ & ٣، ٤ & ٤ ، ٦.

٤- فيما يلى وصف لطريقة أخرى لتقديم المضاعفات المشتركة وهى مفيدة:

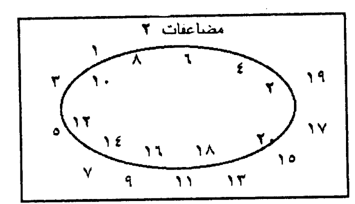
يرسم المعلم مستطيلا أو أى شكل آخر على السبورة ويكتب فيه كل الأعداد من ١ حتى ٢٠ هكذا

١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦
٧ ٨ ٩ ١٠ ١١
١٢ ١٣ ١٤ ١٥ ١٦
١٧ ١٨ ١٩ ٢٠

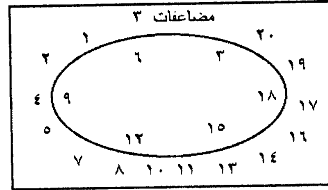
وبجانب هذا المستطيل يرسم مستطيلا آخرا ويرسم بداخله حلقة مغلقة هكذا



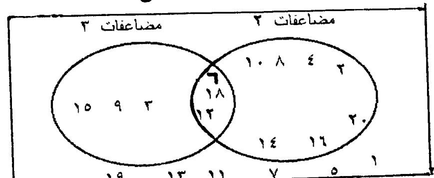
ثم يطلب من الأطفال الحضور إلى السبورة تباعها ويكتبون مضاعفات ٢ من الأعداد ١ حتى ٢٠ داخل الحلقة. ويقومون بذلك حتى تظهر كل المضاعفات داخل الخلقة وغير المضاعفات خارج الحلقة هكذا



وتوضح مضاعفات ٣ بإستخدام مستطيل آخر على السبورة كالآتى



وحينئذ يناقش المعلم مع اطفاله طرق عرض كل من مضاعفات ٢، ٣ معا فى نفس الشكل ويتطلب ذلك مزيدا من المناقشة قبل الحصول على الشكل الآتى:-



وهذا شكل مفيد لأنه يوضح:

* مضاعفات ٢ * مضاعفات ٣ * مضاعفات ٢ ، ٣ فى نفس الوقت
* المضاعفات المشتركة لـ ٢، ٣ * الأعدادالتىليست مضاعفات ٢
* الأعداد التى ليست مضاعفات ٣ * الأعداد التى ليست مضاعفات ٢ ، ٣

ويسمى الشكل الذى يشبه الشكل السابق "بشكل فن".

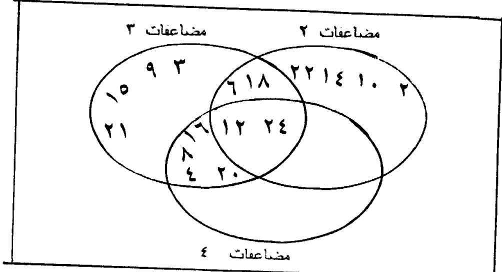
٥- يمكن إيجاد مضاعفات مشتركة لثلاثة أعداد بتوسيع نشاط ٢ وفيما يلى مثال لتوضيح ذلك :

مضاعفات ٢ ٢ ٤ ٦ ٨ ١٠ ١٢ ١٤ ١٦ ١٨ ٢٠ ٢٢ ٢٤
مضاعفات ٣ ٣ ٦ ٩ ١٢ ١٥ ١٨ ٢١ ٢٤ ٢٧
مضاعفات ٤ ٤ ٨ ١٢ ١٦ ٢٠ ٢٤ ٢٨ ٣٢

١٢ ، ٢٤ مضاعفان مشتركان للأعداد ٢،٣،٤ والمضاعف المشترك الاصغر لهم هو ١٢.

ويجب إجراء أمثلة أخرى من قبل الأطفال (٢،٣،٦ & ٢ ، ٤، ٥) ولكن يجب إختيار الثلاثة أعداد بعناية وإهتمام. وذلك لأن كتابة الأعداد تصبح عملية مملة.

٧- قد يكون فى إستطاعة بعض الأطفال رسم شكل فن يبين مضاعفات ثلاثة أعداد كمافى المثال التالى بينما يجد البعض الأخر فى ذلك صعوبة شديدة.



العوامـــل Factors

يستخدم الأطفال فكرة العامل فى الضرب والقسمة ولكن من المحتمل ألا تكون كلمة عامل قد إستخدمت وفيما يلى بعض طرق تقديم هذا المفهوم.

أنشـــطة:

١- يرسم المعلم خط أعداد على أرضية الفصل ويطلب من أحد الأطفال أن يقفز عددا واحدا فى كل قفزة حتى يصل إلى العدد ٦ ويطلب من أخر القفز عددين فى كل قفزة ومن ثالث القفز ٣ أعداد فى كل قفزة ثم يقفز هو مرة واحدة حتى ٦ ويبين الشكل التالى اجراءات العمل

ثم يبين للأطفال أن الطفل الأول وصل إلى العدد ٦ من ٦ قفزات أى

١ × ٦ = ٦ والثانى ٢ ×٣ = ٦

والثالث ٣ × ٢ = ٦ والرابع ٦ × ١ = ٦

ويـــرى الأطفـــال أن العـــدد ٦ هـــو حـــاصل ضـــرب الأعـــداد ١ × ٦ ، ٢ × ٣، ٣ × ٢، ٦ × ١ وأن الأعداد ١، ٢، ٣، ٦ تسمىعوامل العدد ٦.

٢- يوزع المعلم على كل طفل ٨ قطع من قطع دينيز ويطلب من كل منهم تكوين عددا من المستطيلات بابعاد مختلفة وبعد المحاولات يمكن أن يصل الأطفال إلى المستطيلات التالية

٤ ×٢ ٢×٤ ٨×١ ١×٨

ثم يبين لهم أن كل طول وكل عرض يمثلان عاملين من عوامل ٨ أى أن عوامل العدد ٨ هى ١،٢،٤،٨.

٣- يكرر نشاط ٢ مع العدد ١٢ ويصل الأطفال إلى أن حواصل ضرب العدد ١٢ هى

١٢ = ١٢ × ١ ١٢ = ٦ × ٢ ١٢ = ٤ × ٣

١٢ = ١ × ١٢ ٨ = ٢ × ٦ ١٢ = ٣ × ٤

ويمكن عرض حواصل الضرب السابقة فى أشكال مفيدة كما يلى :

١٢ = ١٢ × ١

١٢ = ٦ × ٢

١٢ = ٤ × ٣

١٢ = ٣ × ٤

١٢ = ٢ × ٦

١٢ = ١ × ١٢

يرى الأطفال من هذه الأشكال أنه يمكن تصنيف ١٢ شيئا إلى وحدات ، إثنانات ، ثلاثات، أربعات ، ستات ،إثنا عشرات كما أن كلا من الأعداد ١، ٢، ٣، ٤، ٦، ١٢ عامل من عوامل ١٢ ويجب تكرار هذا النشاط لأعدادأخرى مختلفة (مثل ١٥، ١٨، ٢٠، ١٤ وهكذا).

٢- يجب أن يرى الأطفال من نشاط ٣ أنه إذا قسم أى عدد على أحد عوامله فلا يوجد باقى. فمثلا عندما نقسم ١٢ على عواملها على التوالى نجد أن

١٢ ÷ ١ = ١٢ ١٢ ÷ ٢ = ٦ ١٢ ÷ ٣ = ٤

١٢ ÷ ٤ = ٣ ١٢ ÷ ٦ = ٢ ١٢ ÷ ١٢ = ١

ويجب أن يستخدم الأطفال تلك الفكرة لإيجاد عوامل أى عدد فمثلا بإستخدام ٢٤ نجد أن:-

٢٤ ÷ ١ = ٢٤	٢٤ ÷ ٢ = ١٢	٢٤ ÷ ٣ = ٨
٢٤ ÷ ٤ = ٦	٢٤ ÷ ٥ لها باق	٢٤ ÷ ٦ = ٤
٢٤ ÷ ٧ لها باق	٢٤ ÷ ٨ = ٣	٢٤ ÷ ٩ لها باق
٢٤ ÷١٠ لها باق	٢٤ ÷ ١١ لها باق	٢٤ ÷ ١٢ = ٢

من ٢٤ ÷ ١٣ حتى ٢٤ ÷ ٢٣ كلها لها باق ٢٤ ÷ ٢٤ = ١

أى أن عوامل ٢٤ هى ١، ٢، ٣، ٤، ٦، ٨، ١٢، ٢٤، أى ٨ عوامل.

ملاحظات :

أ- سوف يجد الأطفال بالخبرة أنه ليس هناك ما يدعوإلى تجريب كل الأعداد حتى ٢٤. انهم يجب أن يكتبوا أولا العاملان ١ ، ٢٤ ثم يحاولون مع كل عدد حتى ١٢. بعد ١٢ لا داعى للمحاولة مع ١٣ حتى ٢٣ (لأن كل إجابة تكون = ١ والباقى ....)

ب- عندما يجد الأطفال أن ٣ مثلا عامل من عوامل ٢٤ فيجب أن يفهموا أن ٨ أيضا عامل (٣ × ٨ = ٢٤ & ٨ × ٣ = ٢٤)

٣- عندما يصبح فى إمكان الأطفال إيجاد عوامل الأعداد فبإمكانهم أن يستمروا فى مناقشة العوامل المشتركة فمثلا يعرفون أن:

عوامل ١٢ هى ١، ٢، ٣، ٤، ٦، ١٢

عوامل ١٨ هى ١، ٢، ٣، ٦، ٩، ١٢

ولهذا فإن العامل المشتركة لـ ١٢ ، ١٨ هى ١،٢، ٣، ٦ والعامل المشترك الأعلى فيهاهو ٦.

ولهذا فإن العامل المشترك الأعلى لـ ١٢ ، ١٨ هو ٦ ويجب إعطاء تدريبات كثيرة على إيجاد العوامل المشتركة والعامل المشترك الأعلى لأزواج من الأعداد.

ويسير الإمتداد والتوسع لثلاثةأعداد بصورة طبيعية إذا فهمت الأفكار الأساسية.

الأعداد الأوليـــــة Prime numbers

العدد الأولى هو العدد الذى له عاملان وعاملان مختلفان فقط وفيما يلى بعض الأنشطة لتقديم فكرة العدد الأولى.

أنشـــطة

١- يطلب المعلم من الأطفال أن يكتبوا عوامل كل عدد من ١ حتى ١٦ ثم يكتبوا عدد عوامل كل عدد ويسجلوا نتائجهم فى جدول كالتالى

العدد	العوامل	عدد العوامل
١	١	١
٢	١، ٢	٢
٣	١، ٢، ٣	٣
٤	١، ٢، ٤	٣
٥	١، ٥	٢
٦	١، ٢، ٣، ٦	٤
٧	١، ٧	٢
٨	١، ٢، ٤، ٨	٤
٩	١، ٣، ٩	٣
١٦	١، ٢، ٤، ٨، ١٦	٥

يرى الأطفال من الجدول أن بعض الأعداد لها عاملان فقط ومختلفان هما العدد نفسه والواحد وهذه الأعداد هى ٢، ٣، ٥، ٧، ١١، ١٣

٢-يزود كل طفل بلوحة عـــددية مربعة الشكل "لوحة المائة" كالمبينةعلى اليسـار ويلون أو يظلل كل مربع صغير يحتوى علىعدد أولى ثم يطلب المعلم من الأطفـــال أن ينظروا الى لوحاتـــهم ويقولوا ملاحظاتهم .

١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
٢١	٢٢	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠
٣١	٣٢	٣٣	٣٤	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠
٤١	٤٢	٤٣	٤٤	٤٥	٤٦	٤٧	٤٨	٤٩	٥٠
٥١	٥٢	٥٣	٥٤	٥٥	٥٦	٥٧	٥٨	٥٩	٦٠
٦١	٦٢	٦٣	٦٤	٦٥	٦٦	٦٧	٦٨	٦٩	٧٠
٧١	٧٢	٧٣	٧٤	٧٥	٧٦	٧٧	٧٨	٧٩	٨٠
٨١	٨٢	٨٣	٨٤	٨٥	٨٦	٨٧	٨٨	٨٩	٩٠
٩١	٩٢	٩٣	٩٤	٩٥	٩٦	٩٧	٩٨	٩٩	١٠٠

فمثلا العدد الزوجى الوحيد الأولى هو ٢ وكل الأعداد الأوليـة الأخـرى فرديـة وأيضـا العمود الذى رقم آحاد كل من أعداده ٥ أو صفر ليس فيه أعداد أولية.

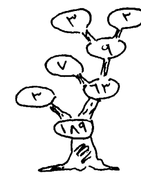
٣-يمكن للأطفال ذوى القدرات العالية إجراء النشاط الممتع والذى يسمى غربال اراتوثينز Sieve of Eratosthenes والذى يمكن وصفه فى خطوات التالية:-

١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١
٢٠	١٩	١٨	١٧	١٦	١٥	١٤	١٣	١٢	١١
٣٠	٢٩	٢٨	٢٧	٢٦	٢٥	٢٤	٢٣	٢٢	٢١
٤٠	٣٩	٣٨	٣٧	٣٦	٣٥	٣٤	٣٣	٣٢	٣١
٥٠	٤٩	٤٨	٤٧	٤٦	٤٥	٤٤	٤٣	٤٢	٤١
٦٠	٥٩	٥٨	٥٧	٥٦	٥٥	٥٤	٥٣	٥٢	٥١
٧٠	٦٩	٦٨	٦٧	٦٦	٦٥	٦٤	٦٣	٦٢	٦١
٨٠	٧٩	٧٨	٧٧	٧٦	٧٥	٧٤	٧٣	٧٢	٧١
٩٠	٨٩	٨٨	٨٧	٨٦	٨٥	٨٤	٨٣	٨٢	٨١
١٠٠	٩٩	٩٨	٩٧	٩٦	٩٥	٩٤	٩٣	٩٢	٩١

أ- يزود كل طفل بلوحة المائة كالمبينة على اليسار

ثم يظلل أو يلون المربع الصغير الذى يحتوى على العدد ١ .
ب- يظلل أو يلون كل المربعات الصغرى التى تحتوى مضاعفات ٢ ماعدا ٢ ذاتها.
جـ- يظلل أو يلون كل المربعات الصغرى التى تحتوى مضاعفات ٣ ماعدا ٣ ذاتها (قد لون بعضها بالطبع عند التعامل مع مضاعفات ٢)
ء- كل مضاعفات ٤ (بالإضافة الى ٤ ذاتها) تم تلوينها عند التعامل مع مضاعفات ٢ ولهذا لانضطر الى تلوين مضاعفات ٤ .
هـ- يلون أو يظلل مضاعفات ٥ ماعدا ٥ ذاتها (بعضها قد لون).
و- تم تلوين كل مضاعفات ٦ بالاضافة إلى ٦ نفسها عند التعامل مع مضاعفات ٢، ٣ وبالتالى ليست هناك حاجة للتلوين.
ز- يلون أو يظلل مضاعفات ٧ ماعدا ٧ ذاتها (معظمها قد تم تلوينه).
ح- تم تلوين كل مضاعفات ٨، ٩، ١٠ فى التعامل مع مضاعفات ٢، ٣، ٥.
يسأل المعلم الأطفال عن ملاحظاتهم حول الأعداد التى لم تلون (أنها الأعداد الأولية).
وقد يكون لدى بعض الأطفال القدرة على توضيح لمذا لم تلون الأعداد الأولية؟
تحليل العدد غير الأولى إلى عوامله الأولية
يمكن تحليل أى عدد غير أولى كحاصل ضرب أعداد أولية ويمكن تقديم عملية التحليل هذه عن طريق الأنشطة التالية :

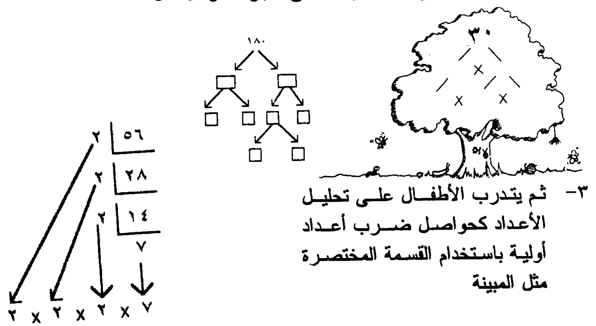
أنشـــــطة:



١- يرسم المعلم شجرة على السبورة كالمبينة على اليسار ويكتب العدد ١٨٩ ويطلب من الأطفال التعبير عنه كحاصل ضرب عدة أعداد أولية ويكون الناتج كما هو مبين على اليسار ويسجل الناتج هكذا

١٨٩ = ٣ × ٦٣ = ٣ × ٧ × ٩ = ٣ × ٧ × ٣ × ٣

٢- يتدرب الأطفال على ملء الفرغات فى شجرة العوامل مثل



٣- ثم يتدرب الأطفال على تحليل الأعداد كحواصل ضرب أعداد أولية باستخدام القسمة المختصرة مثل المبينة

٤- و فى النهاية يتدرب الأطفال على تحليل الأعداد كما يشاءون مثل الأعداد ٣٢ ، ٨١ ، ١٥٠ ، ٣٩٢ وهكذا

قواعد قابلية القسمة Divisibility Rules

يحتاج الأطفال عند اجراء التحليل إلى معرفة طريقة تمكنهم أو تساعدهم على اجراء القسمة بسهولة ومن ثم فقد قام بعض الرياضيين بايجاد طرق تسهل اجراء عملية القسمة بالنسبة لبعض الأعداد مثل ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، ١٠، ١١، ١٣ وتسمى هذة الطرق بقواعد قابلية القسمة. ويمكن تقديم هذه القواعد من حلال ممارسة الأطفال لعمليات ضرب وقسمة ومساعدتهم على استنتاج القاعدة

وفيما يلى بعض الاقتراحات

قابلية القسمة على ٢ :

يعطى المعلم الأطفال عمليات ضرب مثل ٢ ×١١، ٢ × ١٥ ، ٢ × ١٢٣، ٢ × ٤٥٠، وهكذا

ويطلب منهم ملاحظة رقم الآحاد فى حاصل الضرب ثم يساعدهم على استنتاج **القاعدة التالية:-**

"يقبل العدد القسمة على ٢ إذا كان رقم آحاده صفرا أو عددا زوجيا" وعلى المعلم أن يعطى أطفاله تدريبات على اجراء القسمة على ٢ بدون باق بحيث تتضمن التدريبات أعدادا أولها زوجي وأعدادا أولها فردى لتثبيت القاعدة فى أذهان الأطفال.

قابلية القسمة على ٥

١- يعطى المعلم الأطفال حواصل ضرب مثل ٥ × ١٣ ، ٥ × ١٢٤ ، ٥ × ٢٢٠ وهكذا ويطلب منهم ابداء ملاحظاتهم كما يطلب منهم اقتراح طريقة لمعرفة ما إذا كان العدد يقبل القسمة على ٥ .

ويساعد المعلم الأطفال على التوصل إلى القاعدة التالية :

"يقبل العدد القسمة على ٥ إذا كان رقم آحاده خمسة أو صفراً "

٢- يتدرب الأطفال بوفرة على تحديد العدد الذى يقبل القسمة على خمسة من بين أعداد متنوعة.

قابلية القسمة على ١٠ ومضاعفاتها:

بنفس الطريقة التى اتبعت فى قابلية القسمة على ٥ يمكن التوصل إلى أن:

كل عدد رقم آحاده صفرا يقبل القسمة على ١٠ بدون باق

وكل عدد رقم كل من آحاده وعشراته ومئاته صفر يقبل القسمة على ١٠٠ بدون باق وهكذا.

وكل عدد رقم كل من آحاده وعشراته ومئاته صفر يقبل القسمة على ١٠٠٠ دون باق وهكذا.

قابلية القسمة على ٣

١- يعطى المعلم الأطفال أعدادا مختلفة ويطلب منهم أن يقسموا كل عدد منها على ٣ ويطلب منهم اقتراح قاعدة.

٢- يحاول الأطفال استخدام أرقام الآحاد كما فى حالة القسمة على ٢، ٥ ولكنهم يفشلون وفى هذه الحالة يطلب المعلم منهم أن يجمعوا أرقام الأعداد التى قبلت القسمة على ٣ ويساعدهم على التوصل إلى القاعدة التالية :

"يقبل العدد القسمة على ٣ إذا قبل مجموع أرقام القسمة على ٣."

٣- يعطى الأطفال تدريبات وفيرة على تحديد الأعداد التى تقبل القسمة على ٣ والتى لا تقبل وبنفس الطريقة يمكن التوصل إلى قواعد القسمة التالية:

قابلية القسمة على ٩

يقبل العدد القسمة على "٩" إذا كان مجموع أرقام (خاناته) يقبل القسمة على ٩ مثل العدد ٨١ مجموع أرقامه ١+٨=٩.

قابلية القسمة على ٤

يقبل العدد القسمة على ٤ إذا كان العدد المكون من أحاده وعشراته في النظام العشرى يقبل القسمة على ٤ مثل ٣٢٤ فالعدد المكون من أحاده وعشراته هو ٢٤ وهذا العدد يقبل القسمة على ٤. إذن العدد ٣٢٤ يقبل القسمة على ٤.

قابلية القسمة على ٦

يقبل العدد القسمة على "٦" إذا كان يقبل القسمة على العدد ٢ وكذلك على العدد ٣ فى نفس الوقت مثل العدد ٨٤ فأحاده زوجى ومجموع أرقامه ١٢ يقبل القسمة على ٣. إذن فهو يقبل القسمة على ٦.

قابلية القسمة على ٨

يقبل العدد القسمة على "٨" إذا كان العدد المكون من أحاده وعشراته ومئاته يقبل القسمة على ٨.

قابلية القسمة على ٧.

يقبل العدد القسمة على "٧" إذا كان ناتج طرح ضعف أحاده من العدد المكون من باقى الخانات بعد حذف العدد الذى كان يشغل خانة الأحاد يقبل القسمة على ٧ فمثلا هل يقبل العدد ١٢٨٩٤ على "٧" ؟

بتطبيق القاعدة نلاحظ أن أحاد هذا العدد هو ٤ فنضاعف هذا العدد ونطرحه من العدد المكون من باقى الخانات على النحو التالى

١٢٨٩٤	١٢٨٩
٤ × ٢ = ٨	٨-
	١٢٨١
٢ × ١ = ٢	١٢٨
	٢-
	١٢٦
	١٢
٢ × ٦ = ١٢	١٢-
	٠٠

ملحوظة : الصفر يقبل القسمة على ٧ لأن ٠ × ٧ = ٠ ، $\frac{٠}{٧} = ٠$

قابلية القسمة على ١١

يقبل العدد القسمة على ١١ إذا كان الفرق بين مجموع خاناته فردية الترتيب ومجموع خاناته زوجية الترتيب يقبل القسمة على ١١

مثال : العدد ٩٣٩٢٩ يقبل القسمة على ١١ لأن:

حاصل جمع خاناته فردية الترتيب ٩+٩+٩= ٢٧ ١

حاصل جمع خاناته زوجية الترتيب = ٣ +٢ = ٥

٢٧ – ٥ = ٢٢ وهو يقبل القسمة على ١١

قابلية القسمة على ١٣

يقبل العدد القسمة على ١٣ إذا ضربنا رقم آحاده فى ٤ ثم جمعنا حاصل الضرب على العدد بعد حذف آحاده فنتج عدد يقبل القسمة على ١٣.

ملحوظة : قد تتكرر العملية عدة مرات.

مثال : العدد ٢٩٥١ يقبل البقسمة على ١٣ لأن

٤ × ١ = ٤ ٢٩٥

+ ٤

٢٩٩

٤ × ٩ = ٣٦ ٢٩

+ ٣٦

٦٥

٦٥ يقبل القسمة على ١٣ = ٥

تعليق ومتابعة:

قد يظن البعض أن نظرية العدد لا تلعب دورا بارزا فى منهج المرحلة الإبتدائية. وفى المرحلة الإبتدائية يتعلم الأطفال فى الصف الأول والثانى بصفة عامة المصطلحات: زوجى – فردى، وفى الصف الثالث والرابع قد يتعلمون عن المضاعفات والعوامل وفى الصف الخامس والسادس يتعلمون الأعداد الأولية والمؤلفة.

وفى بعض الكتب الدراسية نجد إستخدام تلك المفاهيم قيلا أو لا تستخدم بالمرة وفى بعض الأحوال تقدم هذه المفاهيم للأطفال الذين يتوقع أن يتعلموا تعاريفها وبعد ذلك يحلون بعض المسائل المتعلقة بها.

وعندما يكون الوضع هكذا فإن تلك المفاهيم تنسى فى الحال ويرى الأطفال فى تعلمها سببا قليلا.

ولكن يجب أن يكون البحث فى أنماط الأعداد جزءا هاما من منهج المرحلة الإبتدائية.

وأنشطة البحث عن أنماط يمكن أن تؤدى عدة وظائف منها:-

١- تزويد الأطفال بتدريبات مفيدة وحاثة للجهد على المهارات العددية الأساسية.

٢- إتاحة الفرصة للاكتشاف والعمل الإبتكارى مع الرياضيات.

٣- وهذه الأنشطة يمكن أن تمارس على عدة مستويات.

والأطفال قد لا تكون لديهم القدرة على إعطاء أسباب وجود الأنماط مثل الكبار. وعلى أى حال يمكنهم أن يبحثوا فى : أسئلة العدد، جمع بيانات، عمل تخمينات والتحقق منها مقارنة النتائج التى حصلوا عليها بنتائج آخرين. ولهذا يجب تضمين نظرية العدد خلال منهج المرحلة الإبتدائية.

ومن الأنماط التى تشوق أطفال المرحلة الإبتدائية تلك التى تتعلق بمضاعفات العدد ٩ حيث يمكن أن يرى الأطفال

أن مجموع أرقام كل مضاعف تساوى كما هو موضح

٩ × ١ = ٩	٩ + ٠ = ٩
٩ × ٢ = ١٨	٨ + ١ = ٩
٩ × ٣ = ٢٧	٧ + ٢ = ٩
٩ × ٤ = ٣٦	٦ + ٣ = ٩
٩ × ٥ = ٤٥	٥ + ٤ = ٩
٩ × ٦ = ٥٤	٤ + ٥ = ٩
٩ × ٧ = ٦٣	٣ + ٦ = ٩
٩ × ٨ = ٧٢	٢ + ٧ = ٩
٩ × ١٠ = ٩٠	٠ + ٩ = ٩

ومن الممكن أن يعرض المعلم الأنماط الأخرى مثل ٣، ٦، ٩، ١٢، ....

ثم يسأل الأطفال أسئلة مثل : ما النمط الذى يمكن أن تلاحظه؟

وما الثلاثة أعداد التى ستلى ١٢؟

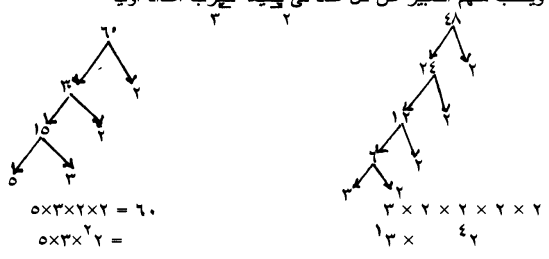
ومن الأنشطة التى تلعب دورا هاما فى بناء مهوم المضاعف تلك التى يستخدم فيها التقويم السنوى (النتيجة) Calendar حيث المعلم بعض صفحات من النتيجة كالموضحة أسفل ثم يطلب منهم تلوينها وفق قواعد معينة.؟

السبت	الأحد	الإثنين	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس	الجمعة
		١	٢	٣	٤	٥
٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩
٢٠	٢١	٢٢	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦
٢٧	٢٨	٢٩	٣٠	٣١		

السبت	الأحد	الإثنين	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس	الجمعة
١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤
١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠	٢١
٢٢	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨
٢٩	٣٠	٣١				

ففى الصفحة اليمنى مثلا يلـون كـل مربعـات الأعـداد الزوجيـة بـاللون الأحمـر وفى الصفحة اليسرى يلون كل مربعات مضاعفات ٣ باللون الأخضر مثلا.

ومن الممكن أن يعرض صفحة نتيجة بيضاء كما هو مبين ثم يطلب من الأطفـال تحديد العدد الذى يمكن وضعه فى المربع الخالى بدون ملـىء المربعـات أو العـد. ومـرة ثانية يطلب منهم تحديد اليوم الذى يمثل ٢٣ فـى هـذا الشـهر ومـا الإجـراءات الحسـابية المستخدمة.



السبت	الأحد	الإثنين	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس	الجمعة
١	٢					
				□		

وهناك مفهومان نحتاجهما فى إجراء عمليات على الكسور هما العـامل المشـترك الأعلى والمضاعف المشترك الأصغر لعددين أو أكثر وتعتمد فى شرحهما على التحليـل إلى العوامل الأولية فعلى سـبيل المثـال يعطـى الأطفـال عددين وليكونـا ٤٨، ٦٠ مثـلا ويطلب منهم التعبير عن كل عدد فى صيغة ضرب أعداد أولية

٤٨ ← ٢٤، ٢ ← ١٢، ٢ ← ٦، ٢ ← ٣، ٢

٢ × ٢ × ٢ × ٢ × ٣

$٢^{٤} \times ٣^{١}$

٦٠ ← ٣٠، ٢ ← ١٥، ٢ ← ٥، ٣

٦٠ = ٢×٢×٣×٥

$= ٢^{٢}\times٣\times٥$

ونوجه نظر الأطفال إلى أن **العامل المشترك الأعلى** لعددين هو حاصل ضـرب قوى العوامل الأولية المشتركة فقط والتى لها الأساس الأصغر وفى المثال السابق يكـون ع.م.أ هو $٢^{٢}\times٣ = ١٢$.

ويجب أن يتدرب الأطفال بوفرة على تحليل العددين أو الأكثر المطلوب تعيين ع. م. أ لهما أولا ثم تحديد العامل المشترك الأعلى ويمكن توسيع النشاط السابق لتعيين العامل المشترك الأعلى لأكثر من عددين بالتحليل .

أما المضاعف المشترك الأصغر لعددين فهو حاصل ضرب قوى العوامل الأولية للعددين والتى لها الأس الأكبر

فمثلا م.م.أ للعددين ٤٨،٦٠ هو $٥ \times ٣ \times ٢^{٤} = ٢٤٠$ وبنفس الطريقة يجب أن يتدرب الأطفال على تحليل العددين إلى لعوامل الأولية ثم يستخرجون المضاعف المشترك الأصغر.

وبالنسبة **للأعداد الأولية** فهناك العديد من الأنشطة التى يمكن إستخدامها كنشاط إثرائى للأطفال مثل :

١- يوجد أعداد يمكن كتابتها كمجموع عددين أوليين مثلا ٨٢ = ٧١+١١.
   عبر عن الأعداد التالية كمجموع عددين أوليين
   ٢٤،١٢، ٣٨، ٦٠، ٩٤، ١٢٦، ١٧٦، ٢٢

٢- مرآة الأعداد الأولية عبارة عن أزواج من الأعداد الأولية التى أرقامها متماثلة القراءه مثل ٣١٣ أى يقرأ من اليمين إلى اليسار مثلما يقرأ من اليسار إلى اليمين.
   أوجد مرآة الأعداد الأولية فى قائمة الأعداد الأولية التالية:
   ٢، ٣، ٤، ٥، ٧، ١١، ١٣، ١٧، ١٩، ٢٣، ٢٩، ٣١، ٣٧، ٤١، ٤٣، ٤٧، ٥٣، ٥٩، ٦١، ٦٧، ٧١، ٧٣، ٧٩، ٨٣، ٨٩، ٩٧، ١٠١، ١٠٣، ١٠٧، ١٠٩، ١١٣، ١٢٧، ١٣١، ١٣٧، ١٣٩، ١٤٩.

٣- العددان الأوليان التوأم Twin عبارة عن أزواج من الأعداد الأولية بحيث يكون الفرق بينهما ٢.

أوجد الأعداد التوأم فى الأعداد الأولية التى تقل عن ١٥٠.

وبالنسبة لقابلية القسمة يجب أن يتدرب الأطفال عليها ومن الأنشطة التى يمكن أن تعمق فهمهم لها اعطاء بعض المسائل مثل :

أوجد العدد الذى يقبل القسمة على كل من هذه الأعداد

٤، ٧، ٥، ٨، ٢، ١٠

ومن الممكن أن يستخدم الطفل آلته الحاسبة فى التأكد فقط من صحة قابلية القسمة.

معلومات إضافية:

١- حساب العامل المشترك الأعلى لعددين بطريقة إقليدس

تعلمنا أنه لايجاد العامل المشترك الأعلى والمضاعف المشترك الأصغر نستخدم طريقة التحليل ولكن هذه الطريقة تزداد تعقيدا كلما كبر العددان المراد تحليلهما. ولذا

يستعاض عن طريقة التحليل بطريقة أخرى أسهل منها تقوم على حساب العامل المشترك الأعلى بالطريقة التى تدعى طريقة اقليدس وهى تقوم على ما يلى :-

إذا كان أ، ب عددين فإنه يوجد عددان آخران جـ ، د بحيث يكون أ > ب ، أ = ب جـ+ د ، د < ب ينتج عن هذه العلاقة أن كل عدد يقسم أ، ب يقسم د أى يقسم ب ، د و على العكس كل عدد يقسم ب ، د يقسم أ فهو يقسم أ ، ب.

∴ [ق (أ ، ب) ⊂ ق (ب ، د) و ق (ب ، د) ⊂ ق (أ ، ب)]

⇔ ق (أ ، ب) = ق (ب ، د)

نستنتج مما تقدم أن قم (أ ، ب) = قم (ب ، د)

ملحوظة

ق (أ ، ب) تعنى مجموعة قواسم الأعداد أ ، ب ،

قم (أ ، ب) تعنى القاسم (العامل) المشترك الاعلى للعددين أ ، ب.

قاعـــدة:

لايجاد العامل (القاسم) المشترك الأعلى للعددين أ ، ب نقوم بما يلى:

(١) ننظر فيما إذا كان أحد العددين يقسم الآخر كأن يكون مثلا ب يقسم أ أى ب أحد عوامل أ فيكون عندها ب هو القاسم المشترك الأعلى للعددين (أ ، ب) و أ هو المضاعف المشترك الأصغر لهما.

(٢) إذا لم يكن ما تقدم نقسم أحد العدددين على أصغرهما فنجد ناتجا للقسمة جـ وباقيا لها $ر_{١}$ ويكون مثلا:

أ = ب $جـ_{١}$ + $ر_{١}$ ، $ر_{١}$ < ب بفرض أن أ > ب

(٣) ننظر فى العددين ب ، $ر_{١}$ فإن كان $ر_{١}$ يقسم ب فإنه يكون

$ر_{١}$ = قم (ب ، $ر_{١}$) = قم (أ ، ب)

(٤) إذا لم يكن ما تقدم فى (٣) كررنا هذه العملية كما يلى

ب = $ر_{١}$ $جـ_{٢}$ + $ر_{٢}$ ، $ر_{٢}$ < $ر_{١}$

$ر_{١}$ = $ر_{٢}$ $جـ_{٣}$ + $ر_{٣}$ ، $ر_{٣}$ < $ر_{٢}$ < $ر_{١}$......

$ر_{ن-٢}$ = $ر_{ن-١}$ $جـ_{ن}$ + $ر_{ن}$

وذلك حتى نحصل على تقسيم باقيه يساوى الصفر ونرتب عادة عمليات القسمة المكررة هذه بالشكل التالى

نواتج القسمة		$جـ_{١}$	$جـ_{٢}$	$جـ_{٣}$	...	...	$جـ_{ن-١}$	$جـ_{ن}$
المقسوم ثم المقسوم علية	أ	ب	$ر_{١}$	$ر_{٢}$	...	...	$ر_{ن-٢}$	$ر_{ن-١}$
بواقى القسمة	$ر_{١}$	$ر_{٢}$	$ر_{٣}$	$ر_{٣}$	...	...	$ر_{ن}$ = ٠	

إن آخر باقى قسمة لا يساوى الصفر هو العامل المشترك الأعلى للعددين (أ، ب)

مثـــــــــال :

أوجد العامل المشترك الأعلى للعددين ١٣٥٣، ٩٨٤

	١	٢	١	٢
١٣٥٣	٩٨٤	٣٦٩	٢٤٦	١٢٣
٣٦٩	٢٤٦	١٢٣	٠	

ع.م.أ للعددين ٩٨٤،١٣٥٣ هو ١٢٣

مثال ٢: إحسب المضاعف المشترك الأصغر للعددين ١٣٥٣، ٩٨٤

هناك خاصية تربط بين ع.م.أ، م.م.أ وهى أن

م.م.أ × ع.م.أ للعددين (أ، ب) = أ . ب

∴ ١٢٣ × م.م.أ (١٣٥٣، ٣٦٩) = ١٣٥٣ × ٩٨٤.

∴ م.م.أ = $\frac{١٣٥٣ \times ٩٨٤}{١٢٣}$ = ١٠٨٢٤

٢- نظرية فيرما

فيرما عالم رياضى فرنسى عاش فى تولوز فى الفترة ١٦٠١ - ١٦٦٥ م وإشتهر بأعماله فى نظرية العدد. وتنص نظريته على أنه:

إذا كان ل عددا أوليا وكان أ لا يقبل القسمة على ل فإن $أ^{ل-١}$ -١ يقبل القسمة على ل.

ل = ٧ ، أ = ٢ ، $٢^{٦}$ - ١ = ٦٣ يقبل القسمة على ٧

ل = ٥ ، أ = ٦ ، $٦^{٤}$ - ١ = ١٢٩٥ يقبل القسمة على ٥

٣- العددان الأوليان فيما بينهما

نقول عن العددين أ،ب أنهما أوليان فيما بينهما إذا كان عاملهما (قاسمهما) المشترك الأعلى هو الواحد أو هما العددان اللذان ليس لهما عامل مشترك سوى الواحد.

مثـــــــال :

إن العددين ٢٧، ٣٥ عددان أوليان فيما بينهملا.

والعددين ١٨، ٣١ أوليان فيما بينهما أيضا.

أما العددان ٢٨ ، ٦٣ فليسا أوليين فيما بينهما لأن العدد ٧ عامل مشترك بينهما.

٤- الأعداد التامة والزائدة والناقصة:-

عرف أبو الوفاء البوزجانى (٥) العدد التام بأنه ذلك العدد الذى إذا جمعت عوامله كانت مساوية له فمثلا العدد ٦ تام لأن مجموع عوامله ١، ٢، ٣ = ٦ وأيضا العدد ٢٨، عدد تام لأن مجموع عوامله ١، ٢، ٤، ٧، ١٤ = ٢٨.

أما العدد الزائد فهو العدد الذى يكون مجموع عوامله أقل منه مثل ٨ لأن ١ + ٢ + ٤ = ٧ وكذلك العدد ١٠ لأن ١ + ٢ + ٥ = ٨.

٥- الأعداد المتحابة:

نقول عن عددين أنهما متحابان إذا كان مجموع عوامل العدد الأول يساوى مجموع عوامل العدد الثانى ومجموع عوامل العدد الثانى يساوى مجموع عوامل العدد الأول مثل العددان ٢٢٠ ، ٢٨٤ لأن

٢٨٤ عوامله هى : ١، ٢، ٤، ٧١، ١٤٢ والمجموع يساوى ٢٢٠

٢٢٠ عوامله هى : ١، ٢، ٤، ٥، ١٠ ، ١١، ٢٠، ٢٢، ٤٤، ٥٥، ١١٠ والمجموع يساوى ٢٨٤.

ولقد أصبح من الممكن جدا فى عصر الحاسب الآلى تعيين عدد كبير جدا من أزواج الأعداد المتحابة وفيما يلى جدول أزواج الأعداد المتحابة (حتى المليون) التى أمكن تعيينها بالحاسب الآلى (٥).

أزواج الأعداد المتحابة (حتى المليون التى أمكن تعيينها بالحاسب الآلى

عدد حقيقى موجب	عدد حقيقى موجب	أزواج من الأعداد المتحابة
٢٢٠ = $٢^{٢}$ (٥) (١١)	٢٨٤ = $٢^{٢}$ (٧١)	٢٨٤ ، ٢٢٠
١١٨٤ = $٢^{٥}$ (٣٧)	١٢١٠ = ٢(٥)($١١^{٥}$)	١٢١٠ ،١١٨٤
٢٦٢٠ = $٢^{٢}$ (٥) (١٣١)	٢٩٢٤ = $٢^{٢}$ (١٧)(٤٣)	٢٩٢٤ ، ٢٦٢٠
٥٠٢٠ = $٢^{٣}$ (٥)(٢٥١)	٥٥٦٤ = $٢^{٢}$ (١٣)(١٠٧)	٥٥٦٤ ، ٥٠٢٠
٦٢٣٢ = $٢^{٣}$ (١٩) (٤١)	٦٣٦٨ = $٢^{٥}$ (١٩٩)	٦٣٦٨ ، ٦٢٣٢
١٠٧٤٤ = $٢^{٣}$ (١٧) (٧٩)	١٠٨٥٦ = $٢^{٣}$ (٢٣)(٥٩)	١٠٨٥٦ ، ١٠٧٤٤
١٢٢٨٥ = $٣^{٣}$ (٥)(٧)(١٣)	١٤٠٩٥ = ٣(٥)(٧)(١٣٩)	١٤٠٩٥ ، ١٢٢٨٥
١٧٢٩٦ = $٢^{٤}$ (٢٣)(٤٧)	١٨٤١٦ = $٢^{٤}$ (١١٥١)	١٨٤١٦ ، ١٧٢٩٦
٦٣٠٠٢٠ = $٢^{٢}$ (٥)(٢٣)(١٣٧)	٧٦٠٨٤ = $٢^{٢}$ (٢٣)(٨٢٧)	٧٦٠٨٤ ، ٦٣٠٢٠
٦٦٩٢٨ = $٢^{٤}$ (٤٧)(٨٩)	٦٦٩٩٢ = $٢^{٤}$ (٥٣)(٧٩)	٦٦٩٩٢ ، ٦٦٩٢٨
٦٧٠٩٥ = $٣^{٣}$ (٥)(١٧)(٧١)	٧١١٤٥ = $٣^{٣}$ (٥)(٢٧)(٣٠١)	٧١١٤٥ ، ٦٧٠٩٥
٦٩٦١٥ = $٣^{٢}$ (٥)(٧)(١٣)(١٧)	٨٧٦٣٣ = $٣^{٢}$(٧)(٢٣)(١٠٧)	٨٧٦٣٣ ، ٦٩٦١٥
٧٩٩٥٠ = ٢ $(٥)^{٢}$(١١)(٢٩)	٨٨٧٣٠ = ٢(٥)(١٩)(٤٩٧)	٨٨٧٣٠ ، ٧٩٧٥٠

أختبر فهمك :

١- هل من الضرورى أن يكون معلم الرياضيات بالمرحلة الإبتدائية على وعى بأنماط الأعداد؟ ولماذا؟

٢- صف بعض الإستخدامات اليومية لمفاهيم نظرية العدد مثل العدد الزوجى، الفردى، الأولى، المضاعف، العامل (القاسم).

٣- أكتب أكثر من شجرة عوامل للعدد ٢٤٠

٤- ما الصعوبات التى يواجهها الأطفال - من وجهة نظرك- عند دراستهم للمضاعف المشترك الأصغر والعامل المشترك الأعلى؟

٥- بين بإستخدام خط الأعداد أو بأى شىء آخر أن ٨ ليست عدد أوليا

٦- إبحث متى يكون الفرق بين عددين أوليين عددا أوليا.

٧- هل تعتقد فى صحة هذه التخمينات (الفروض):

أ- أى عدد زوجى يمكن كتابته كمجموع عددين أوليين

ب- إذا كتب أى عدد فردى كمجموع عددين أوليين يجب أن يكون أحد العددين ٢

جـ- أى عدد زوجى أكبر من ٢ يمكن كتابته كمجموع عددين أوليين.

إرشاد : العبارة حـ حدس مشهور Conjecture قام به الرياضى الروسى كريستين جولدباخ Christian Goldbach فى ١٧٤٢م ولم يقم أحد بإثبات أو عدم إثبات هذا الحدس بعد وإن كان لم يوجد عدد زوجى بحيث لا يمكن كتابته كمجموع عددين أوليين بعد.

٨- إكتشف النمط الممكن فى المتتابعات التالية وإستخدمه فى إيجاد الأعداد الثلاثة التالية بكل متتابعة

أ) ٣، ٦، ١٢، ٢٤، ....   ب) ١، ٢، ٤، ٥، ٧، ٨، ١٠، ١١، ....

جـ) ٢، ٦، ١٠، ١٤ ، ١٨   د) ٢، ٤، ٣، ٥، ٤، ٦، ٥، ...

٩- إكتشف نمطا فى حواصل الضرب الثلاثة الأولى ثم تنبأ بحاصل الضرب التالى ثم تحقق من نتائجك

	٦٦	٦٦٦	٦٦٦٦	٦٦٦٦
	٦ ×	٦ ×	٦ ×	٦ ×
	٣٩٦	٣٩٩٦	٣٩٩٩٦	؟
ب)	٧٧	٧٧٧	٧٧٧٧	٧٧٧٧٧
	٧ ×	٧ ×	٧ ×	٧ ×
	٥٣٩	٥٤٣٩	٥٤٤٣٩	؟
جـ)	٨٨	٨٨٨	٨٨٨٨	٨٨٨٨٨
	٨ ×	٨ ×	٨ ×	٨ ×
	٧٠٤	٧١٠٤	٧١١٠٤	؟

١٠- أوجد نمطا فى كل من المتتابعات التالية ثم أكتب تعبيرا للحد النونى

أ) ٥، ١٠، ١٥، ٢٠، ..   ب) ٦ ، ١١ ، ٢١، ...

جـ) ٧ ، ١٢، ١٧ ، ٢٢ ، ...   د) ١٠، ١٥ ، ٢٠ ، ٢٥ ، ...

١١- لماذا يكون ٢ هو العدد الزوجى الأولى الوحيد؟

١٢- أوجد م.م.أ للعددين ١٤، ١٨ بطريقتين.

١٣- أى من الأعداد التالية يقبل القسمة على ١١ : ٢٣٨، ٥٢٧ ، ٧١٨٥٢

١٤- أى من الأعداد التالية يقبل القسمة على ٧ : ٣٨٨٨٥ ، ٨٦٤٩٢

١٥- أى من الأعداد التالية يقبل القسمة على ١٣ : ٣٠٢٠٢٠، ٧٢٢٢١٥

١٦- م.م.أ لعددين هو ١٢٠، ع.م.أ لنفس العددين هو ٦ ما العددان؟

الفصـــــل السابـــــع
الكســـــور الإعتياديـــــــة

- مقدمـــــــة
- معنـــى الكســـر
- الكســور المتكافئـة
- مقارنــة الكســـور
- جمع وطرح الكسور الإعتيادية
- ضرب الكسور الإعتيادية
- قسمة الكسور الإعتيادية

من المتوقع بعد قراءةهذا الفصل ودراسته أن يصبح الدارس قادرا على أن

١- يحدد ثلاثة موا ف من الحياة اليومية يعبر عنها بالكسور الإعتيادية.

٢- يشرح معنى الكسر للأطفال بإستخدام المناطق الهندسية، وشرائح الكسور وخط الأعداد.

٣- يشرح لماذا يوجد عدد لا نهائى من الكسور بين كل كسرين وذلك بطريقة حدسية (ملموسة).

٤- يستخدم أنشطة تمكن الأطفال من مقارنة الأعداد الكسرية.

٥- يشرح العمليات التى يمكن أن تستخدم فى مقارنة عددين كسريين أو أكثر.

٦- يوضح للأطفال إجراءين على الأقل لمساعدتهم على التعبير عن الأعداد الكسرية فى أبسط صورة.

٧- يحول (يعيد تسمية) الكسر الإعتيادى إلى كسر عشرى و العكس.

٨- يوضح كيف يمكن إستخدام الآلة الحاسبة فى إعادة تسمية الكسور الإعتيادية فى أبسط صورة والكسور غير الحقيقة إلى أعداد مختلطة

٩- يستخدم الأدوات والمناطق الهندسية فى توضيح العمليات على الكسور الإعتيادية (جمع - طرح - ضرب - قسمة).

١٠- يتعرف على الصعوبات التى تواجه الأطفال فى دراستهم للكسور الإعتيادية ويستطيع مساعدة الأطفال على التغلب على هذه الصعوبات.

١١- يستخدم مفاهيم الكسور فى حل بعض المسائل اللفظية.

من المتوقع بعد أن يكمل الطفل دراسة الأنشطة الموصوفة فى هذا الفصل أن يصبح قادرا على أن:-

- يحدد أجزاء الكسر الثلاثة.
- يحدد الكسور التى لا يمكن تعريفها.
- يحدد الكسور الحقيقة والكسور غير الحقيقية.
- يحدد الكسور غير الحقيقة.
- يقرأ الكسر بصوت مسموع قراءة صحيحة.

- يعبر عن الكسر كتابة بصورة صحيحة.
- يحدد جزئى العدد الكسرى (العدد المختلط).
- يقرأ العدد الكسرى قراءة صحيحة بصوت مرتفع.
- يكتب العدد الكسرى كتابة صحيحة
- يعيد تسمية العدد الكسرى كحاصل جمع عدد كلى وكسر.
- يعيد تسمية حاصل جمع عدد كلى مع كسر كعدد كسرى.
- يحدد الكسور المتكافئة.
- يعيد تسمية مسألة القسمة ككسر.
- يعيد تسمية الكسر كمسألة قسمة.
- يعيد تسمية العدد الكلى ككسر متساوى.
- يعيد تسمية العدد الكسرى الذى مقامه ١ كعدد كلى.
- يعيد تسمية الكسر غير الحقيقى كعدد كسرى.
- يكتب إجابة مسألة القسمة فى صورة باق أو فى صورة عدد كسرى.
- يبسط الكسر إلى أبسط صورة.
- يضرب الكسور بإستخدام قاعدة ضرب الكسور.
- يتخلص من كل العوامل المشتركة قبل ضرب الكسور.
- يضرب كسرا فى عدد كلى.
- يضرب عددا كسريا فى عدد كسرى.
- يستطيع إيجاد مقلوب الكسر والعدد الكسرى والعدد الكلى.
- يقسم الكسرين بإستخدام قاعدة قسمة الكسور.
- يتحقق من صحة القسمة بإستخدام الضرب.
- يقسم كسرا على عدد كلى.
- يقسم عددا كليا على كسر.

- يحدد متى يستخدم الضرب ومتى يستخدم القسمة فى مسائل لفظية تتضـن كسـورا إعتيادية وأعدادا كسرية.
- يجمع كسرين أو أكثر متحدى المقام بإستخدام طريقة جمع الكسور متحدة المقام.
- يبسط حاصل جمع الكسور عندما يكون ممكننا.
- يستطيع إيجاد المقام المشترك الأصغر لكسرين أو أكثر غير متحدى المقام.
- يجمع كسرين أو أكثر غـير متحـدى المقـام بإسـتخدام قواعـد الكسـور غـير متحـدة المقام.
- يجمع عددين كسريين أو أكثر.
- يجمع أعداد كسرية مع أعداد كلية.
- يجمع أعداد كسرية مع كسور.
- يطرح الكسور متحدة المقام بإستخدام قاعدة طرح الكسور متحدة المقام.
- يتحقق من صحة طرح الكسور بإستخدام الجمع.
- يترجم جمع وطرح الكسور متحدة المقام إلى كلمات وصور.
- يبسط باقى الطرح إذا كان ممكننا.
- يطرح كسورا غير متحدة المقام بإستخدام قاعدة طرح الكسور مختلفة المقام.
- يطرح عددا كليا من عدد كسرى.
- يطرح كسرا من عدد غير كسرى.
- يحل مسائل لفظية تتضمن كسورا وأعداد كسرية.

مقدمـــــة:-

يتعامل الطفل مع الكسر فى وقت مبكر فهو يقسم مع أخيه أو صديقة قطعـة مـن الحلوى أو برتقالة كمـا أنـه يشترى أشياء مـن البقالـة بنصـف جنيـه وربـع جنيـه أى أن الأطفال يسمعون عن الكسور فى مواقف حياتيـة كثيرة، كمـا يسـتخدم كثير مـن النـاس الكسر فى أغلب الأحوال فى القياس كما أن الكلمتين نصف وربـع طبيعيتـان بالنسبة لنـا وتستخدمان فى مواقف عديدة منها الوقت (مثلا الساعة الثانيـة والنصـف أو الخامسـة إلا الربع)، كمـا أن أى أسـرة لديهـا ثلاثـة أطفـال تعـرف أهميـة الثلث نتيجـة لتقسيم بعـض الأشياء على ثلاثة.

وتمثل الكسور الإعتيادية جزءا أساسيا مـن رياضيـات المرحلـة الإبتدائيـة نظـرا لأهميتها فى فهم مواقف حياتية كثيرة كما أنها ضرورية للأطفـال الذيـن سيسـتمرون فـى الدراسة بعد ذلك ومن هنا تأتى أهمية فهم الأطفال للكسور.

ويجب التركيز على أن يأتى هذا الفهم فى المرحلة الإبتدائيـة مـن خـلال الأمثلـة المباشرة الواقعية الملموسة والتى يلمسها الأطفال من خلال تعاملهم مع الأنشطة ثم تـأتى أمثلة شبه ملموسة تتمثل فى أنشطة تلوين وتظليل أشكال هندسية مرسومة علـى ورق ثـم تأتى بعد ذلك المرحلة التجريدية وتتمثل فى التعامل مع رمز الكسر قراءة وكتابة وإجراء عمليات.

ومن الأمور المهمة أن نركز فى تدريسنا علـى أن يفهـم الأطفـال نقطتيـن فهمـا كاملا وهما(أ) : معنى الكسر والرمز المسـتخدم (ب) فكـرة التكـافؤ وأفضـل بنـاء لهـاتين الفكرتين يكون من خلال أنشطة مناسبة كما يكـون بصنـع أحـداث تسـتخدم فيهـا الكسـور بطريقة عرضية.

معنى الكسر:

كلمة كسر Fraction مشتقة من الكلمة اللاتينية Fractio وهـى تعنـى "يكسـر" وعلى هذا فالكسر $\frac{١}{٣}$ يعنى أن شيئاً قد كسر إلى ثلاثة أجزاء وأخذ منها جزء واحد

وقد يكون للكسر معنى من المعانى العديدة الآتية:

١- الكسر هو جزء من كل.

٢- الكسر هو جزء أو أكثر من أجزاء متساوية من مجموعة من الوحدات.

٣- الكسر مضاعف لوحدة كسور.

٤- الكسر هو دلالة على القسمة.

٥- الكسر هو نسبة.

٦- الكسر هو زوج من الأعداد فى وضع معين.

والعدد الكسرى (العدد المختلط) هو عدد مكون من عدد صحيح وكسر والكسر الغير حقيقى هو الكسر الذى يكون بسطه يساوى أو أكبر من مقامه.

ويجب أن نعرف- كمعلمين - أن إستخدامنا لكلمات وعبارت صحيحة ومناسبة فى وصف الكسور يفيد الأطفال كثيرا فى بناء الأفكار السليمة حول الكسور.

ومن الضرورى فى المراحل المبكرة أن يعرف الأطفال دائما الكسر بشىء محدد (مثل ربع ورقة مربعة أو ربع قطعة من الخيط) لأنه إذا إستخدم الرمز بمفرده فإنهم قد يعتقدون أن جميع الأرباع متساوية مع بعضها البعض.

ومن الممكن أن نقول : إذا فهم الأطفال معنى الكسر بوضوح فسوف لا تكون هناك صعوبات لديهم.

وفيما يلى بعض الأنشطة التى قد تساعد الأطفال على بناء الأفكار حول الكسور.

أنشطة:

الأدوات: شرائط من الورق- قطع من الخيط أو الحبل - مستطيلات ورقية - مربعات - دوائر.

١- يطوى (يثنى) طفل شريط ورقى إلى جزئين متساويين فى الطول. ثم يقطعهما من خلال خط الطى ويمسك أحد الجزئين ويقول هذا نصف شريط، ثم يمسك الجزء الأخر ويقول مرة ثانية هذا نصف شريط واحد.

ثم يسمك الجزئيين معا ويقول، "نصفان يصنعان شريطا كاملا" وبعد ذلك يقدم رمز النصف ويكتب الطفل $\frac{١}{٢}$ على كل من الشريطين. و يكرر هذا النشاط مع مواد وأشياء أخرى كالموضحة سابقا. وأنه من غير الممكن طبعا كتابة $\frac{١}{٢}$ على قطعة من الحبل (الخيط) وفى هذه الحالة من الممكن أن يضع طفل أحد جزئى الخيط على قطعة من الورق ويكتب $\frac{١}{٢}$ على الورقة قريبا من الخيط.

٢- يمكن توسيع نشاط ١ للأرباع بالطى مرتين. ويجب أن يعد الطفل الأجزاء المتساوية حتى يتأكد أنه يوجد أربعة.

يمسك طفل أحد الأجزاء الأربعة المتساوية ويقول هذا ربع واحد للشريط. ثم يكرر ذلك مع كل جزء من الأجزاء الثلاثة الأخرى، ويمسك الأربعة الأجزاء ويقول "أربعة أرباع تكون واحد" ويكتب $\frac{١}{٤}$ على كل جزء من الأجزاء الأربعه. ثم يمسك طفل جزئين من الأربعة أجزاء ويقول "أنا أمسك ربعين اثنين من الشريط" ويجب أن يركز على اثنين ثم يقدم الرمز $\frac{١}{٤}$ بالنسبة للربعين ويناقش. وبعد ذلك تمسك ثلاثة أرباع وتتم المناقشة ويقدم الرمز $\frac{١}{٤}$.

كما يجب مسك أربعة أرباع مرة أخرى للتأكيد على حقيقة أن : "الكل يتكون من أربعة أرباع".

إذا كان هناك أشرطة ورقية طويلة متاحة فيمكن مد الطى حتى نحصل على $\frac{١}{٨}$ مع الأطفال مرتفعى القدرة. الأثلاث ليست سهلة بالطى ولهذا فيجب تقديمها بطرق أخرى.

٣- يضع المعلم علامات على شرائط من الورق متساوية الطول كما هو مبين والشريط الذى ليس عليه علامات يبقى كشريط كامل.

ثم يستخدم الأطفال كل شريط على التوالى فمثلا بإستخدام الشريط المقسم إلى ثلاثة أجزاء. يحسب الأطفال عدد الأجزاء (ثلاثة) ثم يقطعون خطوط العلامات وتوضع الشرائط الثلاثة فوق بعضها للتأكد من أنها متساوية الطول.

وعندئذ يقدم رمز الثلث (واحد ثلث) ويكتب الأطفال $\frac{١}{٣}$ على كل جزء من الأجزاء الثلاثة ثم يمسكون الشرائط ليبينوا واحد ثلث، اثنين ثلث، ثلاثة ثلث.

وعندما يستخدم الأطفال كل شريط بهذه الطريقة فإنه يمكنهم ترتيب شرائطهم

ذات العلامات كما هو مبين فى الشكل المقابل.

وهذا الترتيب ليس سهلا وذلك لأن بعض الأطفال يميلون إلى جعل الشرائط الصغيرة مختلطة.

١					
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$				
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$			
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$		
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

٤- يزود كل طفل بشريط ورقى مرسوم عليه مجموعة من الأشكال (يقسم كل شريط إلى أربعة أجزاء متساوية) ويعد الأطفال عدد الأجزاء فى كل شكل.

ويمكن إستخدام أحد الأطفال نسخة إضافية من الأشكال للتأكد من أن الأربعة أجزاء للشكل لها نفس الحجم وذلك بالقطع.

ثم يلون الأطفال أو يظللون أحد الأشكال الأربعة المتساوية ثم يكتبون $\frac{1}{4}$ عليها كما هو مبين ويكرر هذا النشاط مع كل الأشكال الأخرى.

$\frac{1}{4}$

٥- يكرر نشاط ٤ مع شريط ورقى أخر ولكن فى هذه الحالة يظلل أو يلون الأطفال ثلاثة أرباع كلشريط ويكتبون $\frac{1}{4}$ على جانب الشريط الملون كما هو مبين.

$\frac{3}{4}$

٦- يبين الأطفال على نسخ أخرى اثنين ربع $\frac{1}{4}$، أربعة أرباع $\frac{4}{4}$.

بالنسبه لاثنين ربع سوف يقول كثير من الأطفال أنها نفس نصف واحد (أحد الأفكار الأولية للتكافؤ) تكرر أنشطة ٦،٥،٤ بمجموعات من الأشكال مقسمة إلى أثلاث، أخماس، أسداس،..... وهكذا.

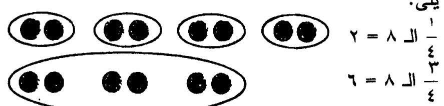
٧- يزود كل طفل بمجموعة من ثمانية أشكال متطابقة على سبيل المثال (حبوب - خرز - علب كبريت - مكعبات خشبية - عملة) ويقوم بعدها ويطلب منه تقسيمها

إلـى جزئين لهمـا نفس العـدد ثـم تنـاقش فكـرة أن كـل جـزء عبـارة عــن نصــف المجموعة الأصلية ويكتب الأطفال نصف الثمانيـة هـو أربعـة أو نصـف ٨ هـو ٤ ويكرر هذا النشاط مـع أعداد أخـرى مختلفـة (يجـب أن تكـون أعدادا زوجيـة فـى المراحل الأولى) ويمكن للأطفال أن يمثلوا كل مجموعة برسم بسيط هكذا.



٨- يكرر نشاط ٧ مع كسـور أخـرى لأعداد تختـار بطريقـة مناسبة فمثـلا واحـد ثلث للستة، واحد خمس للعشرة، واحد سدس للإثنى عشر ويجب كتابة عبارة لكل كسر أو عمل رسم بسيط.

٩- يكرر الأطفال نشاطى ٧، ٨ ولكن الأن يوجـدوا، علـى سـبيل المثـال، ثلاثـة أربـاع الثمانية أو أربعة خمس العشرة وهكذا ولكل كسر من الكسرين السابقين يمكن عمل رسمين كما يلى.



إنه لمن الضرورى أن يفكر الطفل لكل مثال من هذه الانواع، فى ١/٤ علـى أنهـا ثلاثة أرباع ويجب التركيز على ثلاثة فى نطق الكسر وسـوف تحـدث فكـرة التكـافؤ فـى هذه الأنشطة ويجب مناقشتها فمثلا سيرى الأطفـال بسـرعة أنـه يوجـد نفـس الشـىء فـى ربعى الثمانية ونصف الثمانية.

الكسور المتكافئة

بعد أن يتضح معنى الكسر إيضاحـا كـاملا، تكـون الخطـوة التاليـة هـى عـرض فكرة الكسور المتكافئـة. وتكـافؤ الكسـور مفهـوم أساسـى لفهـم الكسـور كمـا أنـه متطلـب تعليمى لعدة قواعد فى موضوع الكسور ومن الأفضل أن تنمو فكـرة تكـافؤ الكسـور مـن خلال ممارسة الأطفال لعدد من الأنشطة مع مناقشتها معهم بدلا من تدريسـها كموضـوع مستقل. وفيمايلى بعض الأنشطة التى تؤدى إلى فكرة التكافؤ

١- يعمل المعلم مع الأطفال سـبورة كسـور وهـى عبـارة عـن شـريط طويــل مــن الــورق المقــوى أو الكرتــون يثبــت

١							
١/٢				١/٢			
١/٤		١/٤		١/٤		١/٤	
١/٨	١/٨	١/٨	١/٨	١/٨	١/٨	١/٨	١/٨

جزئين متساويين ويكتب $\frac{١}{٢}$ على كل جزء ثم يثبت الجزءان تحت الشريط١ ثم تكون أرباع وأثمان وتوضع كما بالشكل ثم يناقش المعلم مع الأطفال سبورة الكسر. ويرى الأطفال من خلال هذه المناقشة أن

$$\frac{١}{٢}=\frac{٢}{٤}=\frac{٤}{٨} \quad ، \quad \frac{١}{٤}=\frac{٢}{٨} \quad ، \quad \frac{٢}{٢}=\frac{٤}{٤}=\frac{٨}{٨}=١$$

٢- يمكن عمل سبورة أخرى بسيطة للأثلاث والأسداس ومنها يجب أن يرى الأطفال أن

$$\frac{١}{٣}=\frac{٢}{٦} \quad ، \quad \frac{٢}{٣}=\frac{٤}{٦} \quad ، \quad \frac{٣}{٣}=\frac{٦}{٦}=١$$

١							
$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{٢}$						
$\frac{١}{٣}$	$\frac{١}{٣}$	$\frac{١}{٣}$					
$\frac{١}{٤}$	$\frac{١}{٤}$	$\frac{١}{٤}$	$\frac{١}{٤}$				
$\frac{١}{٨}$	$\frac{١}{٨}$	$\frac{١}{٨}$	$\frac{١}{٨}$	$\frac{١}{٨}$	$\frac{١}{٨}$	$\frac{١}{٨}$	$\frac{١}{٨}$

٣- بالنسبة للأطفال المتفوقين يكون من المناسب أن يستخدموا المجموعتين من نشاطى ١١، ١٢ معا كما بالشكل وسوف يقدر الأطفال بإستخدام هذه السبورة المجمعة على إيجاد مجموعات أكثر تحتوى على كسور متكافئة مثل

$$\frac{١}{٢}=\frac{٢}{٤}=\frac{٣}{٦}=\frac{٤}{٨} \quad ، \quad \frac{٢}{٢}=\frac{٣}{٣}=\frac{٤}{٤}=\frac{٦}{٦}=\frac{٨}{٨}=١$$

١							
$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{٢}$						
$\frac{١}{٣}$	$\frac{١}{٣}$	$\frac{١}{٣}$					
$\frac{١}{٤}$	$\frac{١}{٤}$	$\frac{١}{٤}$	$\frac{١}{٤}$				
$\frac{١}{٨}$	$\frac{١}{٨}$	$\frac{١}{٨}$	$\frac{١}{٨}$	$\frac{١}{٨}$	$\frac{١}{٨}$	$\frac{١}{٨}$	$\frac{١}{٨}$

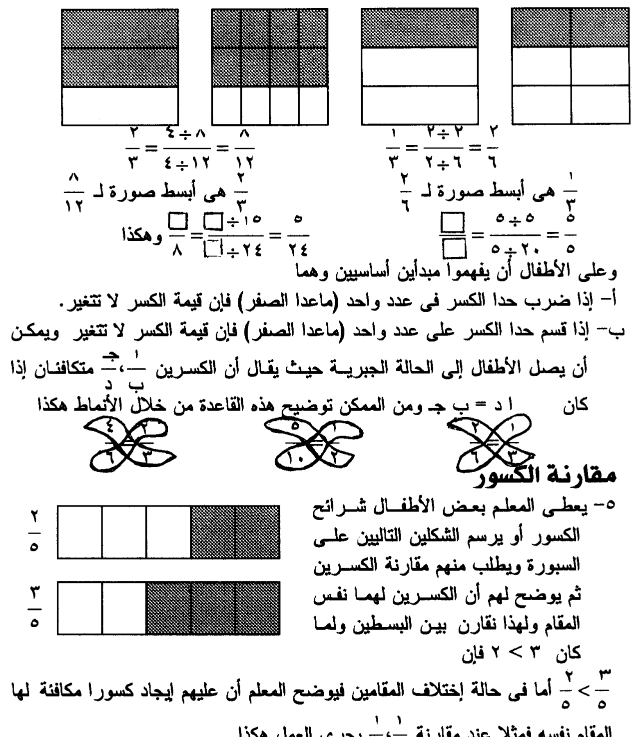
كما أن سبورة الكسر هذه أيضا مفيدة فى مقارنة الكسور فإذا ظل أو لون الجزء الأول من كل مجموعة كما بالشكل فسوف يرى الأطفال بسرعة أن

$$\frac{١}{٣}<\frac{١}{٢} \quad ، \quad \frac{١}{٤}<\frac{١}{٣} \quad ، \quad \frac{١}{٨}<\frac{١}{٦}$$

وهكذا

ويؤدى ذلك إلى مزيد من المناقشة المفيدة فمثلا يطلب المعلم من الأطفال أن يشرحوا لماذا $\frac{١}{٤}<\frac{١}{٣}$ ؟

٤- يمارس الأطفال تدريبات عديدة على تكافؤ الكسور وأيضا على تبسيطها ووضعها فى أبسط صورة مثل التدريبات التالية:-



$\frac{٢}{٦} = \frac{٢\div٢}{٦\div٢} = \frac{١}{٣}$ $\qquad$ $\frac{٨}{١٢} = \frac{٨\div٤}{١٢\div٤} = \frac{٢}{٣}$

$\frac{١}{٣}$ هى أبسط صورة لـ $\frac{٢}{٦}$ $\qquad$ $\frac{٢}{٣}$ هى أبسط صورة لـ $\frac{٨}{١٢}$

$\frac{٥}{٥} = \frac{٥\div٥}{٢٠\div٥} = \frac{\square}{\square}$ $\qquad$ $\frac{٥}{٢٤} = \frac{١٥\div\square}{٢٤\div\square} = \frac{\square}{٨}$ وهكذا

وعلى الأطفال أن يفهموا مبدأين أساسيين وهما

أ- إذا ضرب حدا الكسر فى عدد واحد (ماعدا الصفر) فإن قيمة الكسر لا تتغير.

ب- إذا قسم حدا الكسر على عدد واحد (ماعدا الصفر) فإن قيمة الكسر لا تتغير ويمكن أن يصل الأطفال إلى الحالة الجبريـة حيث يقـال أن الكسـرين $\frac{ا}{ب}$، $\frac{جـ}{د}$ متكافئـان إذا كان ا د = ب جـ ومن الممكن توضيح هذه القاعدة من خلال الأنماط هكذا

مقارنة الكسور

٥- يعطـى المعلـم بعـض الأطفــال شــرائح الكسور أو يرسم الشكلين التاليين علــى السبورة ويطلب منهم مقارنة الكســرين ثم يوضح لهم أن الكســرين لهمـا نفس المقام ولهذا نقارن بيـن البسـطين ولمـا كان ٣ > ٢ فإن

$\frac{٢}{٥}$ $\qquad$ $\frac{٣}{٥}$

$\frac{٣}{٥} > \frac{٢}{٥}$ أما فى حالة إختلاف المقامين فيوضح المعلم أن عليهم إيجاد كسورا مكافئة لها المقام نفسه فمثلا عند مقارنة $\frac{١}{٥}$، $\frac{١}{٣}$ يجرى العمل هكذا

$\frac{٣}{٥} = \frac{٦}{١٠} = \frac{٩}{١٥}$ $\qquad$ $\frac{١}{٣} = \frac{٢}{٦} = \frac{٣}{٩} = \frac{٤}{١٢} = \frac{٥}{١٥}$

المقامان متحدان ونقارن ٩، ٥ فنجد أن ٩ > ٥ ولهذا فإن $\frac{٣}{٥} > \frac{١}{٣}$

جمع وطرح الكسور

أولا : الجمع :

يختلف جمع الكسور عن جمع الأعداد الكلية، لأن جمع الأعداد الكلية يقوم على العد، وليس للعد معنى بالنسبة للكسور ولا يوجد على وجه التحديد كسر يلى كسرا معينا، كما يمكن أن يوضع كسر بين أى كسرين ولا يمكن تطبيق مثل هذا الكلام على الأعداد الكلية.

فإذا كلف طفل بحل المسألة $\frac{١}{٢}+\frac{١}{٣}$ دون أن يتعلم جمع الكسور فقد يجمع البسطين معا ثم يجمع المقامين معا، وقد يبدو ذلك منطقيا بالنسبة للطفل، لهذا فمن الضرورى أن نعلم طريقة جمع الكسور بدقة.

ويجب على المعلم أن يتأكد من إلمام الطفل بالمتطلبات التعليمية لجمع الكسور قبل تقديمها وتتمثل هذه المتطلبات فيما يلى:

جمع الأعداد الكلية وخواص عملية الجمع وفهم معنى الكسر ويتم تقديم جمع الكسور تدريجيا كما يلى :-

أ- جمع كسرين لهما المقام نفسه

الخطوة الأولى: كل بسط مقداره ١ وحاصل الجمع أقل من واحد صحيح مثلا $\frac{١}{٤}+\frac{١}{٤}+\frac{١}{٤}$ يعرض المعلم أشكالا هندسية متطابقة ويطلب من أحد الأطفال تلوين أو تظليل $\frac{١}{٤}$ كل شكل (مربع مثلا) ثم يطلب منه عد الأرباع للوصول إلى النتيجة.

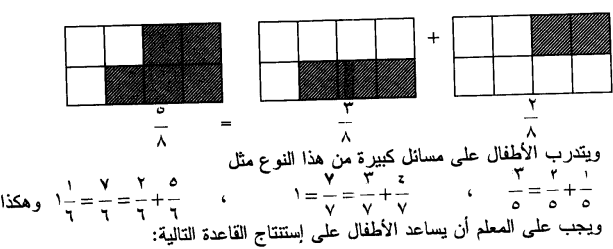
$\frac{١}{٤}$ $\frac{١}{٤}$ $\frac{١}{٤}$ $\frac{٣}{٤}$

ويكرر هذا المثال ولكن بكسور مختلفة مثل

$$\frac{١}{٦}+\frac{١}{٦}+\frac{١}{٦}+\frac{١}{٦}+\frac{١}{٦}=\frac{٥}{٦}$$

الخطوة الثانية: كسور البسط فيها أكبر من ١

مثال $\frac{١}{٨}+\frac{١}{٨}$ ويمكن إستخدام الأشكال أولا هكذا



ويتدرب الأطفال على مسائل كبيرة من هذا النوع مثل

$\frac{١}{٥}+\frac{٢}{٥}=\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{٤}{٧}+\frac{٣}{٧}=\frac{٧}{٧}=١$ ، $\frac{٥}{٦}+\frac{٢}{٦}=\frac{٧}{٦}=١\frac{١}{٦}$ وهكذا

ويجب على المعلم أن يساعد الأطفال على إستنتاج القاعدة التالية:

مجموع كسرين لهما المقام نفسه هو الكسر الذى بسطه يساوى مجموع بسطى الكسرين ومقامه مساو لمقامها.

كما يمكن صياغتها بالرموز هكذا

إذا كان $\frac{أ}{جـ}$، $\frac{ب}{جـ}$ أى كسرين متحدة المقام فإن

$$\frac{أ}{جـ}+\frac{ب}{جـ}=\frac{أ+ب}{جـ}$$

ثم يتدرب الطفل على تطبيق هذه القاعدة عن طريق أمثلة ومسائل متنوعة.

الخطوة الثالثة: كما فى الخطوتين الأولى والثانية ولكن مع وجود أعداد كسرية هكذا

$١\frac{١}{٥}+\frac{٢}{٥}=١\frac{٣}{٥}$ ، $٢\frac{١}{٦}+٣\frac{٢}{٦}=٥\frac{٣}{٦}=٥\frac{١}{٢}$

ويجب تزويد الأطفال بطريقة مناسبة لقراءة الكسر (**فمثلا** $\frac{١}{٥}$ يجب أن تقرأ على أنها اثنين خمس مع التركيز على اثنين) وسوف لا يجد الأطفال صعوبة كبيرة فى هذه المرحلة.

ب- جمع الكسور مختلفة المقام:

الخطوة الأولى: تغيير (تحويل) كسر واحد فقط :

بعد أن يتمكن الطفل من جمع الكسور المتشابهة (متحدة المقام) نبدأ بإعطائه جمع كسرين مختلفى المقام ولكن على خطوات حيث نبدأ فى الخطوة الأولى بكسرين مقام أحدهما مضاعف للأخر مثل $\frac{١}{٣}+\frac{١}{٦}$ ويمكن إستخدام شرائح الكسور لتوضيح الطريقة أولا هكذا

<table>
<tr><td colspan="2">١</td></tr>
<tr><td>$\frac{١}{٦}$</td><td>$\frac{١}{٣}$</td></tr>
</table>

حيث يضع المعلم أمام الأطفال شريحة تمثل الواحد الصحيح وتحتها شرائح تمثل $\frac{١}{٣}$ و $\frac{١}{٦}$ ويطلب منهم الإجابة على أسئلة مثل :

١- ماعدد الشرائح التى يجب أخذها لتمثل $\frac{١}{٣}$ ؟

٢- ماهو حاصل الجمع بإستخدام شرائح الكسور ؟

ثم يشرح المعلم فى توضيح أن $\frac{١}{٣}=\frac{٢}{٦}$ بإستخدام تكافؤ الكسور ثم يطلب من الأطفال تطبيق القاعدة التى تم التوصل اليها فى جمع كسرين لهما المقام نفسه ، والإجراءات مبينة على اليسار

$$\frac{١}{٣}+\frac{١}{٦}$$

↓ ↓

$$\frac{٢}{٦}+\frac{١}{٦}=\frac{٣}{٦}$$

$$=\frac{١}{٢}$$

ثم يعطى الأطفال تدريبات على مثل هذا النوع مثل :-

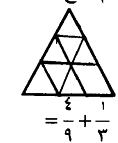
$$\frac{١}{٢}+\frac{٣}{٨}=\frac{٤}{٨}+\frac{٣}{٨}=\frac{٧}{٨}$$

$$١\frac{١}{٢}+\frac{٣}{٨}=١\frac{٤}{٨}+\frac{٣}{٨}=١\frac{٧}{٨}$$

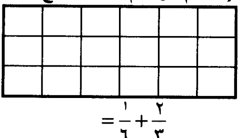
$$٢\frac{١}{٢}+١\frac{٧}{٨}=٢\frac{٤}{٨}+١\frac{٧}{٨}=٣+\frac{١١}{٨}=٣+١\frac{٣}{٨}=٤\frac{٣}{٨}$$

ومن خلال الأمثلة والتمارين المتعددة يتم التوصل إلى القاعدة التالية كى نجمع كسرين إعتياديين نحولهما الى كسرين مكافئين لهما ، على أن يكون مقامهما مشترك ، ثم نجمع الكسرين الحاصلين.

ثم تتاح الفرصة للأطفال لحل مسائل مثل : إستخدم الرسوم التالية لجمع الكسور



$\frac{١}{٣}+\frac{٤}{٩}=$



$\frac{٢}{٣}+\frac{١}{٦}=$

الخطوة الثانية: تغيير كلا الكسرين (إيجاد مقام مشترك بالفحص)

مثلاً :

$$\frac{١}{٢}+\frac{١}{٣}=\frac{٣}{٦}+\frac{٢}{٦}=\frac{٥}{٦}$$ ،

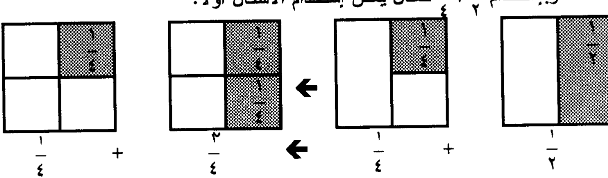
$$١\frac{٢}{٣}+٢\frac{١}{٨}=٣+\frac{١٦}{٢٤}+\frac{٣}{٢٤}=٣+\frac{١٩}{٢٤}=٣\frac{١٩}{٢٤}$$

$$\frac{٢}{٣}+\frac{١}{٤}=\frac{٨}{١٢}+\frac{٣}{١٢}=\frac{١١}{١٢}$$

$\frac{٣}{٤}+\frac{١}{٣}=\frac{٩}{١٢}+\frac{٤}{١٢}=\frac{١٣}{١٢}=١\frac{١}{١٢}$ ،

$٣\frac{٣}{٤}+٢\frac{٢}{٣}=\frac{٩}{١٢}+\frac{٨}{١٢}+٥=\frac{١٧}{١٢}+٥=١\frac{٥}{١٢}+٥=٦\frac{٥}{١٢}$ ،

عندما نغير كسرا واحدا فإننا نحتاج الى مناقشة الأفكار التــى وراء ذلـك مناقشـة كاملة، وبإستخدام $\frac{١}{٢}+\frac{١}{٤}$ كمثال يمكن إستخدام الأشكال أولا:-



ويجب توضيح الصورة المتكافئة والمتعددة للكسر $\frac{١}{٢}$ أيضا هكذا

$$\frac{١}{٢}=\frac{٢}{٤}=\frac{٣}{٦}=\frac{٤}{٨}=\frac{٥}{١٠}=\frac{٦}{١٢}=.........$$

ومن هذه الكسور تناقش فكرة إستخدام $\frac{١}{٤}$ ، ويسجل الأطفال الجمع كمايلى :-

$$\frac{١}{٢}+\frac{١}{٤}=\frac{٢}{٤}+\frac{١}{٤}=\frac{٣}{٤}$$

ويجب مناقشة أمثلـة متعـددة مـن هـذا النـوع قبـل دراسـة الأنـواع الأخـرى مـن الخطوة الأولى .

وعندما يتمكن الأطفـال مـن تغيير مقـام أحـد الكسـرين فـى الجمـع فإنـه يمكنهـم الإستمرار فى دراسة أمثلة على تغيير مقامى الكسرين معا ونناقش فيما يلى مثالين.

أ) $\boxed{\frac{١}{٣}+\frac{١}{٤}}$

أولا – يجب كتابة الصور المتكافئة للكسرين كما يلى:-

$$\frac{١}{٣}=\frac{٢}{٦}=\frac{٣}{٩}=\frac{٤}{١٢}=\frac{٥}{١٥}=\frac{٦}{١٨}=\frac{٧}{٢١}=\frac{٨}{٢٤}=\frac{٩}{٢٧}=\frac{١٠}{٣٠}=.......$$

$$\frac{١}{٤}=\frac{٢}{٨}=\frac{٣}{١٢}=\frac{٤}{١٦}=\frac{٥}{٢٠}=\frac{٦}{٢٤}=\frac{٧}{٢٨}=\frac{٨}{٣٢}=\frac{٩}{٣٦}=\frac{١٠}{٤٠}=.......$$

ثم نربط بين الكسرين اللذين لهما نفس المقام كما يلى:

$$\frac{١}{٣}=\frac{٢}{٦}=\frac{٣}{٩}=\frac{٤}{١٢}=\frac{٥}{١٥}=\frac{٦}{١٨}=\frac{٧}{٢١}=\frac{٨}{٢٤}=\frac{٩}{٢٧}=\frac{١٠}{٣٠}=\frac{١١}{٣٣}=\frac{١٢}{٣٦}=.......$$

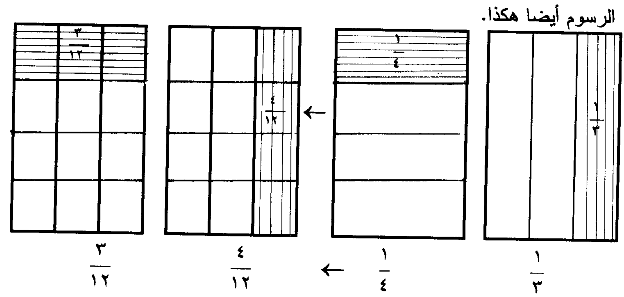
$$\frac{١}{٤}=\frac{٢}{٨}=\frac{٣}{١٢}=\frac{٤}{١٦}=\frac{٥}{٢٠}=\frac{٦}{٢٤}=\frac{٧}{٢٨}=\frac{٨}{٣٢}=\frac{٩}{٣٦}=\frac{١٠}{٤٠}=.......$$

ومن هذه الأزواج يرى الأطفال أن كـلا الكسرين يمكـن تغييرهمـا إلـى كسـرين مقامهما ١٢ أو ٢٤ أو ....

ولجعل الكسرين فى أبسط صورة بقدر الإمكان نختار ١٢ ويسجل الجمع كما يلى:

$$\frac{١}{٣}+\frac{١}{٤}=\frac{٤}{١٢}+\frac{٣}{١٢}=\frac{٧}{١٢}$$

ويجـب ملاحظـة أن ١٢ اختيـرت عـن طريـق الفحـص والتنقيـب inspection وليس عن طريق إستخدام قاعدة من أى نوع ويمكن توضيـح تغيير المقـامين مـن خـلال الرسوم أيضا هكذا.



ب- $٢\frac{٢}{٣}+٣\frac{٣}{٤}$

يحتاج الأطفال للتعامل مع هذا الجمع إلى أن يفهموا أن $٣\frac{٣}{٤}=٣+\frac{٣}{٤}$ وقد يبدو أنه ليس من الضـرورى الإهتمـام بهـذه الجملـة الرياضيـة ولكـن مـن المدهـش أن بعـض

٢- نوجد كسرا مكافئا للكسر الثانى بضرب كل من بسطه ومقامه بمقام الكسر الأول $\frac{١}{٤} = \frac{١ \times ٥}{٤ \times ٥} = \frac{٥}{٢٠}$.

٣- الكسران الناتجان لهما مقام مشترك ونجمعهما كما تعلمنا سابقا أى $\frac{١٢}{٢٠} + \frac{٥}{٢٠} = \frac{١٧}{٢٠}$ وبعد أن يتدرب الأطفال بالقدر الكافى يمكن التوصل إلى التعميم التالى $\frac{ا}{ب} + \frac{جـ}{د} = \frac{ا د + ب جـ}{ب د}$

ولكن تطبيق التعميم الأخير يصبح غير سهلا إذا كان الكسران المطلوب جمعهما كبيرين مثل $\frac{٣٧}{٤٢} + \frac{٢٩}{٣٦}$ وفى هذه الحالة نلجأ إلى إستخدام التحليل إلى العوامل الأولية لإستخراج المضاعف المشترك الأصغر للمقامات

مثال $\frac{٧}{١٢} + \frac{١}{١٤}$ نقوم بتحليل المقامين لإستخراج م.م.ا

$$١٢ = ٢ \times ٢ \times ٣ \quad ، \quad ١٤ = ٢ \times ٧$$

$$\therefore \text{م.م.ا} = ٢ \times ٢ \times ٣ \times ٧ = ٨٤$$

$$\frac{٧}{١٢} = \frac{٤٩}{٨٤} \quad ، \quad \frac{١}{١٤} = \frac{٦}{٨٤}$$

$$\therefore \frac{٧}{١٢} + \frac{١}{١٤} = \frac{٤٩ + ٦}{٨٤} = \frac{٥٥}{٨٤}$$

وهناك طريقة مختصرة تستخدم لإيجاد م.م.ا لكسرين عندما يكون الفرق بين مقاميهما عامل من عوامل المقامين وتتمثل فيما يلى:-

أ- أوجد الفرق بيم المقامين

ب- اقسم أحد المقامين على الفرق الناتج من (أ)

جـ- اضرب خارج القسمة الناتج من (ب) بالمقام الثانى ينتج م.م.أ

مثال أوجد م.م.أ للكسرين $\frac{٧}{١٢}$ ، $\frac{١}{١٤}$

$$١٤ - ١٢ = ٢ \rightarrow ١٤ \div ٢ = ٧ \quad ، \quad ٧ \times ١٢ = ٨٤$$

أو

$$١٤ - ١٢ = ٢ \rightarrow ١٢ \div ٢ = ٦ \quad ، \quad ٦ \times ١٤ = ٨٤$$

ثانيا: الطرح

أ- إذا كان الكسران من نفس النوع (لهما المقام نفسه)

الخطوة الأولى: عدم تحويل الأعداد الكلية. مثلا ويمكن إستخدام الأشكال أولا ،

$$\frac{7}{8}-\frac{5}{8}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}،$$

$$3\frac{5}{6}-2\frac{1}{6}=\left(3+\frac{5}{6}\right)-\left(2+\frac{1}{6}\right)=(3-2)+\left(\frac{5}{6}-\frac{1}{6}\right)=1\frac{4}{6}=1\frac{2}{3}$$

الخطوة الثانية: تحويل أعداد كلية

$$1-\frac{2}{7}=\frac{7}{7}-\frac{2}{7}=\frac{5}{7}،$$

$$5\frac{1}{4}-2\frac{3}{4}=3+\frac{1}{4}-\frac{3}{4}=2+\frac{4}{4}+\frac{1}{4}-\frac{3}{4}=2+\frac{2}{4}=2+\frac{1}{2}=2\frac{1}{2}$$

ويمكن إستخدام الرسوم أيضا

ب- كسور من أنواع مختلفة:

الخطوة ١، عدم تحويل أعداد كلية مثلا

$$\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{3}{6}-\frac{2}{6}=\frac{1}{6} \quad ، \quad 3\frac{1}{2}-\frac{1}{8}=3+\frac{4}{8}-\frac{1}{8}=3+\frac{3}{8}=3\frac{3}{8}$$

الخطوة ٢: تحويل أعداد كلية

$$1\frac{1}{2}-\frac{3}{4}=1+\frac{1}{2}-\frac{3}{4}$$

مثلا

$$=1+\frac{2}{4}-\frac{3}{4}=\frac{4}{4}+\frac{2}{4}-\frac{3}{4}=\frac{3}{4}$$

$$3\frac{1}{3}-\frac{3}{4}=3+\frac{4}{12}-\frac{9}{12}$$
$$=2+\frac{12}{12}+\frac{3}{12}-\frac{8}{12}$$
$$=2+\frac{12}{12}+\frac{3}{12}-\frac{8}{12}$$
$$=2\frac{7}{12}$$

$$5\frac{1}{4}-2\frac{2}{3}=3+\frac{1}{4}-\frac{2}{3}$$
$$=3+\frac{3}{12}-\frac{8}{12}$$
$$=2+\frac{7}{12}$$
$$=2\frac{7}{12}$$

ثانيا: الطرح

أ- إذا كان الكسران من نفس النوع (لهما المقام نفسه)

الخطوة الأولى: عدم تحويل الأعداد الكلية. مثلا ويمكن إستخدام الأشكال أولا ،

$$\frac{٧}{٨}-\frac{٥}{٨}=\frac{٢}{٨}=\frac{١}{٤}\ ،$$

$$٣\frac{٥}{٦}-٢\frac{١}{٦}=\left(٣+\frac{٥}{٦}\right)-\left(٢+\frac{١}{٦}\right)=(٣-٢)+\left(\frac{٥}{٦}-\frac{١}{٦}\right)=١\frac{٤}{٦}=١\frac{٢}{٣}$$

الخطوة الثانية: تحويل أعداد كلية

$$١-\frac{٢}{٧}=\frac{٧}{٧}-\frac{٢}{٧}=\frac{٥}{٧}\ ،$$

$$٥\frac{١}{٤}-٢\frac{٣}{٤}=٣+\frac{١}{٤}-\frac{٣}{٤}=٢+\frac{٤}{٤}+\frac{١}{٤}-\frac{٣}{٤}=٢+\frac{٢}{٤}=٢+\frac{١}{٢}=٢\frac{١}{٢}$$

ويمكن إستخدام الرسوم أيضا

ب- كسور من أنواع مختلفة:

الخطوة ١، عدم تحويل أعداد كلية مثلا

$$\frac{١}{٢}-\frac{١}{٣}=\frac{٣}{٦}-\frac{٢}{٦}=\frac{١}{٦}\ ،\quad ٣\frac{١}{٢}-\frac{١}{٨}=٣+\frac{٤}{٨}-\frac{١}{٨}=٣+\frac{٣}{٨}=٣\frac{٣}{٨}$$

الخطوة ٢: تحويل أعداد كلية

مثلا

$$١\frac{١}{٢}-\frac{٣}{٤}=١+\frac{١}{٢}-\frac{٣}{٤}$$

$$=١+\frac{٢}{٤}-\frac{٣}{٤}=\frac{٤}{٤}+\frac{٢}{٤}-\frac{٣}{٤}=\frac{٣}{٤}$$

$$٣\frac{١}{٣}-\frac{٣}{٤}=٣+\frac{٤}{١٢}-\frac{٩}{١٢}$$

$$=٢+\frac{١٢}{١٢}+\frac{٣}{١٢}-\frac{٨}{١٢}$$

$$=٢+\frac{١٢}{١٢}+\frac{٣}{١٢}-\frac{٨}{١٢}$$

$$=٢\frac{٧}{١٢}$$

$$٥\frac{١}{٤}-٢\frac{٢}{٣}=٣\frac{١}{٤}-\frac{٢}{٣}$$

$$=٣+\frac{٣}{١٢}-\frac{٨}{١٢}$$

$$=٢+\frac{٧}{١٢}$$

$$=٢\frac{٧}{١٢}$$

إذا فهم الأطفال الخطوات المتنوعة فى جمع الكسور فعندئذ تكون الفكرة الجديدة فى الطرح هى فقط أخذ واحد من الأعداد الكلية وتحويله إلى كسر من نفس نوع الكسور الأخرى.

ويمكن تقديم هذه الفكرة من خلال مناقشة أمثلة كهذه:

$1-\frac{1}{4}$ ، $1-\frac{3}{4}$ ، $1-\frac{2}{3}$ ، $2-\frac{1}{4}$ ، $2-\frac{3}{4}$ ، $4-\frac{1}{3}$ ، $6-\frac{2}{3}$

فى الأمثلة الأربعة الأخيرة من الأمثلة السابقة يجب تحويل واحد من الأعداد الكلية إلى كسر. ويجب ملاحظة أن تغييرهم كلهم غير ضرورى ويعقد العمل فى حالة الأعداد الكبيرة.

ويجب أن تلى الأمثلة السابقة أمثلة كالتالية:

$2-1\frac{1}{4}$ ، $3-1\frac{3}{4}$ ، $5-2\frac{2}{3}$ ، $6-5\frac{1}{4}$ ، $4-2\frac{3}{4}$ ، $8-6\frac{1}{3}$

وفيها يجب طرح الأعداد الكلية ألا. وحينئذ يصبح الطرح كأنه

$1-\frac{1}{4}$ ، $2-\frac{3}{4}$ ، $3-\frac{2}{3}$ ، $1-\frac{1}{4}$ ، $2-\frac{3}{4}$ ، $2-\frac{1}{3}$

ثم نناقش أمثلة مثل $3\frac{1}{3}-1\frac{3}{4}$

بعد التعامل مع الأعداد الكلية يصبح الطرح $2+\frac{1}{3}-\frac{3}{4}$.

يغير الكسران بحيث يكون مقام كل منهما ١٢ فيكون الناتج $2+\frac{4}{12}-\frac{9}{12}$ ثم يغير عدد كلى واحد إلى $\frac{11}{12}$ ويكتب الطرح هكذا : $1+\frac{12}{12}+\frac{4}{12}-\frac{9}{12}$

وتناقش الأن طريقتى التعامل مع الأجزاء من اثنى عشر

$$\frac{12}{12}+\frac{4}{12}-\frac{9}{12}=\frac{16}{12}-\frac{9}{12}=\frac{7}{12}$$

،

$$\frac{12}{12}+\frac{4}{12}-\frac{9}{12}=\frac{12}{12}-\frac{9}{12}+\frac{4}{12}=\frac{3}{12}+\frac{4}{12}=\frac{7}{12}$$

وتعطى كل طريقة ناتج الطرح نفسه.

ويجب أن يفهم الأطفال الطريقتين وأن تكون لهم القدرة على إستخدامها. وهذه القدرة سوف تكون مؤشرا للمعلم عن مدى فهم الأطفال لما يفعلون.

وفى نفس الوقت يجب أن يبذل المعلم جهد فى التعامل مع هذه المسائل كما يجب عدم التعجل فى العمل. وفى كل خطوة يجب أن تتاح الفرصة للأطفال لكى يعبروا بكلمات من عندهم عما يقومون به من عمل.

ويمكن القول أنه إذا زود الطفل بأساس جيد فى جمع الكسور فإن عملية تعليمه طرح الكسور تصبح سهلة وذلك لأن الطرح عكس الجمع.

ضرب الكسور

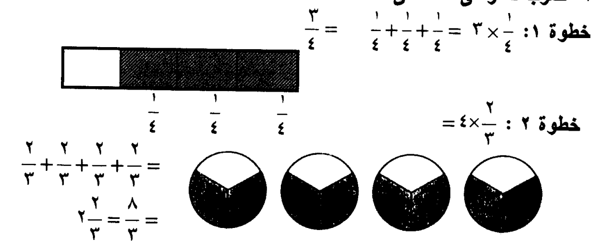
قد تبدو عملية ضرب الكسور سهلة بالنسبة للأطفال لأنها تبنى على قاعدة بسيطة تتمثل فى ضرب البسطين وضرب المقامين. ولكن الأطفال يتعرضون لنسيان أى عملية درست لهم عن طريق القاعدة فقط. ولكن بإستخدام الرسوم التوضيحية يمكن للأطفال أن يفهموا إجراءات ضرب كسرين بطريقة ملموسة وعندئذ يمكنهم إكتشاف وبناء القاعدة أو الخوارزمية بأنفسهم. وحتى لو نسوا الخوارزمية فيمكنهم تذكر الإجراءات وتكون لديهم القدرة على إعادة بناء العملية الصحيحة.

ويمكن إستخدام هذا المدخل بإستخدام أنشطة الطى أو التظليل (أو التلوين) أولا.

وكما حدث فى الجمع نبدأ فى تقديم ضرب الكسور على مراحل وفى خطوات:

أ- ضرب كسر فى عدد كلى

خطوة ١: $\frac{١}{٤} \times ٣ = \frac{١}{٤} + \frac{١}{٤} + \frac{١}{٤} = \frac{٣}{٤}$



خطوة ٢ : $\frac{٢}{٣} \times ٤ = \frac{٢}{٣} + \frac{٢}{٣} + \frac{٢}{٣} + \frac{٢}{٣} = \frac{٨}{٣} = ٢\frac{٢}{٣}$

وتتطلب الأفكار فى الخطوتين ١، ٢ السابقتين أن يفهم الأطفال معنى الضرب فقط ويمكن إستخدام الجمع المتكرر فى المثالين المذكورين وفى المثال الثانى سوف يرى الأطفال بسرعة أنه يمكن التفكير فى العمل كما يلى $\frac{٢}{٣} \times ٤ = \frac{٢ \times ٤}{٣} = \frac{٨}{٣}$

ويجب إعطاء تدريبات وفيرة فى هذه المرحلة حتى يصل الأطفال إلى النتيجة التالية: "حاصل ضرب عدد فى كسر يساوى حاصل ضرب العدد فى بسط الكسر وإبقاء المقام كما هو".

ب- ضرب كسر فى كسر

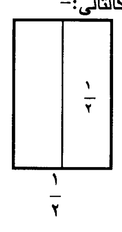
الخطوة الأولى

معنى $\frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣} \times \frac{١}{٢}$ ، $\frac{٢}{٣} \times \frac{٤}{٥}$,وهكذا

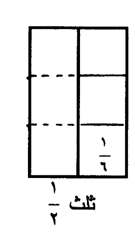
وتتطلب الخطوة الأولى فى المرحلة "ب" مزيدا من المناقشة وأحد نقط البداية هى : أن يسأل المعلم الأطفال أن ينسخوا ويكملوا مجموعة حواصل الضرب المبينة على اليسار

$$\frac{١}{٢} \times ٤ = (٢)$$
$$\frac{١}{٢} \times ٣ = \left(١\frac{١}{٢}\right)$$
$$\frac{١}{٢} \times ٢ = (١)$$
$$\frac{١}{٢} \times ١ = \left(\frac{١}{٢}\right)$$
$$\frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} = (؟)$$

سوف لا يجد الأطفال صعوبة فى الأربعة الأولى من حواصل الضرب ولكنهم قد لا يقدرون على إعطاء إجابة لـ $\frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢}$ ولمساعدتهم على إعطاء معنى لهذا الضرب ناقش معهم ما حدث فى كل مسألة من المسائل السابقة الأولى $\frac{١}{٢} \times ٤$ تمثل أربعة أنصاف والتالية تمثل ثلاثة أنصاف والتى تليها تمثل نصفين. كما أن $\frac{١}{٢} \times ١$ تمثل نصف واحد. وباستخدام هذا النمط نجد أن $\frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢}$ تمثل نصف نصف الواحد ويمكن تمثيل قيمة النصف لنصف الواحد بالرسم كما يلى



$\frac{١}{٢}$



نصف $\frac{١}{٢}$

$$\frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} = \frac{١}{٤}$$

وبنفس الطريقة يمكن التفكير فى $\frac{١}{٢} \times \frac{١}{٣}$ على أنها ثلث نصف الواحد ويمكن تمثيلها بشكل كالتالى:-

$\frac{١}{٢}$ $\frac{١}{٢}$

$\frac{١}{٦}$

ثلث $\frac{١}{٢}$

$$\frac{١}{٢} \times \frac{١}{٣} = \frac{١}{٦}$$

كما يمكن التفكير فى $\frac{١}{٢} \times \frac{٣}{٤}$ على انها ثلاثة أرباع لنصف واحد كما يلى:

$\frac{١}{٢} \times \frac{٣}{٤} = \frac{٣}{٨}$

$\frac{٣}{٦}$

$\frac{١}{٢}$

$\frac{١}{٤}$ النصف $\qquad$ $\frac{١}{٢}$

ويجب التعامل مع حواصل الضرب الأخـرى المختلفـة والتـى يكـون فيهـا بسـط الكسـر الأول ١ مثـل $\left(\frac{١}{٣} \times \frac{١}{٤} \text{ ، } \frac{١}{٣} \times \frac{٣}{٤} \text{ ، } \frac{١}{٥} \times \frac{٢}{٣} \text{ ، } \frac{١}{٤} \times \frac{٢}{٥} \right)$ بنفـس الطريقـة ومـن خلال هذه النتائج يجب أن يبدأ الأطفال فـى رؤيـة أن $\frac{١}{٢} \times \frac{١}{٤}$ (مثـلا) يمكـن إيجادهـا مـن $\frac{١ \times ٣}{٢ \times ٤}$

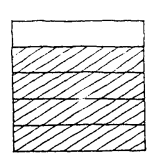
وهذه خطوة هامة ويجب توضيحها بعديد من الأمثلة.

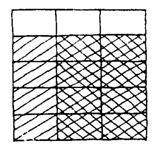
ويجب الآن مناقشة حواصل الضرب التى فيها بسـط الكسـر الأول يختلـف عـن الواحد بإستخدام $\frac{٢}{٣} \times \frac{٤}{٥}$ فيجب التفكير فى حاصل الضرب على أنه ثلثيـن لـ $\frac{٤}{٥}$ ويمكـن التوضيح بالرسم أيضا كما يلى

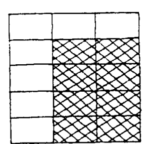
قسم المستطيل إلى أخماس .

قسم المستطيل إلى ثلاث

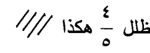
قسم هذا المستطيل إلى أجزاء صغيرة مقدارها ٣×٥ مستطيلا وظللنا منها ٤×٢



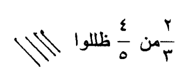




ظلل $\frac{٤}{٥}$ هكذا



$\frac{٢}{٣}$ من $\frac{٤}{٥}$ ظللوا



لهذا فإن $\frac{٢}{٣}$ لـ $\frac{٤}{٥} = \frac{٢ \times ٤}{٣ \times ٥} = \frac{٨}{١٥}$

الخطوة الثانية: كتابة $\frac{٤}{٩} \times \frac{٣}{٥}$ هكذا $\frac{٤ \times ٣}{٩ \times ٥}$

الخطوة الثالثة: فكرة التبسيط قبل إجراء الضرب فمثلا $\frac{٣}{٤} \times \frac{٨}{٩}$

$$\frac{\cancel{٣}^{١}}{\cancel{٤}_{١}} \times \frac{\cancel{٨}}{\cancel{٩}} = \frac{٢}{٣}$$

وسوف يجد الأطفال من أى مثال وليكن $\frac{٢}{٥} \times \frac{٣}{٤} = \frac{٢ \times ٣}{٥ \times ٤} = \frac{٦}{٢٠}$ أن الإجابة يمكن تبسيطها بقسمة البسط والمقام على ٢ لتعطى $\frac{١}{١٠}$ ويمكن أن يؤدى ذلك إلى مناقشة مفادها أن القسمة على ٢ يمكن إجراؤها فى أى مرحلة مبكرة.

وعلى سبيل المثال فى مرحلة $\frac{٢ \times ٣}{٥ \times ٤}$ يمكن قسمة الأعلى والأسفل على ٢ وبيانها هكذا $\frac{١}{٥} \times \frac{٣}{٤}$.

ويجب أن ندرك أن بيان العمل بهذه الطريقة صعب جدا على الأطفال ويوجد خطر حقيقى ألا وهو أنهم سوف لا يفهمون ماذا يفعلون. وسوف يستخدمون قاعدة من أى نوع ولهذا السبب يفضل تأخير هذا التبسيط المبكر إلى فترة لا حقة.

جـ- ضرب الأعداد الكسرية

الخطوة ١ : مثل $\frac{١}{٢} \times ١\frac{١}{٣}$

أولا : نحول العدد الكسرى إلى كسر

$$\frac{١}{٢} \times ١\frac{١}{٣} = \frac{١}{٢} \times \frac{٤}{٣}$$

ثانيا نبسط

$$\frac{١}{\cancel{٢}_{١}} \times \frac{\cancel{٤}^{٢}}{٣}$$

ثالثا نضرب

$$\frac{١}{\cancel{٢}_{١}} \times \frac{\cancel{٤}^{٢}}{٣}$$

$$= \frac{١}{١} \times \frac{٢}{٣} = \frac{٢}{٣}$$

الخطوة ٢ : $٣\frac{١}{٣} \times ٢\frac{١}{٤}$ مثلا

$$\frac{١٠}{٣} \times \frac{٩}{٤}$$

$$\frac{\cancel{١٠}^{٥}}{\cancel{٣}_{١}} \times \frac{\cancel{٩}^{٣}}{\cancel{٤}_{٢}}$$

$$\frac{٥}{١} \times \frac{٣}{٢} = \frac{١٥}{٢} \text{ أو } ٧\frac{١}{٢}$$

أى انه فى ضرب الأعداد الكسرية يجب أن يفهم الأطفال أن $٤\frac{٢}{٣}$ يمكن تحويلها إلى $\frac{١٤}{٣}$ ، $١\frac{١}{٢}$ يمكن تحويلها إلى $\frac{٣}{٢}$ ولا يؤدى ذلك إلى صعوبات حيث يمكن تحويل الضرب $٤\frac{٢}{٣} \times ١\frac{١}{٢}$ إلى $\frac{١٤}{٣} \times \frac{٣}{٢}$ ثم يجرى العمل كما هو مبين من قبل.

وقد يكون من المفيد مناقشة طـرق أخرى لإيجـاد الإجابـة مثـل $4\frac{2}{3} \times 1\frac{1}{2}$ حيـث يمكن التفكير فيها على أنها $\left(4\frac{2}{3} \times 1\right) + \left(4\frac{2}{3} \times \frac{1}{2}\right)$ ويمكن التفكـير فـى القـوس الثـانى على انه $\left(4 \times \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}\right)$ وفى هذه الطريقة

$$4\frac{2}{3} \times 1\frac{1}{2} = \left(4\frac{2}{3} \times 1\right) + 4 \times \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = 4\frac{2}{3} + 2 + \frac{1}{3} = 6 + \frac{3}{3} = 7$$

وقد يبدو المدخل من هذا النوع غير ضروريا ومعقدا ولكن إذا إستطاع الأطفـال تصنيف الضرب بهذا الإسلوب فحينئذ يشعر المعلمون بأن الأطفال فهمـوا الكسـور فهمـا جيدا.

قسمة الكسور

يعتمد فهم الأطفال لعملية قسـمة الكسور غالبـا علـى مـدى فهمهـم لفكـرة القسـمة ولغتها فهما صحيحا ولذلك يحتاج المعلـم، قبـل البدء فـى شـرح إجـراءات القسـمة، إلـى مناقشة معنى ٢١ ÷ ٣ على سبيل المثال. ويمكن أن يمثل هذا ما يلى:

كم عدد المجموعات التى عناصر كل منها ثلاثة أشياء والتى يمكـن إيجادهـا مـن مجموعة عناصرها ٢١ شيئا.

وبلغة بسيطة فإن ذلك يعنى كـم ثلاثـة تكون واحد وعشـرين ويجـب أن يتـدرب الأطفـال كثيرا علـى صياغـة المعنـى الـذى تعطيـه ١٨÷٢ ، ٢٤÷٦ ، ٣٠÷٥ وهكـذا بعبارات من عندهم.

وعندما تكون لدى الأطفال القدرة على عمل ذلك فحينئذ يمكنهم البدء فى التفكير حول قسمة الكسور.

وفيما يلى بعض المقترحات للمراحل والخطوات.

أ- القسمة على كسر بسطه ١

خطوة ١ مثلا $1 \div \frac{1}{2}$ ، $2 \div \frac{1}{4}$ ، $2 \div \frac{1}{3}$ ، $4 \div \frac{1}{3}$

خطوة ٢ مثلا $\frac{1}{2} \div \frac{1}{4}$ ، $\frac{3}{4} \div \frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{2} \div \frac{1}{3}$ ، $\frac{2}{3} \div \frac{1}{6}$

ب-القسمة على أى كسر

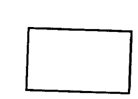
خطوة ١ : مثلا $2 \div \frac{1}{4}$ ، $2 \div \frac{2}{4}$ ، $2 \div \frac{3}{4}$ ، $3 \div \frac{2}{5}$ ، $3 \div \frac{3}{5}$ ، $3 \div \frac{4}{5}$

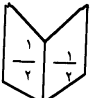
خطوة ٢ : مثلا $\frac{1}{2} \div \frac{1}{5}$ ، $\frac{1}{2} \div \frac{2}{5}$ ، $\frac{1}{2} \div \frac{3}{5}$ ، $\frac{1}{2} \div \frac{4}{5}$ ، $2\frac{3}{4} \div \frac{2}{3}$ ، $4\frac{1}{4} \div \frac{3}{5}$

جـ- القسمة على عدد كسرى

مثل $1\frac{1}{2} \div 1\frac{2}{3}$ ، $4\frac{1}{3} \div 1\frac{1}{3}$ ، $2\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{2}$ ، $3\frac{1}{4} \div 2\frac{1}{3}$

إذا فهم الأطفال على سبيل المثال أن ٣÷٢٧ يمكن أن تمثل (كم عددالثلاثات التى تكون سبعا وعشرين؟) فسوف لا يجـدون صعوبـة فـى إيجـاد معنـى للقسـمة المبينـة فـى خطوة ١ فى المرحلة السابقة فمثلا يمكن التفكـير فـى $1 \div \frac{1}{2}$ علـى أنهـا كـم نصفـا تكـون واحداصحيحا؟ سوف تكون لديهم القدرة على إعطاء الإجابة بسرعة وهى اثنـان ويمكـن للمعلم أن يعطى كل طفل ورقة على شكل مستطيل ويطلب من كل طفـل أن يقسـمه إلـى أنصاف من خلال الثنى والطى هكذا ويطلب منهم أن يقولوا عدد الأنصاف التى تكونـت لديهم.





وبنفس الطريقة يمكن التفكير فى $2 \div \frac{1}{3}$ على أنها كم ثلثا تكون إثنيـن صحيحيـن وبمعرفة أن ثلاثة أثلاث تكون واحدا يمكن للأطفال إعطـاء الإجابـة (ست) ومـن خـلال أمثلة كثيرة من هذا النوع يجب أن يبدأ الأطفـال فـى رؤيـة أنـه يمكنهـم إعطـاء الإجابـة لقسمة عددكلى على كسر أعلاه (بسطه) واحد وبسرعة وذلـك باسـتخدام الضـرب وهـذه خطـوة هامـة ويعتبر المثـالان الأولان فـى خطـوة ٢ مـن المرحلـة أ إمتـدادا طبيعيـا إذا إستخدمنا لغة صحيحة فمثلا يجب التفكير فى $\frac{1}{2} \div \frac{1}{4}$ كما يلى. كم ربعا تكون نصفا؟

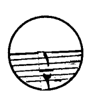
كما يجب مناقشة المثال الثالث $\frac{1}{2} \div \frac{1}{3}$ مناقشة كاملة.

وتوجد عدة طرق يمكن بها الحصول على إجابة للسؤال: ثلثا تكون نصفا؟ وهى:

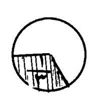
١- ثلاثة أثلاث تكون واحدا صحيحا ولهذا فإن $1\frac{1}{2}$ ثلثا تكون نصف الواحد.

٢- تغيير الكسرين ليكون المقام ست وتصبح القسمة الأن $\frac{3}{6} \div \frac{2}{6}$ ويمكن التفكير فيها كما يلى: كم عدد السدسين (الإثنين $\frac{1}{6}$) فى ثلاثـة أسـداس؟ الإجابـة هـى $1\frac{1}{2}$

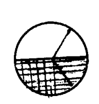
٣- رسم شكل مثل التالى:-



$\frac{١}{٢}$



$\frac{١}{٣}$



$\frac{١}{٢} \div \frac{١}{٣} = ١\frac{١}{٢}$

وعندما يتمكن الأطفال من القسمة على كسر أعلاه ١ فإنه يكون بإمكانهم مواصلة مناقشة القسمة مثل $٣ \div \frac{٣}{٤}$ ونقطة البداية هى معرفة النتيجة $٣ \div \frac{١}{٤} = ١٢$ ويمكن التعبير عنها بكلمات كما يلى:

يوجد اثنا عشر ربعا فى ثلاثة أعداد كلية. ونحتاج إلى إيجاد (كم ثلاثة أرباع تكون ثلاثة أعداد كلية ويمكننا عمل ذلك بقسمة ٣÷١٢. وقد يساعد الشكل الآتى فى فهم هذا المدخل

٣

١	١	١

$٣ \div \frac{١}{٤} = ٣ \times ٤ = ١٢$

١/٤	١/٤	١/٤	١/٤	١/٤	١/٤	١/٤	١/٤	١/٤	١/٤	١/٤	١/٤

$٣ \div \frac{٣}{٤} = ١٢ \div ٣ = ٤$

٣/٤	٣/٤	٣/٤	٣/٤

وعندما يحل الأطفال أمثلة عديدة من هذا النوع والتى فيها الإجابة عدد كلى فيكون من المفيد مناقشة بعض مسائل القسمة مثل :

$٤ \div \frac{١}{٥}$ ، $٤ \div \frac{١}{٥}$ ، $٤ \div \frac{١}{٥}$ ، $٤ \div \frac{٤}{٥}$

ويمكن توضيح ذلك بالأشكال التالية:-

١	١	١	١

١/٥	١/٥	١/٥	١/٥	١/٥	١/٥	١/٥	١/٥	١/٥	١/٥	١/٥	١/٥	١/٥	١/٥	١/٥	١/٥	١/٥	١/٥	١/٥	١/٥

٢/٥	٢/٥	٢/٥	٢/٥	٢/٥	٢/٥	٢/٥	٢/٥	٢/٥	٢/٥

٣/٥	٣/٥	٣/٥	٣/٥	٣/٥	٣/٥	

٤/٥	٤/٥	٤/٥	٤/٥	٤/٥

ومن الرسم   تظهر إجابة كل مسألة واضحة ماعدا $٤ \div \frac{٣}{٥}$ فبالنسبة لهذه القسمة لا يوجد عدد كلى لثلاثة أخماس أى أن الخمسين فى نهاية الشكل لا تكون ثلاثة أخماس كاملة بمعنى أنه يوجد خمسان فقط بدلا من ثلاثة ويكونان معا ثلثان لـ $\frac{٣}{٥}$ ولهذا فإن إجابة $٤ \div \frac{٣}{٥}$ هى $٦\frac{٢}{٣}$.

وحدة

وحدة

وحدة

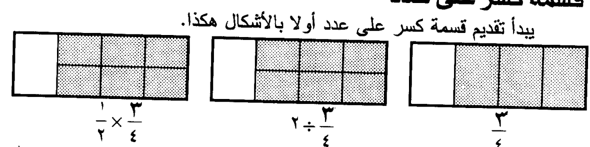
وحدة

ويوضح الشكل المقابل قسمة $٤ \div \frac{٣}{٥}$ حيث نجد أن خارج القسمة يساوى ٦أجزاء كاملة كل منها $\left(\frac{٣}{٥}\right)$ وجزء يساوى $\frac{٢}{٥}$ الوحدة ويمكن إستخدام الضرب هنا حيث $٤ \div \frac{٣}{٥} = ٤ \times \frac{٥}{٣} = \frac{٢٠}{٣}$ ويحتاج هذا النوع من الإجابة والذى يكون على صورة كسر إلى مزيد من المناقشة. ويجب أن يمارس الأطفال تدريبات كافية على التعامل مع مسائل قسمة مثل تلك التى تتعلق بالأخماس عاليه.

ومن خلال ممارسة هذه التدريبات يجب أن يرى الأطفال بالتدريج أنه يمكنهم كتابة أى مسألة على قسمة الكسور بسرعة. فمثلا إجابة $٨ \div \frac{٥}{٦}$ يمكن الحصول عليها بضرب ٨×٦ أولا ثم قسمة الناتج على ٥ ويمكن بيان ذلك هكذا $\frac{٨ \times ٦}{٥}$ أو $٨ \times \frac{٦}{٥}$ ويؤدى ذلك إلى قاعدة نسير عليها فى إجراء مثل هذا النوع من المسائل وهى "عند القسمة على كسر فاننا نعكس (نقلب) الكسر ثم نضرب بدلا من القسمة".

قسمة كسر على عدد

يبدأ تقديم قسمة كسر على عدد أولا بالأشكال هكذا.



ثم من خلال المناقشة يعرف الأطفال أن القسمة عملية عكسية للضرب ولحساب خارج قسمة كسر على عدد نضرب الكسر بمقلوب هذا العدد

قسمة كسر على كسر

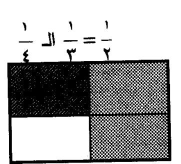
نبدأ أولا بالأشكال كما أوضحنا سـابقا فـى حالـة $\frac{١}{٢} \div \frac{١}{٣}$ ثم مـن خـلال المناقشـة يصـل الأطفال إلى القاعدة التاليـة: أنـه لحسـاب خـارج قسـمة كسـر علـى كسـر نضـرب الكسر الأول فى مقلوب الكسر الثانى ويجب أن يتدرب الأطفال على أمثلـة عديـدة علـى هذه القاعدة وتطبيقها كما يلى على سبيل المثال:

$$\frac{١}{٢} \div \frac{٢}{٣} = \frac{١}{٢} \times \frac{٣}{٢} = \frac{٣}{٤}$$

$$\frac{٣}{٨} \div \frac{٣}{٤} = \frac{٣}{٨} \times \frac{٤}{٣} = \frac{١}{٢}$$

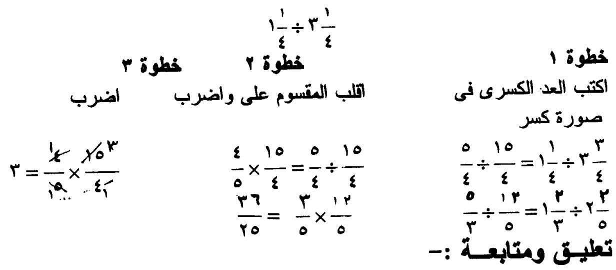
$$\frac{٣}{٥} \div \frac{١٢}{٢٥} = \frac{٣}{٥} \times \frac{٢٥}{١٢} = \frac{٥}{٤} \text{ أو } ١\frac{١}{٤}$$

$\frac{١}{٢} = \frac{١}{٣}$ الـ $\frac{١}{٤}$



قسمة عدد كسرى على عدد كسرى:

حينما يفهم الأطفال الأفكار السابقة فإن القسـمة علـى عـدد كسـرى تعتبر إمتدادا طبيعيا حيث يحول العدد الكسرى إلى صيغة كسرية ثم تجرى القسمة بنفس الطريقة كمـا سبق وفيما يلى بعض الأمثلة



$$٣\frac{١}{٤} \div ١\frac{١}{٤}$$

خطوة ١
اكتب العدد الكسرى فى صورة كسر

$$٣\frac{١}{٤} \div ١\frac{١}{٤} = \frac{١٥}{٤} \div \frac{٥}{٤}$$

$$٢\frac{٢}{٥} \div ١\frac{٢}{٣} = \frac{١٢}{٥} \div \frac{٥}{٣}$$

خطوة ٢
اقلب المقسوم على واضرب

$$\frac{١٥}{٤} \div \frac{٥}{٤} = \frac{١٥}{٤} \times \frac{٤}{٥}$$

$$\frac{١٢}{٥} \times \frac{٣}{٥} = \frac{٣٦}{٢٥}$$

خطوة ٣
اضرب

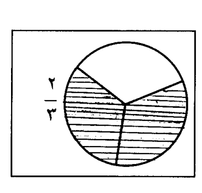
$$\frac{١٥}{٤} \times \frac{٤}{٥} = ٣$$

تعليـق ومتابعــة :-

الكسـور الإعتيادية مـن الموضوعـات الهامــة والصعبـة فـى منهـج الرياضيـات بالمرحلـة الإبتدائيـة وأثبتـت دراسـات كثيرة أن بعض طـلاب المرحلـة الثانويــة أيضـا تواجههم صعوبات فى عمليـات علـى الكسـور كمـا أثبتت دراسـات أيضـا أن نسـبة مـن المعلميـن لا يفهمـون العمليات علـى الكسـور ومـن هنـا يجب علينا بإعتبارنـا معلميـن

للرياضيات أن نولى هذا الموضوع أهمية خاصة فى تدريسنا ويجب أن نركز أولا فى تدريسنا على مساعدة الأطفال على فهم معنى الكسر ويذكر Thomas R. post وزملاؤه ( ) أن نمو فهم الأطفال للكسور يمر بثلاث مراحل.

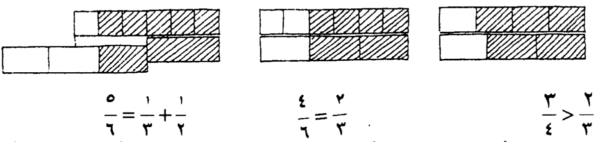
أولا : المرونة فى التفكير فى الترجمة المتناسقة بين صيغ الكسور حيث يحتاج الأطفال لاشتقاق معنى الكسر: معلومات حول كيفية تجسيد الكسور عن طريق الصور والأدوات وكيفية الترجمة إلى التمثيل الرمزى فمثلا فى الشكل المقابل يترجم التجسيد إلى رمز.



ثانيا: التفكير فى الترجمات بين صيغة واحدة من صيغ الكسور وتأتى هذه المرحلة بعد فهم الطفل لمعنى الكسر حيث تأتى بعد ذلك مرحلة فهم تكافؤ الكسور والمقارنة بينهما وفى المرحلة الثانية يتم أولا إيجاد التمثيل الرمزى للكسر وثانيا البحث عن تجسيد يمثل كسرا يكافىء الكسر المعطى فمثلا لحل الجملة المفتوحة $\frac{٤}{٦} = \frac{\square}{٣}$ يكون التفكير كما بالشكل التالى:

● ● ○ ● ● ○ → ● كرات ملونة
● ● ○ ● ● ○ → ○ كرات بيضاء

ويجب على المعلم أن ينوع من الأشكال والتجسيدات حتى ترسخ هذه المفاهيم (مفهوم الكسر-تكافؤ الكسور-المقارنة بينهما) فى أذهان الأطفال ويصبحوا على إستعداد لتقبل العمليات على الكسور وفيما يلى أحد التجسيدات الأخرى

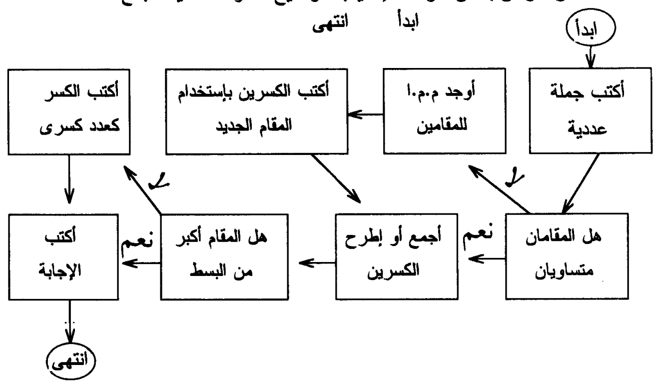


$\frac{٥}{٦} = \frac{١}{٣} + \frac{١}{٢}$ $\qquad$ $\frac{٤}{٦} = \frac{٢}{٣}$ $\qquad$ $\frac{٣}{٤} > \frac{٢}{٣}$

ويجب إعطاء تدريبات متنوعة بحيث تشمل تحديد الكسور المتكافئة وإعادة تسمية مسألة القسمة ككسر وإعادة تسمية (تحويل) الكسر إلى مسألة قسمة وإعادة تسمية العدد الكلى ككسر وإعادة تسمية الكسر الذى مقامه ١ كعدد كلى.

ثالثاً: عند التأكد من فهم الطفل لما سبق نبدأ فـى تقديم العمليات الأساسية علـى الكسور وهناك من يرى البدء بالضرب والقسـمة ويوجد رأى أخر وهـو البدء بـالجمع والطرح وهو ما أخذنا به بسبب تعود الطفل على الجمع أولا كما فى الأعداد الكلية.وفى جمع وطرح الكسور يجب أن نبدأ فى تقديمهما من خلال التجسيدات كالمناطق الهندسية وخط الأعداد والرسوم والصور وما إلى ذلك ويجـب أن يتدرب الأطفـال علـى ترجمـة جمع الكسور متحدة المقام إلى كلمات وصور ثم تبسيط حاصل الجمع إن كان ممكنا ثم يتدربوا على إيجاد المقام المشترك الأصغر لكسرين أو أكثر غير متحدى المقام ثم جمـع كسرين أو أكثر غير متحدى المقام بإستخدام قواعد جمـع الكسـور مختلفـة المقـام ومـن الممكن عرض بعض خرائط الإنسياب لتوضيح خطوات عملية الجمع هكذا.

ابدأ انتهى



وفى الطرح أيضا يجب أن نسير مثل الجمـع بالأشياء الملموسـة أولا ثـم شـبه الملموسة ثم المجردة ويجب أن يتدرب الأطفال كثيرا على طـرح الكسـور متحـدة المقـام والتحقق من صحة طرح الكسور باستخدام الجمع وترجمة طـرح الكسـور متحـدة المقـام إلى كلمات وصور وتبسيط باقى الطرح إذا كان ممكنا كما يجب أن يتدرب الأطفال على طرح كسور مختلفة المقام وعلى طرح عدد كلى من عدد كسرى وطرح كسر من عـدد كسرى وحل مسائل لفظية تتضمن كسورا وأعدادا كسرية.

وبالنسبة للضرب يجب أن نبدأ فى تقديمه بطرق ملموسة وشـبه ملموسـة ويجـب أن يعمل الطفل بنفسه فى تظليل المناطق الهندسية حتى يتضح مفهوم الضرب فـى ذهنـه أولا ثم بعد ذلك يتدرب على قاعدة ضرب الكسور ويجـب التدريـب علـى التخلـص مـن

العوامل المشتركة قبل ضرب الكسور وأن يضرب كسرا فى عدد كلى وعددا كسريا فى عدد كسرى.

وفى القسمة نبدأ أيضا من خلال المناطق الهندسية وخط الأعداد ثم الطرح المتكرر ثم يتدرب الأطفال على إيجاد مقلوب الكسر والعدد الكسرى والعدد الكلى قبل تقديم قاعدة القسمة.

ومن الضرورى تعويد الطفل على القسمة بطرق متعددة وفيما يلى ثلاثة طرق لإيجاد $\frac{١}{٤} \div \frac{١}{٣}$

الطريقة الأولى: وتسمى طريقة الكسر المركب

$$\frac{٣}{٤} \div \frac{١}{٣} = \frac{\frac{٣}{٤}}{\frac{١}{٣}} = \frac{\frac{٣}{٤} \times \frac{٣}{١}}{\frac{١}{٣} \times \frac{٣}{١}} = \frac{\frac{٣}{٤} \times \frac{٣}{١}}{١}$$

$$= \frac{٣}{٤} \times \frac{٣}{١} = \frac{٣ \times ٣}{٤ \times ١} = \frac{٩}{٤}$$

وهذه الطريقة تعتمد على فهم أن الكسر يناظر القسمة بمعنى أن $\frac{١}{٣}$ تعنى ٢ ÷ ٣

والطريقة الثانية: تسمى طريقة العامل الخالى وهى تربط بين القسمة والضرب

$\frac{٣}{٤} \div \frac{١}{٣} = \square$ تعنى $\frac{١}{٣} \times \square = \frac{٣}{٤}$ كيف نملأ الفراغ

$$\frac{١}{٣} \times \boxed{\frac{٣}{١} \times \frac{٣}{٤}} = \frac{١}{٤}$$

[وذلك لأن $\left(\frac{١}{٣} \times \frac{٣}{١}\right) \times \frac{٣}{٤} = \frac{٣}{٤} \times ١ = \frac{٣}{٤}$]

والطريقة الثالثة: وتسمى طريقة المقام المشترك

$$\frac{٣}{٤} \div \frac{١}{٣} = \frac{٩}{١٢} \div \frac{٤}{١٢}$$

والسؤال: كم عدد $\frac{٤}{١٢}$ فى $\frac{٩}{١٢}$ يكافىء كم عدد الأربعات فى ٩؟

والإجابة: هى ٩÷٤ أو $\frac{٩}{٤}$ وهذه الطريقة تؤكد معنى أن القسمة فى الكسور مثل القسمة فى الأعداد الكلية.

الكسور الإعتيادية فى منهج المرحلة الإبتدائية

يتضح من الجدول التالى مراحل تقديم الكسور فى كل صف من صفوف المراحل الإبتدائية. لاحظ أن معظم الكتب المدرسية تركز فى الصفوف من ١-٣ على تنمية معنى الكسر ورمزه بينما فى الصفوف من ٤-٦ يتعلم الأطفال العمليات على الكسور الإعتيادية: أولا الجمع والطرح وبعد ذلك الضرب والقسمة.

الصف الأول:

إنقرائية الكسور : التعرف على التماثل وعلى جزئين متطابقين نموذج مساحة (مع أجزاء متطابقة) والكلمات واحد ونصف، واحد ثلث، واحد ربع (بدون رموز).

الصف الثانى:

تقديم أسماء ورموز لـ $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٢}{٢}$ ، $\frac{٣}{٣}$ ، $\frac{٤}{٤}$
بإستخدام كلا من المناطق (نموذج المساحة) والمجموعات بدلالة التقسيم.

الصف الثالث:

القياس بالكسور: إستخدام المسطرة فى قياس الكسور- طى أشكال ورقية لبيان $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٨}$، الرموز $\frac{١}{٨}$ ، $\frac{١}{٩}$ وهكذا.

الصف الرابع: تقديم مفهوم ومصطلح تكافؤ الكسور بدلالة المساحة والمجموعات تقسيم مستطيل لبيان تكافؤ الكسر. إستخدام طريقة المقص (ضرب الطرفين بالوسطين) لتحديد تكافؤ الكسور- الكسور كأطوال على خط الأعداد- الأعداد الكلية ككسور - الأعداد الكسرية.
تقديم مبدئى لمبادىء جمع الكسور.

الصف الخامس: النسبة ومقياس الرسم مقدمة فى جمع وطرح الأعداد الكسرية- إستخدام خرائط الإنسياب فى الإجراءات- تنمية مهارة جمع وطرح الأعداد الكسرية تقديم رموز الأعداد العشرية والنظام المترى.

الصف السادس: مراجعة على جمع وطرح الأعداد الكسرية- إستخدام الخواص ضرب وقسمة الكسور الإعتيادية- جمع وطرح وضرب وقسمة الأعداد العشرية- العلاقة بين الكسور الإعتيادية والعشرية.

٣- الأخطاء الشائعة فى دراسة الكسور الإعتيادية.

أشارت نتائج العديد من الدراسات التى أجريت فى مجال الكسور الإعتيادية إلى أن كثيرا من أطفال المرحلة الإبتدائية يعانون من صعوبات كثيرة فى فهم أساسيات

وحقائق الكسور وكذلك فى إجراء العمليات الحسابية المتعلقة بها مما يسفر عن وقوعهم فى أخطاء مثل:-

١- عدم فهم معنى الكسر مثل $\frac{٥}{٢} = ٥\frac{١}{٢}$ ، $٤\frac{١}{٣} = \frac{٤}{٣}$.

٢- عدم القدرة على تمثيل الكسور الإعتيادية بأشكال هندسية.

٣- ترتيب الكسور حيث يرى نسبة كبيرة من الأطفال أن الكسر الإعتيادى ذا المقام الأكبر هو الأكبر قيمة فى حالة تساوى بسطى الكسرين مثال $\frac{٥}{٦} < \frac{٥}{١٢}$.

٤- جمع كلا من البسطين والمقامين فى مسائل الجمع مثل

$$\frac{٦}{٨} = \frac{٤}{٥} + \frac{٢}{٣} \quad ، \quad \frac{٢}{٥} = \frac{١}{٣} + \frac{١}{٢}$$

٥- طرح كل من البسطين والمقامين مثل $\frac{٢}{١٢} = \frac{١}{٣} - \frac{٣}{٤}$

٦- طرح كل من البسطين والمقامين مثل $\frac{١}{٤} = \frac{١}{٤} - \frac{١}{٨}$

٧- نسيان الأعداد الكلية عند جمع الأعداد الكسرية فمثلا عند جمع

٨- طرح أعداد كلية عندما توجد أعداد مختلطة

٩- أخطاء فى الضرب

$$\frac{٥}{٢} = \frac{٥}{٢} \times \frac{١}{٢} \quad ، \quad \frac{٨}{٣} = \frac{٤}{٣} \times \frac{٢}{٣}$$

$$١٢\frac{١}{٢} = ٣\frac{١}{٢} \times ٤ \quad ، \quad \frac{٨}{٣} = \frac{١}{٤} \times \frac{٢}{٣}$$

١٠- أخطاء فى القسمة

$$\frac{١}{٨} = \frac{١}{٤} \times \frac{١}{٢} = \frac{١}{٤} \div \frac{١}{٢} \quad ، \quad \frac{٦}{١٠} = \frac{٣}{٥} \times \frac{٣}{٢} = \frac{٣}{٥} \div \frac{٢}{٣} \quad ، \quad \frac{٣}{١٠} = \frac{١}{١٠} \div \frac{٩}{١٠}$$

٩-عدم القدرة على حل المسائل اللفظية على الكسور الإعتيادية.

ويمكن إرجاع الأسباب الكامنة وراء تلك الأخطاء إلى:

١-عدم فهم معنى الكسر.

٢- تقديم القواعد فى مرحلة مبكرة.

٣- إستخدام كلمات وعبارت قليلة المعنى بالنسبة للأطفال مثل احذف أو اهمل. أوجد المضاعف المشترك الأصغر.

٤- بعض المعلمين أنفسهم لا يفهمون العمليات على الكسور فهما كاملا حيث يقومون بتدريس القواعد بأسرع ما يمكن مثلما تعلموا هم أثناء فترة دراستهم.

معلومات إضافية

١- الكسور الإعتيادية المصرية

أوراق البردى هى أول شىء إستخدم فى الكتابة عليها وبطبيعة الحال فإن أول كتابة رياضية ظهرت على ورق البردى وهذه الأوراق تأتى من ساق نبات البردى وتجفف وتدق حتى تصير رفيعة تصلح للكتابة عليها مثل الورق.

وعلى إحدى أوراق البردى مخطوطة سميت أحمس أظهرت لنا وصفا أوليا لمفهوم الكسر عند قدماء المصريين.

وفيما يلى جزء من ورقة بردى مكتوب عليها:

وقد إستخدم المصريون القدماء كسور الوحدة وهى الكسور التى فيها البسط يساوى واحدا. ولكتابة كسر ما يوضع شكل بيضاوى صغير فوق سلسلة من الخطوط ويشير عدد الخطوط إلى المقام وفيما يلى بعض أمثلة هذه الكسور:

$\frac{١}{٢}$ ← $\frac{١}{٤}$ ← $\frac{١}{١٠}$ ← $\frac{١}{١٥}$ ←

والشكل الأول يمثل رمزا خاصا إستخدم للإشارة إلى الرمز $\frac{١}{٢}$

والشكل الثانى الذى على اليسار كل خط يمثل ١ وحيث أنه يوجد أربعة خطوط فإن الكسر هو $\frac{١}{٤}$ ويشير الشكل الثالث إلى $\frac{١}{١٠}$ والشكل الرابع $\frac{١}{١٥}$

٢- فضل العرب والمسلمين فى الكسور الإعتيادية

إن أقدم معرفة للكسور الإعتيادية بعد المصريين القدماء تنسب إلى ليلافاتى (Lilavati) الهندى (١١٥٠م) وقد كان ليلافاتى يكتب الكسور الإعتيادية جاعلا البسط فى الأعلى والمقام فى الأسفل ولا خط بينهما، فمثلا $\frac{٣}{١١}$ كانت تكتب $\begin{matrix}٣\\١١\end{matrix}$ أما العدد المكون من كسر وعدد كلى فكان العدد الكلى يكتب فوق الكسر.

فمثلا $\frac{٣}{٤}$ كانت تكتب $\begin{matrix}٨\\٣\\٤\end{matrix}$

ويعزى إدخال الخط الفاصل بين البسط (صورة) الكسر ومقامه (مخرجه) إلى علماء المسلمين.

ويقول الشيخ الشنشورى فى معرض شرحه للكسر:(٥)

يسمى العدد الأعظم المنسوب إليه إذا كان صحيحا مخرجا لأن الكسر يخرج منه ومقاما لأن كل كسر يقوم من مخرجه أى يؤخذ منه وعند المغاربة إماما لتقدمه فى أعمال الكسور ويسمى العدد الأصغر المنسوب بسطا وقد وقف علماء المسلمين على أسس عمليات الكسور الإعتيادية من جمع وطرح وضرب وقسمة حيث كانوا يبدأون بحساب المقام (المخرج) المشترك قبل إجراء العمليات الحسابية.

ويقول بهاء الدين العاملى (١٥٤٧-١٦٢٢) إذا ضربت مخارج الكسور التى فيها حرف العين بعضها فى بعض حصل المخرج المشترك للكسور التسعة وهو "ألفان وخمسمائة وعشرون" ويقال إنه سئل الإمام على كرم الله وجهه عن مخرج الكسور التسعة فقال للسائل "اضرب أيام سنتك فى أيام أسبوعك" ومن المعروف فى الكتابات العربية أن الكسور التسعة هى

$\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{١}{٦}$ ، $\frac{١}{٧}$ ، $\frac{١}{٨}$ ، $\frac{١}{٩}$ ، $\frac{١}{١٠}$

والمقامات التى تشمل على حرف العين هى أربعة، سبعة، تسعة، عشرة وحاصل ضربها هو $٤ \times ٧ \times ٩ \times ١٠ = ٢٥٢٠$

إختبر فهمك:

١- بين أن $\frac{٢}{٣}$ تكافىء $\frac{٤}{٦}$ بإستخدام الأشياء التالية

خط الأعداد - شرائح الكسور - الأشكال الهندسية

٢- كيف توضح للأطفال بإستخدام الأشياء الملموسة أن $\frac{١}{٣} < \frac{١}{٢}$

٣- اكتب موقفا حقيقيا يرتبط بكل من المسائل التالية ثم إرسم شكلا يوضح كيفية حلها

أ) $\frac{١}{٣} + \frac{٣}{٤}$ ب) $\frac{٣}{٤} - ٢\frac{١}{٢}$ جـ) $٣\frac{١}{٢} \times \frac{٢}{٣}$

د) $\frac{١}{٣} \div ٤$ هـ) $٣ \div ٤\frac{١}{٢}$

٤- هات من اهتاماتك مشكلات ومواقف حقيقية واقعية من الحياة توضح أن الجمع المتكرر يمكن تطبيقه على ضرب الكسور.

٥- إرسم خريطة مسار توضح إجراءات تبسيط الكسر الإعتيادى إلى أبسط صورة.

٦- بين كيف يمكن إستخدام الأشكال الهندسية وخط الأعداد فى توضيح ما يلى

أ) $\frac{٢}{٣} \times ٤$　　　ب) $\frac{٣}{٥} \times \frac{١}{٤}$　　　جـ) $\frac{٣}{٢} \times \frac{٢}{٣}$

د) $٦ \div \frac{٣}{٢}$　　　هـ) $\frac{١}{٤} \div \frac{٣}{٢}$

٧- اكتب قائمة بالخطوات المتبعة فى إختصار حاصل ضرب $\frac{١٢}{١٥} \times \frac{٦}{١٠}$.

٨- أوجد ناتج $\frac{١}{٤} \div \frac{٢}{٣}$ بثلاث طرق.

٩- كيف تشرح لأطفالك المسألة التالية:-

رتب الكسور التالية تصاعديا $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٣}{٨}$ ، $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٧}{١٢}$

١٠- أكمل المربع المقابل بحيث يكون المجمـوع فـى كـل صـف وكـل عمـود وكـل قطـر يساوى $٣\frac{١٥}{١٦}$

		$١\frac{١}{١٦}$
$١\frac{١}{٨}$	$١\frac{٧}{١٦}$	

١١- أكتب (+) أو (-) مكان □ لتجعل المتساوية صحيحة.

أ- $\frac{١}{٣} = \frac{٢}{٩} \square \frac{٥}{٩} \square \frac{٦}{٩}$

ب- $١\frac{١}{٦} = \frac{٢}{٣} \square \frac{١}{٥} \square \frac{٣}{١٠}$

جـ- $٦\frac{٣}{١٤} = ٢\frac{٦}{٧} \square ٢\frac{٥}{١٤} \square ٥\frac{٥}{٧}$

الفصـــــل الثامـــــن
الكســـور العشـــرية

مقدمــــة :

- تقديم الكسور العشرية .

- ربط الكسور العشرية بالقيمة المكانية .

- تكافؤ الأعداد العشرية .

- مقارنة وترتيب الأعداد العشرية .

العمليات على الكسور العشرية.

- الأخطاء الشائعة فى الكسور العشرية.

- الكسور العشرية القديمة .

من المتوقع بعد قراءة هذا الفصل ودراسته أن يصبح الدارس قادرا على أن : -

١- يوضح استخدام وسيلتين على الأقل تساعدان فى تقديم أنشطة للتعامل مع معنى الكسور العشرية .

٢- يكتب صورتين مختلفتين لتمثيل الكسور العشرية .

٣- يصف مواقف من الحياة اليومية تتضمن الجمع والطرح باستخدام الكسور العشرية ويوضح الوسائل التعليمية التى يمكن أن تستخدم مع الأطفال لتنمية فهمهم لهذا النوع من الجمع والطرح .

٤- يعد مسائل لفظية على الضرب مثل ٤×٠,٣ = ١,٢ ، ٠,٥ × ١٠ = ٥ ، ٠,٢٠ × ٠,٤= ٠,٠٨ ويستخدم وسائل تعليمية مناسبة تساعد على فهم معنى كل جملة .

٥- يشرح إجراءين يمكن أن يستخدما فى تحديد عدد الخانات التى على يمين خانة الآحاد فى حاصل ضرب يتضمن كسورا عشرية .

٦- يعين بعض الأنشطة التى يمكن أن يقوم بها الأطفال ليفهموا قسمة الكسور العشرية.

٧- يشرح طريقتين لتحديد أين توضع العلامة العشرية فى خارج قسمة الكسور العشرية.

٨- يساعد الأطفال على الربط بين الكسور الإعتيادية والعشرية.

٩- يعرف الأخطاء التى يشيع الوقوع فيها من قبل أطفال المرحلة الإبتدائية فى الكسور العشرية والعمليات عليها ويستخدم بعض الأساليب لتقليل الوقوع فى مثل تلك الأخطاء

من المتوقع بعد أن يكمل الطفل الأنشطة الموصوفة فى هذا الفصل أن يصبح قادراً على أن : -

١- يحدد الأجزاء الثلاثة للعدد العشرى .

٢- يحدد إسم القيمة المكانية الصحيح لرقم معطى فى عدد عشرى .

٣- يكتب القيمة الصحيحة لخانة معينة فى عدد عشرى .

٤- يكتب العدد العشرى بصورة صحيحة .

٥- يقارن بين عددين عشريين باستخدام الرمز > ، < ، =

٦- يرتب أعدادا عشرية تصاعديا أو تنازلياً .

٧- يقرب العدد العشرى حسب مايطلب منه .

٨- يعيد تسمية العدد الكلى كعدد عشرى مكافئ .

٩- يعيد تسمية الكسر العشرى كعدد كلى إذا كان جزء الكسر العشرى صفرا .

١٠- يعيد تسمية الكسر العشرى ككسر حقيقى مكافئ له .

١١- يعيد تسمية الكسر الإعتيادى ذى المقام ١٠ ، ١٠٠ ، ١٠٠٠ ، ٠٠٠ ككسر عشرى مكافئ .

١٢- يعيد تسمية العدد العشرى كعدد كسرى أو كسر غير حقيقى عندما يكون الجزء الكلى ليس صفراً .

١٣- يحدد عدد الخانات على يمين العلامة العشرية فى العدد العشرى .

١٤- يعيد تسمية العدد العشرى إلى عدد عشرى مكافئ يحتوى على خانات عشرية أكبر من العدد العشرى الأصلى .

١٥- يجمع عددين عشريين أو أكثر .

١٦- يجمع أعداد عشرية مع أعداد كلية .

١٧- يطرح الأعداد العشرية والأعداد الكلية .

١٨- يحل مسائل لفظية تتضمن أعداد عشرية يجب جمعها أو طرحها .

مقدمـــــة :

الكسور العشرية من الموضوعات الهامة فى رياضيات المرحلة الإبتدائية وسوف تزداد الحاجة إلى معرفة الكسور العشرية كلما زاد استخدام الآلات الحاسبة والنظام المترى. ومن المحتمل أن تقدم الكسور العشرية فى المرحلة الإبتدائية فى وقت مبكر وأن يخصص لها وقت أكبر فى المستقبل إن شاء الله مما هو موجود عليه الآن .

وسوف تستمر الكسور كأداة هامة لوصف كثير من مواقف العالم الحقيقى ولهذا سوف يستمر تعليمها فى المدارس الإبتدائية فغالبا ما نسمع فى المجال التجارى أن منتجا معينا يوصى به ثلاثة متخصصين من بين ٤ قاموا بمعاينته وفحصه. وهذا لا يعنى أن الذين فحصوه كانوا ٤ فقط، فربما عاينه ٢٠ فأوصى به ١٥ منهم . وتوجد عدة طرق لصياغة هذه الحالة عدديا :

فربما أو حتى بالمنتج $\frac{٣}{٤}$ من المتخصص و $\frac{١٥}{٢٠}$ منهم أو $\frac{٧٥}{١٠٠}$ أو ٧٥ , أو ٧٥٪ منهم.

وهذا المثال يشير إلى أنه ليس فقط الكسور الإعتيادية هى التى يشيع إستخدامها ولكن الموقف المعطى يمكن وصفه أيضا بالكسور العشرية والنسبة المئوية .

والكسور العشرية أحد ثلاث طرق لتمثيل الأعداد الكسرية ويجب أن ترتبط دراستها بما قد درس فى الكسور الإعتيادية وفى نظام العد العشرى ، كما أن نماذج الكسور العشرية يجب أن تشبه تلك التى استخدمت فى الكسور الإعتيادية حتى يمكن الربط بينهما.

وفى كثير من الأحيان يمكن لأطفال الصفوف الوسطى من المرحلة الإبتدائية أن يتعلموا الكسور الإعتيادية والعشرية معا فى وقت واحد وباستخدام نفس النماذج . وهذا المدخل له فائدتان هما :

الأولى : يتعلم الأطفال أن كلا من الكسور الإعتيادية والعشرية تمثيل للأعداد الكسرية بدلا من النظر إليهما على إنهما غير مرتبطين كما هو الغالب فى حالة دراستهما دراسة منفصلة .

والثانية : التوفير فى الوقت حيث أن معظم المواد التعليميـة الملموسـة وشبه الملموسـة يمكن استخدامها فى آن واحد لتنمية فهم كلا النوعين من الكسور.

ويجب أن يكـون واضحـاً للأطفـال آن العلامـة العشـرية هـى امتـداد لنظـام العـد العشرى (أحاد ، عشرات، مئات ...) وتستخدم العلامة العشرية لتوضيح أن العدد الكلى انتهى وبدأت الكسور.

تقديم الكسور العشرية :

الأعشــار Tenths

أنشطة

يحتـاج الأطفـال إلـى أن تكـون لديهـم القـدرة علـى القيــاس باســتخدام الســنتيمتر والملليمتر قبل البدء فى هذه الأنشطة وعليك ـ كمعلم ـ التأكد من أنهم يستطيعون ذلك.

١ ـ خطوط القياس .

فى هذا النشاط يطلب المعلم من الأطفال قياس الخط الأول

١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨

فيجدونه ٧ سم ، ٤مـم . الـ ٤ مـم عبـارة عـن $\frac{٤}{١٠}$ مـن السـنتيمتر ولهـذا فـإن الطول يمكن كتابته كما يلى ٧سم + $\frac{٤}{١٠}$ سم أو هكذا ٧,٤ سم ثـم تقـدم فكـرة كتابـة هـذا الطول هكذا ٧,٤سم ويسجل الأطفال الطول بثلاثة صور هكذا

٧سم ، ٤مم $٧\frac{٤}{١٠}$ سم   ٧,٤ سم

ثم يقيس الأطفال خطوطا أخرى بنفس الأسلوب ويسجلون كل قياس بثـلاث صـور كمـا سبق .

ويجب أن تكون بعض هذه الخطوط أقل من ١ سم حتى يمكن تقديم الصفر فـى خانة الآحاد . (فمثلا ٠سم ، ٨مم تظهر هكذا ٠,٨ سم .)

٢-باستخدام خط الأعداد :

يمكن للمعلم أن يستخدم خطوط أعداد لتنمية فهم الأطفال للكسور العشرية . وعلى المعلم أن يبدأ بخط أعداد مقسم إلى قطع مستقيمة تمثل وحدات . ثم يستخدم خطا أخر يقسم كل وحدة إلى عشر قطع مستقيمة متطابقة . ويجب على الأطفال أن يسموا كل نقطة على الخط بصيغتين مثلا : $٢\frac{٣}{١٠}$ ، ٢,٣

٠,٠ ٠,١ ٠,٢ ٠,٣ ٠,٤ ٠,٥ ٠,٦ ٠,٧ ٠,٨ ٠,٩ ١,٠ ١,١ ١,٢ ١,٣ ١,٤ ١,٥ ١,٦ ١,٧ ١,٨ ١,٩ ٢,١ ٢,٢ ٢,٣ ٢,٤ ٢,٤ ٢,٥ ٢,٦ ٢,٧ ٢,٨ ٢,٩ ٣,٠

ثم يعطى الأطفال أو ضاعا متعددة لنقاط أخرى بنفس الأسلوب على أن تكون بعض هذه النقاط بين علامتى ٠ ، ١ على الخط حتى يمكن تسجيل النتائج التى مثل $\frac{٩}{١٠}$ ، ٠,٩

ويجب تشجيع الأطفال خلال هذه الأنشطة على النظر إلى الكسور العشرية التى يسجلونها وبعد ذلك يكتبونها أن أمكن بصيغ أخرى مثل

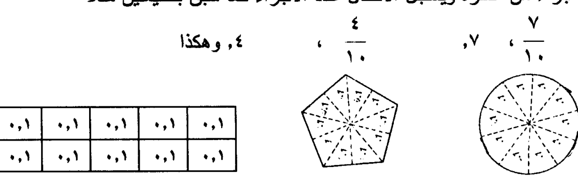
$٣\frac{٥}{١٠}$	$٣\frac{١}{٢}$	٣,٥
$٢\frac{٦}{١٠}$	$٢\frac{٣}{٥}$	٢,٦

حيث يؤكد هذا النوع من التسجيل على الصيغ المتنوعة التى يمكن كتابة الكسر بها .

٣ - باستخدام أشكال هندسية

يمكن للمعلم أن يستخدم بعض الأشكال الهندسية مثل الدائرة والمخمس والمستطيل وما إلى ذلك حيث يقسم كل شكل إلى عشرة أجزاء متطابقة حيث يلاحظ الأطفال أن الأجزاء تمثل أجزاء من عشرة ويسجل الأطفال عدد الأجزاء كما سبق بصيغتين مثلا

$\frac{٧}{١٠}$ ، ,٧ $\frac{٤}{١٠}$ ، ,٤ وهكذا



٠,١	٠,١	٠,١	٠,١	٠,١
٠,١	٠,١	٠,١	٠,١	٠,١

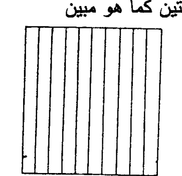
٤ ـ باستخدام شرائح الكسور

يمكن أيضا استخدام شرائح الكسور بحيث يستخدم المعلم أولا شريط وحدة ثم شريط مقسم إلى عشرة أجزاء متطابقة وسوف يلاحظ الأطفال أن كل جزء يمثل جزءا من عشرة .

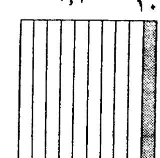
١									
٠,١	,١	٠,١	٠,١	٠,١	٠,١	٠,١	٠,١	٠,١	٠,١

٥ ـ باستخدام مربعات ورقية

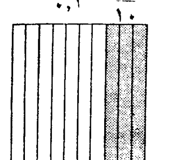
يوزع المعلم على كل طفل قطعا ورقية على شكل مربع ويناقش معهم أن كل قطعة تمثل وحدة أو كلا ويطلب المعلم من كل طفل أن يقسم كل ورقة إلى عشرة أجزاء ويناقش معهم أن كل جزء يمثل $\frac{١}{١٠}$ من المربع ثم يلون (أو يظلل) الأطفال ويكتبون تحته $\frac{١}{١٠}$ وأيضا ٠,١ ثم يلون الأطفال أجزاء متنوعة من المربع ويكتبون الكسر بصيغتين كما هو مبين



$\frac{١}{١٠}$ ٠,١



$\frac{٣}{١٠}$ ٠,٣



ويلون الأطفال باستخدام مربع جديد كل الكسور الأخرى الممكنة .

ربط الكسور العشرية بالقيمة المكانية :

١ ـ ربط العلامة العشرية (للأعشار) بالقيمة المكانية :

يعرف الأطفال الأعمدة الرأسية بالنسبة للأعداد الكلية هكذا وتقرأ الأعمدة من اليسار إلى اليمين

مئات	عشرات	أحاد
م	ع	ح
١٠٠	١٠	١

أى ١٠٠، ١٠ ، ١ ويمكن تمثيلها بالصورة المختصرة للأعمدة الرأسية هكذا

م ع ح

١٠٠ ١٠ ١

حيث نلاحظ أن كل عدد جزء من عشرة من العدد الذى على يساره ويحتاج ذلك إلىعناية شديدة.

ولهذا إذا تحركنا إلـى اليمين فيكون العمود الرأسى التالى هو جزء من عشرة من ١ وهو $\frac{١}{١٠}$ كما هو موضح

م	ع	ح	جزء من عشرة
١٠٠	١٠	١	$\frac{١}{١٠}$

ويجب أن تعطى الأطفال تدريبات بوفرة على قراءة الأعداد تحت هذه الأعمدة الرأسية . وفى المثال المبين يجب أن يقرأ الأطفال العدد الأول هكذا ٢ مائة ، خمس عشرات ، ٨ آحاد وثلاثة من عشرة

م	ع	ح	جزء من عشرة
١٠٠	١٠	١	$\frac{١}{١٠}$
٢	٥	٨	٣
٧	٩	٤	٥
	٢	٣	٩
	٤	٠	٦

ويمكن عند هذه المرحلة مناقشة السبب فى استخدام العلامة العشرية مناقشة تامة.

وإذا استخدمنا الأعمدة فلا داعى للعلامة العشرية . وفى حالة عدم استخدام الأعمدة الرأسية يجب أن تكون هناك طريقة لفصل الأعداد الكلية عن الكسور حيث يكون من الخطأ كتابة العدد الأول هكذا ٣ ٨ ٥ ٢ أى أن استخدام العلامة العشرية هو أسلوب بسيط للغاية لبيان نهاية الأعداد الكلية وبداية الكسور .

ويجب أن يقرأ الأطفال الآن كل الأعداد المبينة عاليه باستخدام لغة النظام العشرى مثلا : مائتان وثمانية وخمسون علامة عشرية ثلاثة .

أجزاء المائة Hundredths

يجب أن ينمو فهم الأطفال للعلامة العشرية لأجزاء المائة من خلال إمتداد الأنشطة التى استخدمت فى تقديم الأعشار أنشطة .

١ ـ باستخدام شبكة تربيعية مقسمة إلى مائة مربع صغير كالمبينة على اليسار .

أ ـ يوجد الأطفال أولا عدد المربعات فى الشبكة (١٠٠) ثم يلونون أو يظللون مربعا واحدا ثم يكتبون أسفل الشبكة مقدار الكسر من الشبكة الذى لون $\left(\frac{١}{١٠٠}\right)$ ثم يلون الأطفال أو يظللون عمودا واحدا من المربعات ثم يحسب عدد المربعات التى لونت (١٠) ثم يكتب الأطفال كسر الشبكة الذى لون أسفلها وتناقش الأساليب المتنوعة التى يمكن بها عمل هذا الجزء فمثلاً :

أولاً: التفكير فى ١٠ مربعات صغيرة (كل منها $\frac{١}{١٠٠}$ من الشبكة التربيعية) وعندئذ يكون الكسر $\frac{١}{١٠٠}$

ثانياً : بالعد يجد الأطفال أنه يوجد ١٠ أعمدة معا ولهذا فإن كل عمود يعتبر $\frac{١}{١٠}$ من الشبكة التربيعية.

ثالثاً : إذا كتب الكسر $\frac{١}{١٠}$ على الصورة ٠,١ فإن ذلك يعنى أن ٠,١ من الشبكة قد لون.

ويجب أن يفهم الأطفال من هذا النشاط أن كل مربع صغير هو $\frac{١}{١٠٠}$ من الشبكة التربيعية وكل عمود هو $\frac{١}{١٠}$ أو ٠,١ منها .

ب – يلـون أو (يظلـل) الأطفـال الآن ١٧ مربعــا صـغيرا كمـا هـو مبيـن ثـم يطلـب منهـم تعييـن الكسر الذى لون بصيغ مختلفة ويجب أن تكـون لديهـم القدرة علـى توضيـح هـذا الكسـر هكـذا $\frac{١٧}{١٠٠}$ وأيضا هكذا $\frac{٧}{١٠٠}+\frac{١}{١٠}$ وقد

يكتب بعض الأطفال الصيغة الأخيرة هكذا $\frac{٧}{١٠٠}+\frac{١٠}{١٠٠}$. ويجب مناقشة الصيـغ الثلاث للتأكد من فهم جميع الأطفال لها . كما يجب إجراء عديد من الأمثلة من هذا النوع بواسطة الأطفال (فمثلاً تلوين ٤٨ مربعاً صغيراً يؤدى إلى

$$\frac{٤٨}{١٠٠} ، \frac{٨}{١٠٠}+\frac{٤}{١٠} ، \frac{٨}{١٠٠}+\frac{٤٠}{١٠٠}$$

٢ - ربط الأجزاء من مائة بالقيمة المكانية :

يجب الآن مناقشة استخدام القمية المكانية لبيان كل من الكسور التـى سـجلت فـى نشاط ١ حيث يبين الأطفال فى ب نشاط ١ الكمية الملونة بثلاث صيغ

$$\frac{١٧}{١٠٠} ، \frac{١٠}{١٠٠}+\frac{٧}{١٠٠} ، \frac{٧}{١٠٠}+\frac{١}{١٠} .$$

إنهم يستطيعون التعبير عن $\frac{١}{١٠}$ ككسر عشرى ولكن لايوجد لديهـم عمـود ليبينـوا $\frac{١٧}{١٠٠}$ وعلى ذلك فإن تقديم عمود جديد خـاص بـالأجزاء مـن مائـة **hundredth** يحتـاج إلى المناقشة.

ويرى الأطفال من الشبكة التربيعية المنويـة أن $\frac{١}{١٠٠}$ عبارة عن جزء واحـد مـن عشـرة من ١٠ لهذا يمكن توسيع نمط الأعمدة السابق ليشمل الأجزاء من مائة كما هو مبين

جزء من مائة	جزء من عشرة	أ	ع	م
$\frac{١}{١٠٠}$	$\frac{١}{١٠}$	١	١٠	١٠٠
٧	١			

ويجب أن يسجل الأطفال هذا الكسر هكذا ٠,١٧ ويقرأونه كما يلى:

صفر علامة عشرية واحد سبعة

ملاحظة :-

بالنسبة للعمل الأخير يجب أن يمارس الأطفال تدريبات على كتابة ذلك الكسر فى صيغ متنوعة هكذا

$$\frac{١٧}{١٠٠} \qquad \frac{١٠}{١٠٠} + \frac{٧}{١٠٠} \qquad \frac{١}{١٠} + \frac{٧}{١٠٠} \qquad ٠,١٧$$

وغالبا ما يهمل الربط بين ٠,١٧ ، $\frac{١٧}{١٠٠}$ وقد يسبب ذلك صعوبات (وخاصة عند تحويل الكسور العشرية إلى نسب منوية) ويجب أن يواصل الأطفال كتابة كل الكسور التى فى نشاط فى صيغتها العشرية وبكلمات وبصيغ متنوعة باستخدام الأجزاء من عشرة والأجزاء من مائة .

٣ - إستخدام الأجزاء من عشرة والأجزاء من مائة مع الأعداد الكلية :

يجب أن يتدرب الأطفال على قراءة وكتابة الأعداد المبينة على اليسار بصيغها المتعددة. يمكن بيان العدد الأول مثلا بصيغ مختلفة هكذا :

جزء من مائة	جزء من عشرة	أ	ع	م
$\frac{١}{١٠٠}$	$\frac{١}{١٠}$	١	١٠	١٠٠
٩	٤	٧	٢	
٧	٣	٤	٥	
٣	٦	٠	٢	
٤	٠	٢	٥	
٩	٠	٠	٨	
٣	٢	٣	٢	

٢ عشرات ٧ آحاد ٤ أجزاء من عشرة ٩ أجزاء من مائة

$$٢٠ + ٧ + \frac{٤}{١٠} + \frac{٦}{١٠٠}$$

$$٢٧ + \frac{٤}{١٠} + \frac{٦}{١٠٠}$$

$$٢٧ + ٠,٤ + ٠,٠٩$$

$$٢٧,٤٩$$

ويجب أن يقرأ العدد ويكتب هكذا سبع وعشرون علامة أربعة تسعة ويمكن أن يفيد الربط بين الرموز المستخدمة فى النقود فى المناقشة فى هذه المرحلة . فمثلا : يمكن التفكير فى ٢٧,٤٩ هكذا : ٢٧ جنيها ورقيا ، ٤٩ قرشا عمله .

٢٧ جنيها ورقيا ، ٤ قطع من العمله فئة ١٠ قروش ، ٩ قطع عمله فئة قرش واحد ٢ ورقة مالية فئة ١٠ جنيهات ، ٧ ورقات فئة جنيه ٤ قطع عمله فئة ١٠قروش ، ٩ قطع عمله فئة قرش .

وكما تعلم الأطفال نشر الأعداد الكلية باستخدام المفكوك العشرى يجب عليهم أن يتعلموا أيضا استخدام المفهوم مع الكسور العشرية حيث يجب أن يتدربوا أولاً على حل مسائل تكملة مثل

٢,٣٦ = ــــــ آحاد ــــــ أعشار ــــــ أجزاء من مائة

٠,٤٦ = ــــــ آحاد ــــــ أعشار ــــــ أجزاء من مائة

وبعد ذلك على مسائل مثل

٤,٦٨ = ٤ + (ــــ × ٠,١) + (ــــ × ٠,٠١)

٢,٤٣ = ٢ + (٤ × ــــ) + (٣ × ــــ)

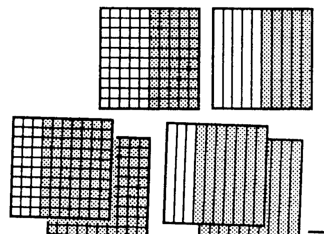
ويجب ملاحظة أنه عندما يفهم الأطفال استخدام العلامة العشرية فى الأعشار وأجزاء المائة فهما كاملا فإنه من الممكن مواصلة تقديم أجزاء الألف ومافوق ذلك بسهولة وممن الممكن أن يعرض المعلم على الأطفال لوحة موضحا عليها القيمة المكانية للأعداد العشرية من الملايين حتى أجزاء المليون) هكذا.

جزء الكسور العشرية						جزء الأعداد الكلية						
أجزاء من المليون	أجزاء من مائة ألف	أجزاء من عشرة الألف	أجزاء الألف	أجزاء المائة	أجزاء العشرة	آحاد	عشرات	مئات	آلاف	عشرة الآلاف	مئات الآلاف	ملايين
$(\frac{١}{١٠})^{٦}$	$(\frac{١}{١٠})^{٥}$	$(\frac{١}{١٠})^{٤}$	$(\frac{١}{١٠})^{٣}$	$(\frac{١}{١٠})^{٢}$	$(\frac{١}{١٠})^{١}$	١ ,	$(١٠)^{١}$	$(١٠)^{٢}$	$(١٠)^{٣}$	$(١٠)^{٤}$	$(١٠)^{٥}$	$(١٠)^{٦}$

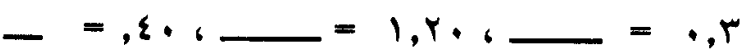
٠٠٠٠ ,٠٠١ ,٠١ ٠,١ ١٠ ١٠٠ ١٠٠٠ ٠٠٠٠

حيث تساعدهم هذه اللوحة على قراءة وكتابة الأعداد العشرية ويمكن استخدام هذه اللوحة كنشاط حيث تترك بعض الأعمدة فاغة ويطلب من الأطفال ملء الفراغات.

تكافؤ الأعداد العشرية:



يعرض المعلم بعض الأشكال الهندسية مثل المبينة على اليسار على الأطفال ويناقش معهم أن كلا الشكلين له نفس الكمية ومن ثم نسميهما متكافئان ثم يتدرب الأطفال كثيرا على تحديد الأعداد العشرية المتكافئة مثل



٠,٣ = ــــ ، ١,٢٠ = ــــ ، ,٤٠ = ــــ

مقارنة وترتيب الأعداد العشرية

يعرض المعلم على الأطفال بعض الأعداد العشرية ويطلب منهم تحديد الأكبر.
فعلى سبيل المثال لكى نقارن بين ٢,٨٨ ، ٢,٨٤ يوضح المعلم الأجراءات كما يلى : -
١ - يعرض المعلم تمثيلا للعددين بالأشكال الهندسية ثم يقول نجرى المقارنة كما يلى :

نقارن الأعداد الكلية	نقارن أجزاء العشرة	نقارن أجزاء المائة
↓	↓	↓
٢	٨	٤
٢	٨	٨
٢ = ٢	٨ = ٨	٤ < ٨

ولهذا فان ٢,٨٨ > ٢,٨٤

وبعد المناقشة يصل الأطفال إلى قاعدة مقارنة الكسور أو الأعداد العشرية وهى مقارنة الأعداد الكلية أولا ثم الأعشار ثم أجزاء المائة ثم أجزاء الألف وهكذا ثم يتدرب الأطفال كثيراً على استخدام العلامات > ، < ، = وتستخدم نفس الإجراءات أيضا فى ترتيب الأعداد العشرية.

العمليات على الكسور العشرية

العمليات على الكسور العشرية أقل تعقيدا من العمليات على الكسور الإعتيادية . والطرق المستخدمة هى امتداد لتلك الطرق التى استخدمت مع الأعداد الكلية .

ولكى يفهم الأطفال هذا الإمتداد ولكى تكون لديهم القدرة علــى استخدامها فيجب عليهم أن : -

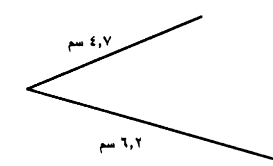
أ - يفهموا القيمة المكانية وامتدادها للكسور العشرية .
ب - يفهموا العلامة العشرية .
جـ - يتمكنوا من التعامل مع العمليات على الأعداد الكلية .
د - يعرفوا حقائق الجمع والطرح والضرب والقسمة .

والضعف فى أى صورة من صــور التعامل مع العدد سوف يسبب نقصا فى النجاح فى استخدام العمليات على الكسور العشرية .

١ - الجمع والطرح :

يمكن أن تكون أنشطة القياس مقدمة جيدة لتقديم جمع وطرح الكسور العشرية . وفيما يلى مثالان توضيحيان :

أ ـ يرسم خطان كما هو مبين فى الشكل المقابل ويقاس طول كل منهما بالسنتيمترات والمليمترات . ويوضح القياس على الرسم



ثم توجه أسئلة مثل :

١ ـ مامقدار الطول الكلى للخطين معا ؟

٢ ـماالفرق بين طول كل من الخطين ؟

ويجب مناقشة صيغ متنوعة لايجاد الطول الكلى وتسجل كما يلى :-

سم	مم	سم مم
٤,٧	٤ ٧	٤ ٧
٦,٢+	٦ ٢ +	٦ ٢+
١٠,٩	١٠ ٩	١٠ ٩

ويجب أن يفهم الأطفال كل صيغة من الصيغ السابقة كما يجب أن تكون لديهم القدرة على التحرك بسهولة من صيغة إلى أخرى وفى هذا المثال يكون عدم الحمل للأجزاء من عشرة ضروريا ولكن يجب تزويد الأطفال بعد ذلك بأمثلة يتحقق فيها الحمل مثل :

سم	مم	سم مم
٥,٨	٥ ٨	٥ ٨
٧,٦+	٧ ٦ +	٧ ٤+
١٣,٤	١٣ ٤	١٢ ٤

كما تحتاج الطرق المتنوعة لإيجاد الفرق بين طولى الخطين إلى مناقشة كاملة (مثل أجمع على ـ اطرح) بصيغ وعندما يستخدم الطرح فيجب توضيح العمل بصيغ متنوعة كما فى الجمع هكذا

سم	مم	سم مم
٦,٢	٢ ٦ +	٦ ٢
٤,٧ −	٤ ٧ −	٤ ٧ −
١ ,٥	١ ٥	١ ٥

ب ـ تستخدم مواقف واقعية مألوفة لدى الأطفال مثل : ركب أحمد دراجته يوم السبت فقطع مسافة ٠,٢٨ كم وفى يوم الأحد قطع مسافة ٠,٤٩ كم فما المسافة التى قطعها فى اليومين ؟

ويمكن توضيح الجمع باستخدام قطع دينيز للأساس ١٠ أو الشبكة التربيعية ذى المائة مربعا حيث يقوم الأطفال بتظليل أو تلوين المربعات هكذا .

٠,٢٨ + ٠,٤٩ = ٠,٧٧

جـ ـ تستخدم ساعة إيقاف stop - watch لقياس الزمن الذى يأخذه طفلان فى جرى مسافة معلومة. ويسجل الوقتان بالثوانى والأجزاء من عشرة من الثانية ثم يستخدمان فى الجمع والطرح كما فى حالة طولى قطعتين مستقيمتين .

أجزاء من عشرة من الثانية	ثوانى		أجزاء من عشرة من الثانية		ثوانى
٤	٢١		٢١٤		٢١,٤
٨ −	١٩		١٩٨ −		١٩,٨ −
٦	١		١٦		١,٦

وعندما يفهم الأطفال الجمع والطرح باستخدام الأجزاء من عشرة والأجزاء من مائة من الثانية فيجب استخدام عديد من الأنشطة بقدر الإمكان تتضمن النقود وقد يبدو من الضرورى أن نناقش الطريقة التى تستخدم فيها العلامة العشرية فى النقود بتفصيل أكبر .

فمثلا قد يفكر كثير من الأطفال فى ٢,٤٥ جنيها على أنها تعنى جنيهين ٤٥ قرشا . وقد لايفكر الطفل فيها على أنها ورقتان بنكنوت قيمة كل ورقة جنيها ، ٤ قطع عمله فئة ١٠ قروش وخمس قطع فئة واحد قرش (أو قطعة واحدة فئة خمس قروش) كما أنهم سوف يحتاجون أيضا إلى فهم أن قيمة قطعة معدنية فئة ١٠ قروش هى جزء من عشرة من القطعة الورقية فئة جنيه

٢ - الضرب والقسمة :

لكى يفهم الأطفال ضرب وقسمة الكسور العشرية ويجروا الحسابات عليها بكفاءة فيجب أن تكون لديهم القدرة على الضرب فى والقسمة على ١٠ ، ١٠٠ ، ١٠٠٠ ، ٠٠٠ . وبدون هذه المقدرة فسوف يجدون صعوبة كبيرة فى فهم مايقومون به من عمل.

ويجب أن يكون الأطفال ، من خلال تعاملهم مع الأعداد الكلية ، مستعدين لمعرفة أنه عند ضرب عدد كلى فى ١٠ تظهر نفس الأرقام فى الإجابة ولكن تحرك كل رقم خانة واحدة إلى اليسار ويوضع صفر فى عمود الآحاد الفارغ .

والنسبة للقسمة على ١٠ نحتاج إلى توضيح أن الحركة تحدث فى الإتجاه العكسى، بمعنى أنه عند قمسة عدد على ١٠ فإن نفس الأرقام تظهر فى الجواب ولكن كل رقم يتحرك خانة واحدة على اليمين .

كما نحتاج إلى التركيز على نفس النتائج عند الضرب فى ١٠٠ ، ١٠٠٠ والقسمة عليهما والآن دعنا ننظر إلى عمليتى الضرب والقسمة بشئ من التفصيل.\

الضرب

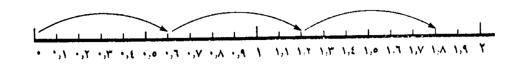
فيما يلى تصور مقترح لتقديم الضرب على مراحل وفى خطوات من خلال أمثلة .

مرحلة أ) ضرب عدد عشرى بعدد كلى

خطوة ١) أمثلة :

٠,٦ × ٣	٢,٤ × ٧	١٤,٤ × ٥	٣٠٨,٢ × ٨
٠,١٦ × ٣	٢,٤٩ × ٧	١٤,٤٢ × ٥	٣٠٨,٢٤ × ٨

وعند مناقشة ٣ × ٠,٦ مثلا يجب أن نبدأ بأشياء ملموسة مثل شرائح الكسور أو أشياء شبه ملموسة كخط الأعداد أو أوراق المربعات هكذا.



٢) ولتوضيح ٤×٠,٢ مثلا نأخذ شريط ورقى ونقسمه الى أربعة أقسام كل قسم منها متر واحد كما فى (أ) ثم نقسم الشريط كله (٤م) الى عشرة أجزاء كما فى (ب) ثم نأخذ ٠,٢ من ٤ متر كما هو مبين فى (جـ) حيث ظلل ٠,٨ من المتر .

(أ)

(ب)

ثم يقوم المعلم بتوضيح الإجراءات الحسابية فى تسجيل ٣×٠,٤ هكذا

١- نكتبها فى الصورة الرأسية

٢- نضرب كما نضرب فى حالة الأعداد الكلية ٣ × ٤ =١٢

٣- نضع العلامة العشرية فى حاصل الضرب

٠,٤	٠,٤	٠,٤ ← رقم عشرى واحد (١)	
× ٣	× ٣	× ٣ ← صفر (لا يوجد رقم عشرى)	
	١٢	١,٢ ← (١ + ٠) رقم عشرى	

أما فى حالة ٧ × ٢,٤ فيجب المناقشة والتسجيل بطريقيتن حيث فى الطريقة الأولى نستخدم القيمة المكانية والأعمدة الرأسية بينما فى الطريقة الثانية نستخدم القيمة المكانية بدون الأعمدة الرأسية ويمكن التفكير فى ٧ × ٢,٤ على أنه أربعة أجزاء من عشرة مضروبة فى ٧ وهذا يعطى ٢٨ جزءا من عشرة أى ٢ كلى (صحيح) ، ٨ أجزاء من العشرة ويكتب هكذا ٢,٨.

أجزاء العشرة	آحاد	عشرات	
٤	٢		
٧			
	٤	١	(٧ × ٢)
٨	٢		(٧ × ٠,٤)
٨	٦	١	(٧ × ٢,٤)

٢,٤	
× ٧	
١٤	(٧×٢)
٢,٨	(٧×٠,٤)
١٦,٨	(٧×٢,٤)

وعندما يجرى الأطفال أمثلة كثيرة من هذا النوع ويفهمون الطريقة المستخدمة فيمكنهم أن يواصلوا دراسة أمثلة مثل : ٧ × ٢,٤٩ ويجب أيضا أن تسجل الإجراءات بطريقيتن هكذا :

أجزاء المائة	أجزاء العشرة	آحاد	عشرات	
٩	٤	٢		
× ٧				
		٤	١	(٧ × ٢)
	٨	٢		(٧×٠,٤)
٣	٦			(٧ × ٠,٠٩)
٣	٤	٧	١	(٧ × ٢,٤٩)

٢,٤٩	
٧	
١٤	(٧×٢)
٢,٨	(٧×٠,٤)
	(٧ × ٠,٠٩)
٠,٦٣	
١٧ , ٤٣	(٧×٢,٤٩)

الخطوة الجديدة فى هذا المثال هى ٧ × ٠,٠٩

وبالتفكير فى ٠,٠٩ على أنها ٩ أجزاء من مائة فيكـون حـاصل الضـرب هـو ٦٣ جزءا من مائة وهذا يمكن تحويلـه إلـى ٦٠ جزء مـن المائـة ، ٣ أجـزاء مـن المائـة ثـم تحول الـ ٦٠ جزء إلى ٦ أجزاء من العشرة ولهذا فإن ٧ × ٠,٠٩ = ٠,٦٣

ويجب مناقشة عديد من الأمثلة من هذا النـوع ، وفـى كـل مثـال يجـب أن تركـز على ضرورة تسجيله بدقة ووضع كل رقم فى مكانه الصحيح .

ويمكن بطبيعة الحال إيجاد ناتج ٧ × ٢,٤٩ بـالترتيب المبيـن أسـفل ويفيدنـا هـذا الترتيب عندما نسجل العمل فى صـورة مختصـرة كمـا أن التدريـب علـى هـذه الصـورة المختصرة أمر ضرورى فى هذه المرحلة .

٢,٤٩	
× ٧	
,٦٣	(٧ × ,٠٩)
٢ , ٨	(٧ × ,٤)
١٤	(٧ × ٢)
١٧, ٤٣	(٧ × ٢,٤٩)

٢,٤٩
× ٧
١٧,٤٣

خطوة ٢: الضرب فى ١٠

مثلا ٢,٦ × ١٠   ٦٥,٧ × ١٠   ٠,٨ × ١٠   ٦٧٤,١ × ١٠

٢,٦٤ × ١٠   ٦٥,٧٨ × ١٠   ٠,٨٤ × ١٠   ٦٧٤,١٧ × ١٠

يمكن تقديم الضرب فى ١٠ من خلال مناقشة المثاليين التاليين بالتفصيل وفى كل مثال يسجل العمل كما هو فى حالة الضرب فى عدد كلى مكون من رقم واحد

٣,٧	
× ١٠	
٣٠	(٣ × ١٠)
٧	(,٧ × ١٠)
٣٧	(٣,٧ × ١٠)

٣,٧٤	
× ١٠	
٣٠	(٣ × ١٠)
٧	(,٧ × ١٠)
,٤	(,٠٤ × ١٠)
٣٧ , ٤	(٣.٧٤ × ١٠)

ويمكن إيجاد ناتج ٧ , × ١٠ بالتفكير فى ٧ , على أنها سبعة أجزاء من العشرة بضربهم فى ١٠ ينتج ٧٠ جزءا من عشرة وهى عبارة عن ٧ أعداد كلية (٧ فى الآحاد) يمكـــن بيانهـــا هكـــذا أيضـــا $\frac{٧}{١٠} \times ١٠ = \frac{٧٠}{١٠} = ٧$ وبنفـــس الطريقـــة $,٠٤ \times ١٠ = \frac{٤}{١٠٠} \times ١٠ = \frac{٤٠}{١٠٠} = \frac{٤}{١٠} = ٠,٤$ ويجب أن يرى الأطفال ، بعد عديد من الأمثلة الشبيهة بتلك أنه "عند ضرب عدد عشرى فى ١٠ فإن نفس الأرقام تظهر فى

الإجابة ولكن تحرك كل رقم خانة واحدة إلى اليسار" وهى نفس القاعدة التى استخدمت مع الأعداء الكلية.

خطوة ٣) الضرب فى عدد مكون من رقمين مثلا

١٤ × ٣,٤ ، ٢٤ × ٤,٢ ، ٣٥ × ,٦ ، ٦٢ × ٤٣١,٢

١٤ × ٣,٤٦ ، ٢٤ × ٤,٢٧ ، ٣٥ × ,٦٩ ، ٦٢ × ٤٣١,٢٨

وفى هذه الخطوة نناقش الضرب فى عدد مكون من رقمين يقع بين ١٠ ، ٢٠ وفيما يلى مثالان . ومنهما نرى أنه من الضرورى أن يقدر الأطفال على

٣ , ٤		٣,٤٦	
١٤ ×		١٤ ×	
٣٤	(١٠× ٣,٤)	٤٣,٦	(١٠ ×٣,٤٦)
١ ٣ ,٦	(٤× ٣,٤)	١٣,٨٤	(١٠ ×٣,٤٦)
٤ ٧ ,٦	(١٤ ×٣,٤)	٤٨,٤٤	(١٤ ×٣,٤٦)

أ ـ الضرب فى ١٠

ب ـ الضرب فى عدد مكون من رقم واحد وتسجيل الإجراءات بالصورة المختصرة.

وقبل الإستمرار فى الضرب فى أعداد أخرى مكونه من رقمين نحتاج إلى إعادة النظر مرة ثانية فى الضرب فى ٢٠ ، ٣٠ ، ٤٠ ، ... وهكذا .

وقد تعامل الأطفال مع هذا الضرب قبل ذلك بأعداد كلية ولكنهم قد يحتاجون إلى تذكر واسترجاع مايلى :

عند الضرب فى ٢٠ على سبيل المثال يمكننا إما أن نضرب فى ٢ ثم نضرب الناتج فى ١٠ أو نضرب فى ١٠ ثم نضرب الناتج فى ٢ ويجب مناقشة أمثلة مثل ٩,٤ × ٢٠ ، ٣,٧ × ٣٠ ، ٣,٢٦ × ٤٠ ، ٢٦,٥٨ × ٦٠ وهكذا ثم تعرض الإجراءات

والآن يمكن تقديم حاصل الضرب كالتالىوعندما يفهم الأطفال ذلك فيجب عليهم حل أمثلة مثل تلك المبينه فى خطوة ٣

٤ , ٧	
٢٣ ×	
٩٤	(٢٠ × ٤,٧)
١٤ , ١	(٣ × ٤,٧)
١٠٨ , ١	(٢٣ × ٤,٧)

المرحلة ب) ضرب عددين عشريين (١)

مثلا ٠,٧ × ٠,٣ ، ٢,٤ × ٣,٦ ، ١٢,٦ × ,٧

ونقتصر فى هذه المرحلة على ضرب عددين عشريين يتكون كل منهما من

خانة واحدة بعد العلامة العشرية ومن الممكن استخدام أوراق المربعات لتوضيح حاصل ضرب ٠,٧ × ٠,٣ كما هو مبين حيث يتضح أن المنطقة الملظلة هكذا هي حاصل الضرب تمثل ٠,٢١

ويمكن تسجيل الإجراءات كما يلى ٠,٧ × ٠,٣ = ٧/١٠ × ٣/١٠ = ٢١/١٠٠ = ٠,٢١

كما يمكن استخدام الصورة الرأسية هكذا

٠,٧
٠,٣ ×
―――――
٠,٢١

ويجب التركيز على أنه فى ٠,٧ توجد العلامة العشرية بعد رقم واحد وأيضا فى ٠,٣ توجد العلامة بعد رقم واحد ولكن فى حاصل الضرب توجد العلامة بعد رقمين أى بعد حاصل جمع عدد الخانات التى بعد العلامة فى العددين المضروبين

ثم يتدرب الأطفال على حل مسائل من هذا النوع مثل ٢,٤ × ٣,٦ ، ١٢,٥ × ٣,٧ ، ٢٥,٣ × ١٦,٨.

المرحلة حـ) ضرب عددين عشريين (٢)

وهذه المرحلة امتداد للمرحلتين أ ، ب وفيها يتدرب الأطفال على إجراء مسائل ضوب أعداد عشرية تحتوى على أجزاء من عشرة وأجزاء من مائة ثم أعداد عشرية تحتوى على أجزاء من مائة وأجزاء من ألف وأجزاء أيضا من عشرة مثل

٢,٦٣ × ٣,٧ ، ١,٧٩٢ × ٥,٦ ، ٤,٦٧ × ٣,٢٥ ، ١,٣٥٢ × ٢,٠٤

وفى هذه المرحلة يجب التأكد من فهم الأطفال للمرحلة السابقة ويناقش معهم مثال مثل ٣,٧ × ٢,٦٣ وتسجل الإجراءات كما يلى : ـ

٣,٧ × ٢,٦٣ = ٣ ٧/١٠ × ٢ ٦٣/١٠٠

= ٣٧/١٠ × ٢٦٣/١٠٠

= ٣٧×٢٣٦/١٠٠٠ = ٩٧٣١/١٠٠٠

= ٩,٧٣١

٢ ٦ ٣
× ٧ ٣
―――――
١ ٨ ٤ ١
٧ ٨ ٩
―――――
٩ ٧ ٣ ١

وقد يحتاج تحويل ٧٣١ إلى الصورة العشرية إلى مناقشة. وإحدى الصيغ هى كتابة الكسر هكذا $\frac{٧٠٠}{١٠٠٠} + \frac{٣٠}{١٠٠٠} + \frac{١}{١٠٠٠}$ وهذه الكسور يمكن تحويلها إلى $\frac{٧}{١٠} + \frac{٣}{١٠٠} + \frac{١}{١٠٠٠}$ أى أن ٧ , + ٠٣ , + ٠٠١ , ولهذا فإن $\frac{٧٣١}{١٠٠٠}$ = ٠,٧٣١

وسوف يرى كثير من الأطفال أن هذا التحويل امتداد للتحويل $\frac{٢١}{١٠٠}$ إلى ٠,٢١ الذى سبق ذكره.

وبالنسبة للضرب (٣,٧ × ٢,٦٣) نوجد إجابة ٦٧ × ٢٦٣ أولا ثم نقسم الناتج بعد ذلك على ألف. ويجب مناقشة السبب فى القسمة على ١٠٠٠ فى هذا المثال بدلا من القسمة على ١٠٠ كما فى المرحلة (ب) . فنقسم على ١٠٠٠ لأن فى ٣,٧ أجزاء من عشرة ولهذا توجد ١٠ فى مقام الكسر وفى ٢,٦٣ أجزاء من مائة وأجزاء من عشرة ولهذا توجد ١٠٠ فى مقام الكسر ولهذا نجد ١٠×١٠٠ = ١٠٠٠ فى مقام الكسر كما هو موضح. وعندما يجرى الأطفال أمثلة أخرى على شاكلة ٢,٥٩ × ٢,٤٨ فسوف يبدأون فى ملاحظة أنهم إذا حسبوا عدد الخانات التى على يمين العلامة العشرية فى العددين المضروبين ثم جمعوها فإن الناتج يعطى عدد الخانات على يمين العلامة العشرية فى حاصل الضرب ويؤدى ذلك إلى طريقة سريعة لإجراء الضرب الذى يتضمن كسورا عشرية فعلى سبيل المثال : فإن الطريقة السريعة لضرب ٥٦,٨ × ٣٤,٩٦ هى :-

أ - ضرب ٥٨٦ × ٣٤٩٦ (١٩٨٥٧٢٨)

ب - عد عدد الخانات بعد العلامة العشرية فى كل من العددين المضروبين وجمع النتيجتين (١+٢ = ٣)

جـ - وضع العلامة العشرية فى حاصل الضرب بعد ٣ خانات يمين العلامة العشرية وعلى ذلك يكون الجواب هو ١٩٨٥,٧٢٨ وعلى ذلك فيجب التركيز على اشتقاق أو استنتاج قاعدة للعمل من خلال خبرات الأطفال وتفكيرهم بدلا من إعطاء الأطفال القاعدة ويطلب منهم استخدامها بدون فهم . كما يجب التركيز أيضا على أنه قبل أن يبدأ الأطفال فى إيجاد إجابة لعددين مضروبين يظهر فيها كسور عشرية ، عليهم أن ينظروا إلى العددين ويكتشفوا إجابة تقريبية وبسرعة فمثلا

$$٤ = ٢ \times ٢ \approx ٢,١ \times ١,٩$$

$$١,٦ = \frac{١٦}{١٠} = \frac{٢}{١٠} \times ٨ \approx ,٢ \times ٨,٤$$

$$٨ = ١ \times ٨ \approx ,٩ \times ٧,٨٥$$

$$٧٨ = ٧٨,٣ = \frac{٧٨٣}{١٠} = \frac{٩}{١٠} \times ٨٧ = ,٩ \times ٨٧ \approx ,٨٩ \times ٨٦,٧٦$$

وعندئذ يقدر الأطفال على التحقق من أن إجاباتهم المحسوبة معقولة وسوف يساعد ذلك على تجنب الأخطاء الناشئة من وضع العلامة العشرية فى وضع خاطئ .

ملاحظة:-

فى حالة كون خانات حاصل الضرب أقل من مجموع خانات الكسور فى الأعداد المضروبة نضع صفرا أو أكثر على يسار حاصل الضرب لنكمل العدد المطلوب من الخانات الكسرية ثم نضع العلامة العشرية.

مثال ٠,٧٥ × ٠,٠٦

نقرب أولا فيصبح ١ × ٠,٠٦ = ٠,٠٦ ثم نضرب هكذا

(١)	(٢)	(٣)
٠,٧٥ ٠٦, ——— ٤٥٠	ثم نحسب عدد الخانات الكسرية فى المعاملين المضروبين ٠,٧٥ ← ٢ ٠٦, ← ٢ ——— ٤٥٠	نضع صفرا فى حاصل الضرب لوضع العلامة العشرية ٠,٧٥ × ٠,٠٦ ——— ٠,٠٤٥٠ ← (٤) خانات يمين العلامة

القسمـــــة

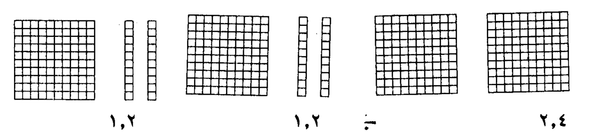
سنتناول تقديم قسمة الكسور العشرية على مراحل وخطوات أيضا كما يلى :

المرحلة أ) قسمة عدد عشرى على عدد كلى

٢,٤ ÷ ٢ ، ٦,٢٤ ÷ ٤ ، ٦٨,٤ ÷ ٢٤

٥٧٧,٧٦ ÷ ٢٣ ، ٥٦٥,٥٦٨ ÷ ١١٢

ونبدأ هذه المرحلة بشرح ٢,٤ ÷ ٢ باستخدام قطع دينيز للأساس عشرة هكذا



ثم تسجل الإجراءات الحسابية هكذا

٢,٤ ÷ ٢ تكتب أولا هكذا ٢(٢.٤ ثم تجرى القسمة كما فى حالة الأعداد الكلية هكذا

العلامة العشرية

بعد رقم واحد

$$\begin{array}{l} 1,2 \\ 2\overline{)2,4} \\ -2 \leftarrow (2 \times 1) \\ 0,4 \\ 4, \leftarrow (2 \times ,2) \\ 0, \end{array}$$

ثم يتم التحقق بضرب خارج القسمة فى المقسوم عليه ٢ × ١,٢ = ٢,٤

خطوة ٢ إضافة أصفار إلى المقسوم

مثلا ٣,٠٤ ÷ ٤ ، ١,١٦ ÷ ٥ ، ٧,٩ ÷ ٨ (١)

$$\begin{array}{l} 0.85 \\ 4\overline{)3,4} \\ -3\ 2 \leftarrow (4\times,8) \\ 2 \end{array}$$

وفى هذه الخطوة يبدأ المعلم بموقف واقعى من الحياة مثل :

قطع على مسافة ٣,٤ كم فى أربع ساعات فكم كيلو مترا

قطعها فى الساعة الواحدة ؟ (٢)

$$\begin{array}{l} 0,8\ 5 \\ \overline{)3\ 4\ 0} \\ 3\ 2 \leftarrow (8\times4,) \\ 2\ 0 \\ 2\ 0 \leftarrow (4\times,05) \\ 0\ 0 \end{array}$$

ويوضح المعلم أننا نجرى القسمة حتى نحصل على خارج القسمة يتضمن أجزاء من عشرة فإن وجد باقى نستمر لنحصل على خارج قسمة به أجزاء من مائة وذلك بإضافة صفرا على يمين العلامة العشرية فإن انتهت القسمة أى لم يوجد باقى انتهت المسألة وإلا نستمر حتى أجزاء الألف ومافوقه

المرحلة ب) قسمة عدد عشرى على قوى العشرة

خطوة ١)

القسمة على ١٠ ومضاعفاتها (١٠٠ ، ١٠٠٠ ، وهكذا) مهمة جدا فى التعامل مع الكسور العشرية .

ويمكن تقديم القسمة على ١٠ باستخدام ٨٣ ÷ ١٠ مثلا وتسجيل الإجراءات بطريقتين هكذا

٨,٣
١٠)٨٣
٨٠
٣٠
١٠
٠٠

١٠ ÷ ٨٣

= $\frac{١}{١٠}$ × ٨٣

= $\frac{٨٣}{١٠}$

= ٨,٣

ويجب على الأطفال أن يحلوا مسائل وأمثلة كثيرة من هذا النوع بأنفسهم مثل (٩٤÷ ١٠، ٧٥ ÷ ١٠ ، ١٣٢ ÷ ١٠ وهكذا) ويمكن مناقشة مثال وليكن ٣٦,٨ ÷ ١٠ بعد ذلك

٣,٦٨
١٠)٣٦,٨
٣٠
٦٨
٦٠
٨٠
٨٠
٠٠

ومن هذا المثال وأمثلة أخرى كثيرة من نفس النوع يبدأ الأطفال فى رؤية الآتى:"عند قسمة عدد على عشرة تظهر نفس الأرقام فى الإجابة (خارج القسمة) ولكن كل رقم تحرك خانة واحدة إلى اليمين فمثلا:

٣٢,٨ ÷ ١٠ = ٣,٢٨

٣,٢٨ ÷ ١٠ = ٠,٣٢٨

٠,٣٢٨ ÷ ١٠ = ٠,٠٣٢٨

وقد يبدو من المفيد فى هذه المرحلة أن يتذكر الأطفال ما سبق إكتشافه أثناء الضرب فى ١٠.

خطوة ٢) القسمة على ١٠٠

إجراءات القسمة على ١٠٠ إمتداد للقسمة على ١٠ فمثلا لقسمة ٢,٥ ÷ ١٠٠ تسجل الإجراءات كما يلى :-

```
      ٠,٠٢٥
١٠٠)٢,٥٠٠
      ٢٠٠ -
       ٥٠٠
       ٥٠٠
      -----
        ٠٠
```

ومن هذا المثال وأمثلة أخرى يستطيع الأطفال الوصول إلى القاعدة التالية : عند قسمة عدد عشرى على ١٠٠ نكتب نفس أرقام المقسوم فى الإجابة ثم نحرك العلامة خانتين إلى اليسار" ثم يتدرب الأطفال كثيرا على إستخدام تلك القاعدة.

خطوة ٣) القسمة على ١٠٠ وما فوق

وهى نفس إجراءات القسمة على ١٠٠ ويمكن من خلال عديد من الأمثلة أن يصل الأطفال إلى قاعدة القسمة على قوى العشرة والتى تتمثل فى: غند قسمة عدد عشرى على قوة العشرة نكتب جميع أرقام العدد العشرى فى الإجابة كما هى ثم نحرك العلامة على اليسار بعدد قوى العشرة الموجودة.

المرحلة جـ) قسمة عدد عشرى على عدد عشرى

نحن كمعلمين نعرف أننا نتعامل مع القسمة التى على شاكلة ١,٨٢ ÷ ١,٣ بضرب كل من ١,٨٢، ١,٣ فى ١٠ وهذا يحول القسمة إلى ١٨,٢ ÷ ١٣ ونضطر الآن للقسمة على ١٣ ويمكننا عمل ذلك ونحتاج إلى أن نفكر، بعناية شديدة، فى كيفية تقديم هذه الفكرة للأطفال بطريقة أفضل.

وأحد طرق إجراء ذلك هو كتابة مجموعة مسائل قسمة كما يلى:

٦ ÷ ٢   ١٢ ÷ ٤   ٢٤ ÷ ٨   ٤٨ ÷ ١٦   ٩٦ ÷ ٣٢

فيجد الأطفال أن ناتج القسمة فى كل الأمثلة السابقة هو ٣ ثم ينظرون إلى الأعداد التى تشتمل عليها مسائل القسمة ثم يقولون ماذا يلاحظون.

سوف يقول معظم الأطفال بسرعة أنه إذا ذهبنا من كل مسألة قسمة إلى القسمة التالية لها من اليسار وجدنا أن المقسوم والمقسوم عليه تضاعفا (أى ضربا فى ٢). وسوف يرى بعض الأطفال أيضا أن العددين فى المثال الثالث (٢٤ ÷ ٨) يمكن الحصول عليها بضرب كلا العددين فى المثال الأول فى ٤ (٦ ÷ ٢) كما يلاحظ آخرون

الضـرب فـى ٨ (٤٨ ÷ ١٦) والضـرب فـى ١٦ (٩٦ ÷ ٣٢) ثـم تنـاقش مجموعـات أخرى من مسائل القسمة والتى لها نفس الناتج بنفس الطريقـة وتكتب الآن مسألة قسمة مثل ١٠ ÷ ٢ على السبورة ويكتب كل طفل تحتها مجموعة أخرى من مسائل قسمة لهـا نفسى الناتج ويكرر هذا العمل مع مسائل قسمة أخرى. ويصل الأطفال إلـى إستنتاج "أن خارج القسمة لم يتغير إذا ضرب كل من المقسوم والمقسوم عليه فى العدد نفسه".

ونناقش الآن قسمة عدد عشرى مثل ١,٢ ÷ ٠,٤

يعرف الأطفال كيفية القسمة على عدد كلى ولهذا إذا تحولت ٠,٤ إلى عدد كلى فيمكن للأطفال عندئذ إجراء القسمة ويمكنهم تحويلها بضرب ٠,٤ ×١٠ ولكنهم فى نفس الوقت يجب أن يضربوا ١,٢ × ١٠ ولهذا تتحول القسمة إلى ١٢ ÷ ٤ ويمكن توضيح هذا التحويل للقسمة أيضا بإستخدام الصورة الكسرية $\frac{١,٢}{٠,٤}$.

وبمعرفة أن قيمة الكسر لا تتغير إذا ضرب الأعلى (البسط) والأدنى (المقام) فـى نفس العدد فسوف يرى الأطفال أن الضرب فى ١٠ يحول $\frac{١,٢}{٠,٤}$ إلى $\frac{١٢}{٤}$.

من هذا المثال وأمثلة أخرى يجب أن يبدأ الأطفال فى فهم الطريقة المستخدمة فى القسمة على عدد عشرى.

والخطـوة الأولـى فـى مسـائل القسـمة التـى مثـل ٢,٧ ÷ ٠,٣ ، ١٥,٩ ÷ ١,٥، ٢,٣٤٥ ÷ ٢٧,٩ ، .. وهكذا هى تحويل القاسم (المقسوم عليه) إلى عدد كلى بضرب عددى القسمة فى ١٠.

بالنسبة للقسـمة التى مثل ٢٤,٧٦ ÷ ٢,٤٥ ، ٦٠ ÷ ٣,٠٢، ١,٤٦٢ ÷ ٠,٥٦ وهكـذا يحول المقسوم عليه إلـى عـدد كلـى بضـرب عـددى القسـمة فـى ١٠٠. وعندما يتحـول المقسوم عليه إلى عدد كلى فإن إجراءات القسمة تتبع النمط العادى.

المرحلة د) تحويل كسر إعتيادى إلى كسر عشرى

خطوة ١ الربط بين الكسر والقسمة

نحن كمعلمين نعلم أنه يمكننا تحويل كسـر مثـل $\frac{١}{٨}$ إلـى كسر عشـرى بقسـمة ٣ على ٨. ولكن هذا لا يكون واضحا بالنسبة للأطفال فهو يحتاج إلى المناقشة كما يجب أن يتسم الشرح بالبساطة ويظل على ذلك.

وكمدخل بسيط لذلك هو أن يرسم المعلم شريطا على السبورة كالتالى

ثم يقول إننى سـأقوم بتقسيم الشريط إلى خمسة أجزاء متساوية كيف يمكننى توضيح ما أقوم به من عمل؟ وبعد المناقشة يكتب ١ ÷ ٥ على السبورة

ثم يضع العلامات على الشريط هكذا

ثم يسأل ما الكسر الذى يساويه كل جزء (خمس) ثم يعرضه كما هو مبين

$\frac{١}{٥}$	$\frac{١}{٥}$	$\frac{١}{٥}$	$\frac{١}{٥}$	$\frac{١}{٥}$

ثم يناقش العلاقة بين ١ ÷ ٥ ، $\frac{١}{٥}$ الناتج ويجب أن يكون الأطفال على إستعداد لمعرفة هذا الناتج فلربما (قد لا يكونوا رأوه فى هذه الصورة).

والآن يرسم المعلم شريطين كالتاليين:

٢ كليين

ثم يقسمهما إلى خمسة أجزاء متساوية وأعرضها كما يلى

٢ ÷ ٥

ثم يعرضها هكذا أيضا

$\frac{٢}{٥}$

الجزء المظلل يبين ٢ ÷ ٥ كما أنه $\frac{١}{٥}$ من شريط واحد ولهذا فإن ٢ ÷ ٥ = $\frac{٢}{٥}$

وبنفس الطريقة فإن ٣ ÷ ٥ = $\frac{٣}{٥}$، ٤ ÷ ٥ = $\frac{٤}{٥}$

من هذا المثال (وأمثلة أخرى إذا كان هناك ضرورة) يرى الأطفال أن الكسر $\frac{١}{٥}$ مثلا هو قيمة ٢ ÷ ٥

خطوة ٢: تحويل كسر إعتيادى إلى كسر عشرى

بإستخدام المثال الذى فى خطوة ١ يبدأ الأطفال بـ $\frac{١}{٥}$ ثم يحولونه إلى ٢ ÷ ٥ وهم يقسمون ٢ على ٥ هكذا ← ٥)٢٠ ، ٤

٢٠ عشرة من جزء

٠٠

ثم يحصلون على النتيجة ٠,٤ ثم يكررون هذا التحويل بإستخدام $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٤}{٥}$.

والأن يناقش الكسر ٣/٨ على سبيل المثال.

يسير الأطفال بنفس الخطوات الأمثلة السابقة ثم يقررون أن ذلك يرتبط بالقسمة ٣ ÷ ٨ (ويمكن توضيح ذلك إذا كان ضروريا عن طريق تقسيم ٣ شرائط إلى ٨ أجـزاء متساوية)

ثم تجرى القسمة كما هو مبين
ويكتب الأطفال النتيجة هكذا
١/٨ = ٣ ÷ ٨ = ٠,٣٧٥

```
     ٠,٣٧٥
  ٨ ) ٣٠
      ٢٤     (جزء من عشرة)
      ٦٠
             (جزء من مائة)
      ٥٦
      ٤٠

      ٤٠     (جزء من ألف
      ——
      ٠٠
```

ويجب التعامل مع كسور متعددة أخرى بهذه الطريقة.

تعليق ومتابعة:

الكسور العشرية من الموضوعات التى يمكن للأطفال فهمها إذا قدمت لهم بطريقة مناسبة وعلى مراحل حيث يجب أن يفهم الأطفال أولا دلالة العلامة العشرية حيث تستخدم لفصل الخانات التى قيمتها آحاد أو أكثر عن تلك التى قيمتها أعشار أو أقل. والعلامة العشرية إمتداد منطقى ومفيد لفكرة القيمة المكانية.

وبعد ذلك تأتى مرحلة قراءة وكتابة الكسور العشرية وينبغى أن يأخذ المعلم وقتا طويلا فى تدريس أطفال المرحلة الإبتدائية كيفية قراءة وكتابة الكسور العشرية.

ومن الأدوات المفيدة فى تعليم الأطفال قراءة وكتابة الكسور العشرية خط الأعداد وشرائح الكسور والمناطق الهندسية والتى سبق وصفها سابقا. كما يمكن أن يألف الأطفال المفهوم العشرى فى سن مبكرة حينما يتناولون العملة المصرية (مليم، قرش ، جنيه) للوصول إلى هذا الغرض.

ومن المألوف تدريب المعلم لتلاميذه على كتابه الأعداد العشرية بطريقة الإملاء، والتدريب على الكتابة بطريقة الإملاء له قيمة هامشية والطريقة التى كانت متبعة فى الماضى لا يوصى بها الآن، وذلك لأن متطلبات التجارة وإدارة الأعمال قد تغيرت لدرجة أن قراءة ونسخ الأرقام نادرا ما يحدث، والمهارة فيها أصبحت قليلة الأهمية وعندما يملى عدد به كسور عشرية مثل ٣٤٦,٦٢ يجب أن يقرأ هكذا ثلاثة، أربعة ، ستة ، علامة عشرية، ستة ، اثنين وليس هكذا ثلثمائة وست وأربعون وإثنان وستون من

مائة وإذا كنت تعتقد فى فائدة أملاء الأعداد فاستخدم الطريقة الأولى فى قراءتها بدلا من الطريقة الثانية.

وتشيع لدى أطفال المرحلة الإبتدائية بعض الأخطاء لدى قيامهم بالعمليات المختلفة المتعلقة بالمفاهيم والحقائق الأساسية والعمليات الحسابية للكسور العشرية وفيما يلى بعض هذه الأخطاء:

الأخطاء الشائعة فى الكسور العشرية

١- الكسر العشرى الذى يحوى أرقاما عشرية أكثر (على يمين العلامة العشرية) هو الأكبر قيمة فقد يجيب الأطفال على بعض المسائل هكذا ٣,٢١٤ < ٣,٨ & ٠,٢٣ < ١,٩.

٢- الكسر العشرى الذى يحوى أصفارا أكثر على يمين العلامة هو الأقل قيمة.

٣- عدم التمييز الصحيح بين أجزاء الكسر العشرى.

٤- جمع أجزاء الكسر العشرى على غرار الجمع فى الأعداد الكلية دون مراعاة القيمة المكانية للأرقام التى يضمها الكسر.

,٧
+ ,٨
———
,١٥

٥- أخطاء فى الضرب والقسمة بسبب عدم فهم القيمة المكانية. ويذكر Brian Greer (18) أنه توجد أربعة عوامل تؤثر فى ظاهرة عدم بقاء قواعد ضرب وقسمة الأعداد العشرية هى : -

١- المفاهيم العددية الخاطئة : حيث يعتقد الأطفال أن ضرب الكسور العشرية يعطى أعدادا أكبر والقسمة تعطى أعداد أصغر .

٢- النقص فى التكامل بين الكسور الإعتيادية والكسور العشرية .

٣- استخدام طرق بديلة للحل .

٤- الإفتقار إلى فهم بعض العمليات .

ويمكن الإضافة إلى ذلك بأن تقديم القواعد مبكراً قبل فهم الأساسيات يؤدى إلى كثير من الأخطاء

معلومات إضافية

الكسور العشرية القديمة :

هل تحب أن تجمع كسرين مثل $\frac{٣٧٥٤٤}{٢٣٤٦٥} + \frac{٥١٨٤}{٣٤٥٦}$ ؟

هذان الكسران ثقيلان ومرهقان جدا وسوف يأخذان من الرياضيين وقتا طويلا نسبيا للحصول على الناتج .

وفى حوالى ١٥٥٠م ظهر كتاب سمى "La Disme " ويعنى بالإنجليزية " The Tenth " وبالعربية "العشر" وهذا الكتاب يعتبر مساعدة للبشرية حيث ألح على أو طالب باستخدام الكسور العشرية . والكسر العشرى هو الذى مقامه ١٠ ، ١٠٠ ، ١٠٠٠ ، ١٠٠٠٠ وهكذا .

وأقترح هذا الكتاب أن تعتبر الأعدادالكلية "آحاد" وعندما تكتب تنتهى بالرمز (٥) فمثلا العدد (٥) ٢٩٤ هو العدد الذى يعبر عن وأربعة وتسعين ومائتين . وهذا صعب بالمقارنة بالطريقة المعاصرة للكتابة (حيث لايوجد(٥))

وبالنسبة للكسر بين (١،٠) كانت تقسم الوحدة (الآحاد) أو تكسر إلى أجزاء تسمى أوليات "primes"

الكسر $\frac{١}{١٠}$ فى تلك الأيام كان يكتب (١) ٣

(١) كان يستخدم ليعنى نهاية الأوليات أو مانسميه نحن الان الأعشار .

كل أولى كان يكسر إلى ثانيات جمع ثان second وكل ثان كان يقسم إلى ثوالت وهكذا وتنتهى الأوليات بـ(١) والثانيات تنتهى بـ (٢) والثوالث تنتهى بـ (٣) وفيما يلى أمثلة لبعض الكسور مكتوبة بالرمز القديمة بمقارية الآن

(٢) ٧ (١) ٣ = $\frac{٣٧}{١٠}$ ، (٣) ٧ (٢) ٥ (١) ٢ = $\frac{٢٥٧}{١٠٠٠}$

وبعد دراسة الكسور العشرية سيتضح لنا أننا من الأفضل استخدام الكسور العشرية بدلا من الكسور الإعتيادية لحل المسائل أعلاه والإجابة هى ١ و ٣

إختبر فهمك :

١- أختر أى وسيلتين تعليميتين ووضح كيف يمكن استخدامهما لبيان معنى الكسور العشرية .

٢- استخدم قطع دينز لبيان تمثيل كل من الأعداد التالية ٢٣,٤ ، ٣٦,٥٠ ، ٢٤,٠٣١، ٤٠,٣٦

٣- أكتب الأعداد التالية بطريقة المفكوك العشرى

٣٠٤,٠٦ ، ٠,٣٤٢

٤- صف مواقف من الحياة اليومية لكل من هذه الجمل

٠,٤ + ٠,٥ + ٠,٧ = ١,٦ ، ١,٤ − ٠,٨ = ٠,٦

٤× ٠,٣ = ١,٢ ، ٠,٥ × ١٠ = ٥ ، ٠,٢ × ٠,٤ = ٠,٠٨

واشرح بالاستعانة بالوسائل التعليمية المناسبة الطرق التى يتعلم الأطفال بها معنى هذه الجمل .

٥- كيف تشرح لأطفالك إيجاد حل المسائل التالية

٣,١× ١٥,١٤ ، ١١ × ٤,٠٩٢

٦- اكتب قصة توضح فيها معنى القسمة كعملية تجزئ من خلال الجملة ١,٢ ÷ ٤ = ٠,٣ واستخدم وسيلة مناسبة لتوضيح معنى الجملة .

٧- صف موقفا تستخدم فيه القسمة كقياس من خلال الجملة ٤ ÷ ٠,٥ = ٨ واستخدم وسيلة تعليمية مناسبة لتوضيح معنى الجملة .

٨- ضع العلامات العشرية ليكون الناتج صحيحاً ٣٤٧ − ١٥ = ٣,٣٢

٣٤٧ − ١٥ = ١,٩٧

٣٤٧ − ١٥ = ١,٩٧

٣٤٧ − ١٥ = ٣٣,٢

٣٤٧ − ١٥ = ٣٤٦,٨٥

واستخدم الآلة الحاسبة لاختيار حتى النتائج

الفصـــــل التاســـع
النسبة والتناسب
و
النسبة المئوية

- مقدمـــــة
- النسبة: معناها والتعبير عنها
- النسب المتكافئة
- المعدل
- التناسب
- التقسيم التناسبى
- مقياس الرسم
- النسبة المئوية
- تطبيقات النسبة المئوية فى الحياة اليومية.

من المتوقع بعد قراءة هذا الفصل ودراسته أن يصبح الدارس قادرا على أن:-

- يعرف النسبة المئوية ويصف مواقف واقعية تتضمنها.
- يميز بين النسبة (المعدل) والأساس والنسبة المئوية ويعطى مثالا على كل منها من مواقف الحياة اليومية.
- يصف مواد تعليمية تناسب بحث الأطفال عن معنى النسبة.

يحول (يعيد تسمية) الكسور الإعتيادية والكسور العشرية كنسب ويعيد تسمية النسب ككسور إعتيادية وكسور عشرية.

- يستخدم التناسب وطريقة أخرى على الأقل لحل مسائل النسبة.
- يشرح تطبيقات النسبة المئوية فى الحياة اليومية للأطفال.
- يشرح للأطفال تطبيقات مقياس الرسم فى الحياة اليومية.
- يعرف طريقة التناسب فى حل مسائل النسبة المئوية ويشرحها للأطفال.

من المتوقع بعد أن يكمل الطفل الأنشطة الموصوفة فى هذا الفصل أن يصبح قادرا على أن :-

- يكتب النسبة بين كميتين من نفس النوع فى أبسط صورة.
- يوجد النسبة بين كميتين من نفس النوع فى أبسط صورة.
- يكتب النسبة فى ثلاث صور : صورة كسرية، صورة كلامية، صورة نقطتين.
- يكتب المعدل فى ثلاث صور : صورة كسرية، صورة كلامية، صورة رمزية.
- يوجد النسبة بين كميتين مختلفتين ولكنهما ينتميان لنفس عائلة القياس.
- يوجد المعدل بين كميتين مختلفتين لايمكن تحويلهما إلى كميتين من نوع واحد فى أصغر حدين.
- يوجد معدل الوحدة.
- يحدد ما إذا كانت النسبتان متساويتين أم لا.
- يكتب التناسب الطردى بأربع صور مختلفة.
- يكتب التناسب العكسى بأربع صور مختلفة.
- يحدد حدود التناسب.
- يحل تناسبا يحتوى على حد مجهول.
- يحدد متى يمكن استخدام التناسب لحل مسألة كلامية.
- يحدد متى يجب استخدام التناسب الطردى لحل مسألة تناسب.
- يحل مسألة تناسب باستخدام التناسب الطردى.
- يحدد متى يجب استخدام التناسب العكسى لحل مسألة تناسب.
- يحل مسألة تناسب باستخدام التناسب العكسى.
- يكتب جزءا من كل كقيمة عددية وككسر عشرى وككسر اعتيادى وكنسبة مئوية.

- يحول النسبة المئوية إلى كسر عشرى أو إلى كسر اعتيادى.
- يحول الكسر العشرى إلى نسبة مئوية.
- يحول الكسر الاعتيادى إلى نسبة مئوية.
- يوجد الكمية عندما تكون النسبة المئوية والأساس معلومتين.
- يوجد الأساس عندما تكون النسبة المئوية والكمية معلومتين.
- يوجد النسبة المئوية عندما تكون النسبة المئوية والكمية معلومتين.
- يحل مسائل على تطبيقات النسبة المئوية فى البيع والشراء وضريبة المبيعات والتخفيضات وما إلى ذلك.
- يوجد مقياس الرسم المناسب.
- يستنتج مقياس الرسم من معلومات معطاة.

مقدمـــــة:

النسبة والتناسب ومقياس الرسم والنسبة المئوية من المفاهيم الهامة فى رياضيات المرحلة الابتدائية وذلك لما لها من تطبيقات عديدة فى حياتنا اليومية وأيضا فى مجال الرياضيات ذاتها فى مرحلة لاحقة بالاضافة إلى التطبيقات فى المواد الدراسية الأخرى.

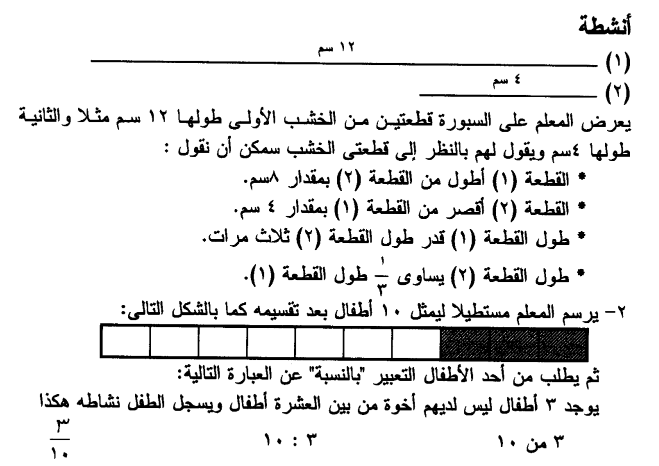
فالأطفال الذين سيستمرون فى التعليم سوف يحتاجون أفكار النسبة والتناسب فى دراستهم للهندسة "موضوع التشابه" ، وفى حساب المثلثات وفى تبسيط المقادير الجبرية كما أن مقياس الرسم نحتاج إليه فى رسم الخرائط والأشكال وما إلى ذلك بالاضافة إلى تطبيقاته فى الحياة اليومية. والنسبة المئوية لها تطبيقات واقعية كثيرة مثل الأسهم والشركات والربح والخسارة والعمولة والتخفيضات (الأوكازيون) وضريبة المبيعات وما إلى ذلك.

ويجب أن نقدم هذه المفاهيم للأطفال من منظور واقعى ونبين لهم أهميتها لأن ذلك يساهم فى تقبل الأطفال لهذة المفاهيم وتمكنهم منها. وفيما يلى نناقش تقديم تلك المفاهيم كل على حده :

النسبة :

معنى النسبة والتعبير عنها :

أنشطة



(١) ـــــــــــــــــــ ١٢ سم

(٢) ـــــــ ٤ سم

يعرض المعلم على السبورة قطعتين من الخشب الأولى طولها ١٢ سم مثلا والثانية طولها ٤سم ويقول لهم بالنظر إلى قطعتى الخشب سمكن أن نقول :

- القطعة (١) أطول من القطعة (٢) بمقدار ٨سم.
- القطعة (٢) أقصر من القطعة (١) بمقدار ٤ سم.
- طول القطعة (١) قدر طول القطعة (٢) ثلاث مرات.
- طول القطعة (٢) يساوى $\frac{١}{٣}$ طول القطعة (١).

٢- يرسم المعلم مستطيلا ليمثل ١٠ أطفال بعد تقسيمه كما بالشكل التالى:

ثم يطلب من أحد الأطفال التعبير "بالنسبة" عن العبارة التالية:

يوجد ٣ أطفال ليس لديهم أخوة من بين العشرة أطفال ويسجل الطفل نشاطه هكذا

٣ من ١٠   ٣ : ١٠ $\frac{٣}{١٠}$

٣- يكرر هذا النشاط مع أشكال هندسية أخرى وأعداد أخرى وبعد أن يكمل الأطفال تلك الأنشطة يمكنهم أن يصلوا إلى أن :

"النسبة" هى مقارنة بين عددين : ويمكن استخدام النسبة للمقارنة بين كمية وكمية أخرى وبين جزء وكل أو كل وجزء. وفى التعامل مع النسب يجب علينا أن نتذكر أنه:

أ- يمكننا مقارنة كميتين من نفس النوع فقط فمثلا كل من الأسبوع واليوم كميتان من الوقت ولهذا يمكننا مقارنتهما ولكننا لانستطيع مقارنة يوم واحد (وقت) مع ٤ كجم (كتلة).

ب- يجب أن تكون كلا الكمتين بنفس الوحدات فمثلا لمقارنة يوم وأسبوع نحول كلا منهما إلى أيام.

وعندما نقدم فكرة النسبة للأطفال يجب أن نستخدم كميات مختلفة النوع قدر الإمكان فمثلا طول - مساحة - حجم - كتلة- وقت - نقود - سعة.

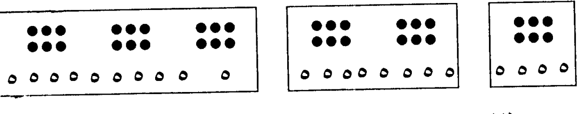
ويجب إختيار الأمثلة بحيث تساعد الأطفال على رؤية أنهم يمكنهم مقارنة كميات من نفس النوع ونفس الكميات.

٢- النسب المتكافئة

ينبغى أن يتم تقديم النسب المتكافئة عن طريق أمثلة ملموسة من الحياة ويمكن الإستعانة ببعض الأدوات والأشكال والرسوم ويمكن البدء بمثال كالتالى:

يعمل خالد بمحل تسجيلات إسلامية فباع يوم الإثنين ٤ شرائط قرآن كريم ، و٦ شرائط خطب ومواعظ وباع يوم الثلاثاء ٨ شرائط قرآن كريم، ١٢ خطب ويوم الأربعاء ١٦ شريطا قرآن كريم، ٢٤ خطب فهل نسب شرائط القرآن المباعة إلى نسب الخطب المباعة يوميا متساوية؟

بإستخدام الأقراص البلاستيكية يمكن بيان النسب متساوية (متكافئة)



٤ بدون تظليل لكل ٦ مظللة — ٤ بدون تظليل لكل ٦ مظللة — ٤ بدون تظليل لكل ٦ مظللة

وكما فى حالة الكسور المتكافئة فيمكن للأطفال أن يصلوا إلى أنه عند ضرب أو قسمة كلا من حدى النسبة بعدد ما فإن قيمة النسبة لا تتغير والنسب الناتجة تكون متكافئة **فمثلا**

$$\frac{٤}{٦} = \frac{٢\times٤}{٢\times٦} = \frac{٨}{١٢} \quad ، \quad \frac{٨}{١٢} = \frac{٢\times٨}{٢\times١٢} = \frac{١٦}{٢٤} \quad \therefore \quad \frac{٤}{٦} = \frac{٨}{١٢} = \frac{١٦}{٢٤}$$

وأيضا $\frac{٤}{٦} = \frac{٤ \div ٢}{٦ \div ٢} = \frac{٢}{٣}$ ← النسبة فى أبسط صورة.

ثم يتدرب الأطفال على تحديد النسب المتكافئة من خلال أمثله عديدة

مثـــل

٢ : ٥ = ٦ : □ ، ٩ : ٣ = □ : ٢٧

١٨ : □ = ٣ : ٨ ، □ :٣ = ٧ : ٢١ وهكذا

المعـــدل:

المعدل هو مقارنة بين كميتين مختلفتى الوحدات ويكتب ككسر.

مثلا يقطع عداء ٢٦ ميلا؟ فى ٤ ساعات وتكتب هكذا.

$$\frac{\text{٢٦ ميل}}{\text{٤ ساعات}} = \frac{\text{١٣ ميل}}{\text{٢ ساعات}} \quad \text{(فى أبسط صورة)}$$

معدل الوحدة : معدل الوحدة هو معدل المقام فيه = ١ فمثلا خمسة فصـول دراسية بهم ١٣٥ تلميـذا $\frac{\text{التلاميذ}}{\text{الفصول}}$ ← $\frac{١٣٥}{٥} = \frac{١٣٥ \div ٥}{٥ \div ٥} = \frac{٢٧}{١}$ ← معـدل الوحـــدة

ولهذا فإنه يوجد ٢٧ تلميذا لكل فصل.

التناســـب

نضطر أحيانا لمقارنة أكثر من كميتين ويقودنا ذلك إلى ما يسمى بالتناسب.

والتناسب هو جملة رياضية تعنى تساوى نسبتين

مثل $\frac{٣}{٥} = \frac{٦}{١٠}$ ، $\frac{٣}{٣} = \frac{٨}{١٢}$ وهكذا.

وفى مرحلة متقدمة يمكن إستخدام الرموز هكذا

$\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د}$ حيث (ب ≠٠ ، د ≠ ٠) وتسمى حدود التناسب هكذا.

الحد الأول —— أ —— جـ —— الحد الثالث

الحد الثانى —— ب —— د —— الحد الرابع

ويسمى الحد الأول والحد الرابع طرفى التناسب ويسمى الحد الثانى والحد الثالث وسطى التناسب.

ولتحديد ما إذا كانت النسبتان فى تناسب فإننا نستخدم ضرب المقص أو نتأكد من أن حاصل ضرب طرفى التناسب مساويا حاصل ضرب وسطيه.

مثال : هل النسبتان $\frac{٢٠}{٨}$ ، $\frac{٥}{٢}$ فى تناسب؟

الحل: نستخدم ضرب المقص أو الطرفين × الوسطين، هكذا

$\frac{٢٠}{٨} \times \frac{٥}{٢}$: ٤٠ ، ٤٠

ولما كان حاصل ضرب المقص = ٤٠ فإن النسبتين فى تناسب ويجب أن يمارس الأطفال تدريبات متنوعة على إيجاد صحة وخطأ التناسبات ثم يعطى كل منهم نسبا ويطلب منهم إيجاد نسب تتناسب معها تناسبا صحيحا.

التناسب الطردى:

تكون الكميتان فى تناسب طردى إذا كانت نسبة الكمية الأولى إلى الكمية الثانية مقدارا ثابتا.

فمثلا:– إذا كان ثمن كيلو الموز ٣جنيه فإن ثمن ٢كيلو تساوى ٦جنيه وثمن ٤ كيلو = ١٢جنيه وهكذا. ويتضح أنه كلما زاد عدد الكيلو جرامات إزداد ثمنها وبالتحديد عندما تزداد كمية الموز مثلين يزداد الثمن مثلين وإذا زاد الموز ثلاثة أمثال إزداد الثمن ثلاثة أمثال ولهذا فإن نسبة كيلو جرامات الموز إلى أثمانها مقدار ثابت

$$\frac{\text{كمية الموز}}{\text{الثمن}} = \frac{١}{٣} = \frac{٢}{٦} = \frac{٣}{٩} = \frac{٥}{١٥}$$ وهكذا.

وهذا الخاصية هى خاصية التناسب الطردى ويجب ملاحظة أنه إذا قلبنا النسبتين فيظل التناسب طرديا مثل $\frac{٧٢}{١٨} = \frac{٦٠}{١٥}$ ، $\frac{١٨}{٧٢} = \frac{١٥}{٦٠}$.

التناسب العكسى:

يكون التناسب عكسيا إذا كان حاصل ضرب المتغيرين كمية ثابته.

مثال:–

لنفترض أن سعة خزان ماء ٢٠٠٠٠ لتر فإذا كانت الأنبوبة التى تعبئه تصب بسرعة ١٠٠٠ لتر فى الدقيقة فإنه يمتلىء بعد ٢٠ دقيقة وإذا كانت الأنبوبة تصب بسرعة ٥٠٠ لتر فى الدقيقة فيمتلىء الخزان بعد ٤٠ دقيقة وإذا كانت سرعة صب الأنبوبة ٢٥٠ لتر فى الدقيقة فيمتلىء الخزان بعد ٨٠ دقيقة.

والجدول التالى يوضح مقارنة الزمن بسرعة تدفق الماء

سرعة تدفق الماء	١٠٠٠ ل	٥٠٠ ل	٢٥٠ ل
عدد الدقائق	٢٠ دقيقة	٤٠ دقيقة	٨٠ دقيقة
السرعة× الزمن	١٠٠٠×٢٠=٢٠٠٠٠	٥٠٠×٤٠=٢٠٠٠٠	٢٥٠×٨٠=٢٠٠٠٠

ومن الجدول يتضح أنه كلما زادت سرعة تدفق الماء كلما نقص الزمن اللازم لماء الخزان وكلما نقصت سرعة تدفق الماء إزداد الزمن اللازم.

يلاحظ أن حاصل ضرب سرعة تدفق الماء فى الزمن تساوى سعة الخزان وهى مقدار ثابت وهذه هى خاصية التناسب العكسى.

التقسيم التناسبى:

فى بعض الأحيان يكون لدينا كمية ما نريد تقسيمها حسب نسب معينة لا يفى التناسب بحلها فنسلك طريقا أخر يسمى التقسيم التناسبى.

مثال:-

محيط مثلث ٣٩سم والنسب بين أطوال أضلاعه ٦: ٤: ٣ فما طول كل ضلع؟
نقطة البداية فى إيجاد الإجابة هى إيجاد مجموع ٦، ٤، ٣ = ١٣ وبعد ذلك يمكن كتابة النسب هكذا $\frac{٦}{١٣}$:$\frac{٤}{١٣}$:$\frac{٣}{١٣}$. ويقود ذلك إلى التفكير فى الضلع الأطول على أنه $\frac{٦}{١٣}$ من المحيط والضلع الثانى $\frac{٤}{١٣}$ من المحيط وأقصر ضلع على أنه $\frac{٣}{١٣}$ من المحيط. أى $\frac{٦}{١٣}$ من الـ ٣٩سم، $\frac{٤}{١٣}$ من الـ ٣٩سم، $\frac{٣}{١٣}$ من الـ ٣٩ سم وعلى ذلك تكون أضلاع المثلث بالأطوال ١٨سم، ١٢سم، ٩سم (١٨+١٢+٩ = ٣٩).

وهناك مدخل أخر وهو البدء مرة ثانية بإيجاد المجموع (٦+٤+٣) ومن الناتج يمكننا أن نقول إذا كان المحيط ١٣سم فإن أطوال الأضلاع تكون ٦سم، ٤سم، ٣سم ولكن طول المحيط ٣٩سم وهذا يعنى أنه ٣×١٣ ولهذا فإن أطوال الأضلاع هى ٦×٣سم، ٤×٣سم، ٣×٣سم أى أن ١٨سم، ١٢سم، ٩سم.

ويجب تزويد الأطفال بعديد من الأمثلة من هذا النوع تستخدم فيها عدة أنواع مختلفة من الكميات قدر الإمكان. وبصفة خاصة أسعار وجبات الطعام وخلط المعادن لتكوين السبائك فى الصناعة وأمثلة أخرى عديدة مما يحدث فى الحياة اليومية كالاشتراك فى تجارة بنسب معينة من رأس المال وتقسيم المواريث وما إلى ذلك.

مقياس الرسم:

تدخل فكرة إستخدام مقياس الرسم فى عديد من أنشطة الحياة اليومية فعندما يرسم الطفل أول رسم له يستخدم فكرة مقياس الرسم وإن كان الطفل لا يفكر فيها بهذه الصورة. وتتضمن الصور الفوتوغرافية والصور الزيتية إستخدام مقياس الرسم. كما أن الخرائط ترسم دائما بمقياس رسم ورسوم الأبنية يدون عليها مقياس الرسم المستخدم. وعندما يكون لدينا رسوم بيانية عديدة فإننا غالبا ما نضطر إلى تحديد مقياس رسم معين نستخدمه.

وبصفة عامة لا يجد الأطفال صعوبة فى فهم فكرة مقياس الرسم وبإمكانهم أن يقيسوا طول وعرض أرضية حجرة الدراسة لأقرب متر ولتكن ١٢م، ٨م مثلا ثم يرسمون مستطيلا على ورقة ليمثل الأرضية فسوف يدركون غالبا بأنفسهم أنه يجب استخدام مقياس رسم معين.

وبالنسبة لهذا المثال فقد يقررون تمثيل كل ١ متر بـ ١سم.

وسوف يناقشون امكانية استخدام مقياس رسم أخر فمثلا $\frac{١}{٢}$ سم ليمثل ١م أو ٢سم ليمثل ١ م. ومن البداية يجب أن يسجلوا دائما المقياس المستخدم . وتأتى فكرة مقياس الرسم من رسم عدة أشكال بيانية ولهذا فى المراحل الأولى قد لا يفكر الأطفال فيها هكذا.

فيستخدمون فترات كل منها ١سم على كل من المحورين عادة وفى المراحل المتأخرة قد يضطرون لإستخدام فترات $\frac{١}{٢}$ سم على كل من المحورين لكى يعرضوا الأعداد الموجودة، وسوف توجد فرص ملائمة لعرض من صفر – ١٠ على أحد المحورين، صفر – ١٠على المحور الأخر على سبيل المثال. وعلى ذلك فإن فكرة إستخدام مقياس رسم مختلف على المحورين تحتاج إلى مناقشة بعناية. والطريقة التى يؤثر فيها إختيار مقياس الرسم على حجم الشكل البيانى تحتاج أيضا إلى المناقشة والتوضيح بالأمثلة ويجب تشجيع الأطفال دائما على الاستخدام الكامل لورقة الرسم البيانى التى يستخدمونها.

ويجب أن يبنى مقياس الرسم المختار من قبل الطلاب قدر الإمكان على القياسات التى قاموا بأنفسهم بقياسها. فأرضية غرفة الفصل يجب أن تؤخذ فى الإعتبار كذلك السبورة وسطح منضدة الطفل، والشبابيك يمكن أن تقاس وتعرض بمقياس رسم. وخارج الفصل فإن ملعب كرة القدم والكرة الطائرة وتنس الطاولة يمكن قياسهم أيضا ورسمهم بمقياس رسم مناسب وأخيرا وعندما يستطيع الأطفال قياس الزوايا فيصبح بإمكانهم الرسم بمقياس رسم على قطعة من الأرض ليست على أى شكل هندسى منتظم.

وعند قراءة الخرائط وإيجاد المسافات (الأبعاد) منها تكون الصعوبة الرئيسية التى تواجه الأطفال هى فهم ماذا يعنى مقياس الرسم ثم القدرةعلى إستخدامه بعد ذلك. وغالبا ما يتضمن مقياس الرسم أعدادا كبيرة كما تستخدم صيغ متنوعة لبيانه.
وعلى سبيل المثال فإن نفس مقياس الرسم يمكن بيانه بالثلاث صيغ التالية

١: ١٠٠٠ $\frac{١}{١٠٠٠}$ كل ١ مم يمثل ١ متر

وفى هذه الحالة فإن الطريقة الثالثة هى الأكثر فهما للطلاب عن الطريقتين الأولى والثانية ولكن غالبا ما يعطى مقياس الرسم بالطريقة الأولى فقط. ويحتاج الأطفال إلى المساعدة لكى يفهموا هذه الطريقة ويستخدموها فى التعبير عن المقياس.
وحتى باستخدام الأعداد الكبيرة فقد يعطى مقياس الرسم هكذا ١:١٠٠٠٠ وهذا يمكن توضيحة بالرجوع إلى طول ١ سم على الخريطة. ومن مقياس الرسم المذكور يمكننا أن نقول:

أن المسافة على الأرض والتى تمثلها ١سم هى ١٠٠٠٠٠سم.

وهذا يمكن تحويله إلى أمتار (١سم تمثل ١٠٠٠م).كما يمكن تحويل الألف متر إلى ١كم (١سم تمثل ١كم).

ويمكن للأطفال إستخدام هذه الصورة فى مقياس الرسم. كما يجب اعطاء مزيد من التدريبات على هذا النوع من التحويل.

النسب المئوية

يجب أن يفهم الأطفال تمثيل الكسور العشرية والإعتيادية قبل البدء فى العمل مع النسبة المئوية وذلك للعلاقة بين الأجزاء من مائه والنسبة المئويه .

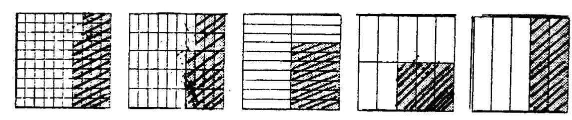
وعندما نقدم للأطفال الرمز " ٪ " فاننا نحتاج الى شرحه بعناية حتى نساعد الأطفال على فهم معناه وفيم يستخدم : وفيما يلى بعض الخطوات والمراحل الملائمة.

المرحلة الأولى : مقارنة الكسور باستخدام التحويل إلى أجزاء من مائة.

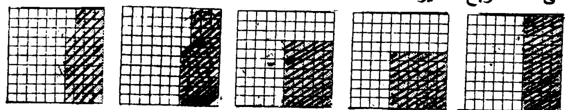
يمكن أن يكون استخدام الأشكال مفيدا فى هذه الخطوة فمثلا يمكن تلوين الكسور المتنوعة لمربع أو تظليلها كما بالشكل التالى ثم يسأل المعلم الأطفال أسئلة مثل : ما الكسر الذى لون فى كل مربع ؟

$$\left(\frac{٢}{٥} ، \frac{٣}{١٠} ، \frac{٧}{٢٠} ، \frac{١٨}{٥٠} ، \frac{٣٧}{١٠٠} \right)$$

أى مربع توجد عليه ألوان أكثر؟ وأى مربع توجد عليه ألوان أقل ؟ ثم يطلب من الأطفال أن يرتبوا المربعات تبعا لكمية اللون عليها (قد لا يجد الأطفال أن ذلك سهلا).



ثم تعرض المربعات مرة ثانية وبنفس الكسور الملونة عليها ولكن كل مربع قسم الى مائة مربع صغير هكذا.



ثم تكرر الأسئلة السابقة فنجد أنه بامكان الأطفال ايجاد الاجابة بسرعة لأن كل مربع قسم إلى عدد(١٠٠) من المربعات الصغيرة ويسجل الأطفال.

$$\frac{٢}{٥} = \frac{٤٠}{١٠٠} ، \frac{١}{١٠} = \frac{١٠}{١٠٠} ، \frac{٧}{٢٠} = \frac{٣٥}{١٠٠} ، \frac{١٨}{٥٠} = \frac{٣٦}{١٠٠} ، \frac{١٧}{١٠٠} = \frac{١٧}{١٠٠}$$

يكرر هذا النوع من النشاط مع كسور أخرى على مربعات كبيرة وهذه يجب اختيارها بحيث أن كل منها عبارة عن عدد صحيح من مربعات صغيرة.

المرحلة الثانية: تحويل أى كسر الى أجزاء من مائة:

خطوة ١) كسور تكافىء عددا تاما من الأجزاء من مائة:

يطلب المعلم من الأطفال أن يلونوا $\frac{٣}{٥}$ من مربع مثلا وعليهم أن يقرروا كم عـدد المربعات الصغيرة التى يجب عليهم تلوينها .

أى يجب عليهم ايجاد $\frac{٣}{٥}$ من ١٠٠

والطريقة البسيطة لعمل ذلك هى :

ايجاد $\frac{١}{٥}$ الـ ١٠٠ أولا (أى٢٠)

ثم ضرب ٢٠ ×٣ (للحصول على ٦٠)

ثم يلونون ٦٠ مربعا ويسجلون $\frac{٣}{٥} = \frac{٦٠}{١٠٠}$

$\frac{٣}{٥} = \frac{٦٠}{١٠٠}$

ويكرر هذا النشاط مع عدة كسور أخرى

مثل $\frac{٤}{٥}$ ، $\frac{٩}{١٠}$ ، $\frac{٣}{٢٠}$ ، $\frac{٧}{٢٥}$ ، $\frac{٢١}{٢٥}$

(يجب أن يكون مقام كل منها عاملا من عوامل ١٠٠)

أنه لمن الأهمية الأهمية بمكان تسجيل كل كسر على التوالى كما يلى :

$\frac{٤}{٥} = \frac{٨٠}{١٠٠}$ ، $\frac{٩}{١٠} = \frac{٩٠}{١٠٠}$ ، $\frac{٣}{٢٠} = \frac{١٥}{١٠٠}$ ، $\frac{١٣}{٢٠} = \frac{٦٥}{١٠٠}$ ، $\frac{٧}{٢٥} = \frac{٢٨}{١٠٠}$ ، $\frac{٢١}{٢٥} = \frac{٨٤}{١٠٠}$

لأنه بدون التسجيل سيفقد النشاط كثيرا من قيمته .

خطوة ٢) كسور يكون فيها عدد الأجزاء من مائة كسرا عشريا منتهيا

يطلـب المعلـم مـن الأطفـال أن يلونـوا $\frac{١}{٨}$ مربـع . ويمكـن إيجـاد عـدد المربعـات الصغيرة التى يجب عليهم تلوينها بطرق متنوعة منها

```
     ١٢
٨)١٠٠
   ٨٠
  ----
   ٢٠
   ١٦
  ----
    ٤
```

```
  ١٢,٥
٨)١٠٠
   ٨٠
  ----
   ٢٠
   ١٦
  ----
   ٤٠
   ٤٠
  ----
   ٠٠
```

باستخدام $\frac{١}{٤} = \frac{٢٥}{١٠٠}$

الربع $\frac{١}{٨} = \frac{١}{٢}$ الـ $\frac{٢٥}{١٠٠}$

$= \frac{١٢\frac{١}{٢}}{١٠٠}$

فى الطريقة الأولى يوجد باقى وهو ٤ مربعات صغيرة والتى يجب تقسيمها إلى ٨ أجزاء متساوية . كل جزء من هذه الثمانية أجزاء عبارة عن نصف مربع صغير

ولهذا فإن $\frac{١}{٨} = \frac{\frac{١}{٢}}{١٠٠}$

فى الطريقة الثانية تعطى النتيجة ككسر عشرى ومرة ثانية $\frac{١}{٨} = \frac{١٢,٥}{١٠٠}$

وفى الطريقة الثالثة تستخدم الحقيقة المعروفة ($\frac{١}{٤} = \frac{٢٥}{١٠٠}$)

بالإضافة إلى ماهو معروف أيضا ($\frac{١}{٨}$ هو نصف ربع)

ومرة ثانية $\frac{١}{٨} = \frac{١٢\frac{١}{٢}}{١٠٠}$

ويجب أن تناقش كل هذه الطرق مناقشة مستفيضة وبعناية .

والآن يطلب من الأطفال تلوين $\frac{١}{٨}$ من مربع ولايجاد عدد المربعات الصغيرة التى تحتاج إلى أن تلون تستخدم طريقتان

أ ـ يعرف الأطفال أن $\frac{١}{٨} = \frac{١٢\frac{١}{٢}}{١٠٠}$ ولهذا فإن $\frac{٣}{٨} = \frac{١٢\frac{١}{٢}}{١٠٠} = \frac{٣٧\frac{١}{٢}}{١٠٠}$

ويسجل الناتج باستخدام الكسور العشرية هكذا

$$\frac{٣}{٨} = \frac{٣ \times ١٢,٥}{١٠٠} = \frac{٣٧,٥}{١٠٠}$$

ب ـ يحسب الأطفال $\frac{١}{٨}$ من ١٠٠ بدون استخدام الحقيقة المعروفة

($\frac{١}{٨}$ من ١٠٠ = $١٢\frac{١}{٢}$)

ولاجراء ذلك نستخدم ماناقشناه سابقا فى الضرب فى كسر أى أنهم يكتبون

$\frac{٣}{٨}$ من ١٠٠ $= \frac{٣}{٨} \times ١٠٠$

$= \frac{١٠٠ \times ٣}{٨}$

$= \frac{٣٠٠}{٨}$

$= ٣٧,٥$

٣٧,٥
٨) ٣٠٠
٢٤
٦٠
٥٦
٤٠
٤٠

ويجب مناقشة كلا من الطريقتين مناقشة كاملة وهذه خطوة مهمة .

ويتم التعامل مع الكسرين $\frac{٥}{٨}$ ، $\frac{٧}{٨}$ بنفس الطريقة

خطوة ٣) كسور يكون فيهاعدد الأجزاء من مائة كسر عشريا غير منتهى (دوريا)

يطلب من الأطفال تلوين $\frac{١}{٣}$ مربع . ولايجاد عدد المربعات الصغيرة التى يجب تلوينها تقسم ١٠٠ على ٣ ولاجراء ذلك توجد طريقتان :

الطريقة الأولى:

```
   ٣٣
٣)١٠٠
   ٩
  ---
   ١٠
    ٩
  ---
    ١
```

الطريقة الثانية:

```
   ٣٣,٣٣٠٠
٣)١٠٠
   ٩
  ---
   ١٠
    ٩
  ---
    ١٠
     ٩
  ---
     ١٠
      ٩
  ---
      ١
```

فى الطريقة الأولى يوجد باقى ١ (مربع صغير) وهذا يجب تقسيمه إلى ٣ أجزاء متساوية . كل جزء منها عبارة عن ثلث مربع صغير ولهذا فإن $\frac{١}{٣} = \frac{٣٣\frac{١}{٣}}{١٠٠}$

وفى الطريقة الثانية نحصل على كسر دورى $\frac{١}{٣} = \frac{٣٣,\overline{٣}}{١٠٠}$

وتحتاج كل من هاتين الطريقتين إلى مناقشة كاملة .

والآن يجب تحويل كسور أخرى من نفس النوع إلى أجزاء من مائة مثل

$\frac{٢}{٣}$ ($\frac{٦٦\frac{٢}{٣}}{١٠٠}$ أو $\frac{٦٦,\overline{٦}}{١٠٠}$) ، $\frac{١}{٦}$ ($\frac{١٦\frac{٢}{٣}}{١٠٠}$ أو $\frac{١٦,\overline{٦}}{١٠٠}$) ، $\frac{٥}{٦}$ ($\frac{٨٣\frac{١}{٣}}{١٠٠}$ أو $\frac{٨٣,\overline{٣}}{١٠٠}$)

وبالنسبة للكسر $\frac{١}{٧}$ على سبيل المثال فإن الصورة الكسرية للإجابة هى $\frac{١٤\frac{٣}{٧}}{١٠٠}$

والصيغة العشرية هى $\frac{١٤,٢٨٥٧}{١٠٠}$

ولهذا فإن الصورة العشرية للإجابة يجب أن تعطى لأقرب رقم عشرى أو رقمين عشريين .

أى أن $\frac{١}{٧} = \frac{١٤,٣}{١٠٠}$ لرقم واحد

$\frac{١}{٧} = \frac{١٤,٢٩}{١٠٠}$ لرقمين

ويجب إعطاء مزيدا من التدريبات على تحويل كسور من هذا النوع مثل ($\frac{١}{١١}$ ، $\frac{١}{٧}$ ، $\frac{٥}{٩}$ ، $\frac{٨}{١٣٢}$) إلى أجزاء من مائة .

المرحلة الثالثة تقديم إستخدام كلمة "النسبة المئوية" والرمز ٪

قد تحصل فائدة كبيرة إذا ناقش الأطفال أولا الكلمات التى تظهر فيها أفكار المائة مثل: القرن مائة سنة – القرش جزء من مائة من الجنيه المصرى، السنت جزء من مائة من الدولار – الهللة جزء من مائة من الريال السعودى، معمر يبلغ من العمر مائة سنة .. ثم يقدم الآن إستخدام "نسبة مئوية" Percent فمثلا تستخدم العبارة ٧ فى المائة لتعبر عن $\frac{٧}{١٠٠}$ ويمكن التفكير فى ٧٪ على أنها ٧ خارج المائة وعلى المعلم أن يربط ذلك بتلوين المربعات وذلك بمناقشة العلاقة بين ٧ مربعات صغيرة من المربع الكبير و٧ خارج المائة المربع الصغير ثم يتدرب الأطفال بعد ذلك على إستخدام هذه العبارة الجديدة ويسجلون أمثلة عديدة مثل: $\frac{١٢}{١٠٠}$ تسمى ١٢ فى المائة، $\frac{٤٣}{١٠٠}$ تسمى ٤٣ فى المائة... وأخيرا يقدم الرمز ٪ ويشرح لهم أننا غالبا ما نستخدم طريقة مختصرة لكتابة النسبة المئوية وهذه الطريقة هى الرمز ٪.

وقد يساعد ذلك على الأخذ فى الإعتبار أن الرمز ٪ يمكن التفكير فيه على أنه إعادة ترتيب الخانات (أرقام) المائة الثلاث (١٠، ٠، ٠) ويجب أن يتدرب الأطفال على أستخدام الرمز الجديد كما فى الأمثلة التالية:

$\frac{٧}{١٠٠}$ = ٧ فى المائة = ٧٪

$\frac{١٣}{١٠٠}$ = ١٣ فى المائة = ١٣٪

$\frac{٦٩}{١٠٠}$ = ٦٩ فى المائة = ٦٩٪

ويجب أن يسجل الأطفال أيضا بعض نتائجهم الأولية بإستخدام النسبة المئوية فمثلا

$\frac{١}{٥} = \frac{٢٠}{١٠٠}$ = ٢٠٪

$\frac{١}{٢} = \frac{٥٠}{١٠٠}$ = ٥٠٪

$\frac{١}{٨} = \frac{١٢,٥}{١٠٠}$ = ١٢,٥٪

المرحلة الرابعة تدريب الأطفال على حل مسائل حسابية على النسبة :

خطوة ١) إعادة تسمية النسب ككسور عشرية واعتيادية.

مثال ١ على الشكل المقابل اكتب الجزء المظلل

كقيمة عددية ، ككسر عشرى ، ككسر اعتيادى ، كنسبة منوية

↓ ↓ ↓ ↓

٤٩ جزء من مائة ٠,٤٩ $\frac{٤٦}{١٠٠}$ ٤٩٪

وبتكرار أمثلة من هذا النوع يمكن أن يتمكن الأطفال من أن النسبة المئوية تعنى :

أ) أجزاء من مائة ب) خارج عن مائة واحدة جـ) لكل مائة

د) × $\frac{١}{١٠٠}$ هـ) ÷ ١٠٠

مثال ٢ :– أعد تسمية ٥٠ ٪ ككسر عشرى وككسر اعتيادى

٥٠ ٪ = ٥٠ ÷ ١٠٠ = ٠,٥٠ = ٠,٥

٥٠ ٪ = $\frac{٥٠}{١٠٠}$ = $\frac{٥٠×١}{٥٠×١}$ = $\frac{١}{٢}$

خطوة ٢) إيجاد المقدار (الكمية) فى مسائل نسبة.

يوضح المعلم للأطفال أنه لحل مسائل النسبة يمكن استخدام شكل النسبة التالى

شكل النسبة (ك / ن | س) حيث ك الكمية ، س الأساس ، ن النسبة

وعندما يكون معلوما لدينا ق ، س فيمكننا استخدام شكل النسبة لايجاد صيغة ايجاد الكمية ك كما يلى

(ك / ن | س) تعنى (ك) = (ن | س) أو ك = ن × س

والصيغة ك = ن × س تسمى صيغة الكمية وتنص على : "لايجاد الكمية ك عندما تكون ن ، س معلومتين فإننا نضرب الأساس فى النسبة"

مثال : ما قيمة النسبة ٧٥ ٪ المأخوذة من ١٤٠

(ما قيمة / ك) = (٧٥ / ن) من × (١٤٠ / س)

أى أن ك = ن × س = ١٤٠ × ٧٥٪

= ١٤٠ × ٠,٧٥ = ١٠٥

خطوة ٣) إيجاد الأساس فى مسألة نسبة

يوضح المعلم للأطفال أيضا أنه عندما يكون معلوما لدينا النسبة ن ، والكمية ك يمكننا استخدم شكل النسبة لكتابة صيغة لإيجاد الأساس هكذا .

ك / ن | س تعنى ك / س = ك / ن أو س= $\frac{ك}{ن}$

والصيغة س = $\frac{ك}{ن}$ تسمى صيغة الأساس

مثال:– إذا كان ٢٥٪ من عدد تساوى ١٠ فما العدد الأساسى ؟

س = $\frac{ك}{ن}$ وهى صيغة الأساس ثم نعوض عن ك بـ ١٠ وعن ن ٢٥٪

$\therefore$ س = $\frac{١٠}{٢٥٪}$

= $\frac{١٠}{٠,٢٥}$ (حولنا النسبة إلى كسر عشرى)

س = ٤٠ (القسمة على كسر عشرى)

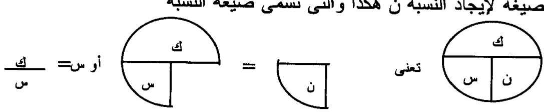
ومن الممكن التحقق من صحة النتيجة هكذا

٤٠ × ٢٥٪ = ٤٠ × ٠,٢٥ = ١٠

ويجب أن يوضح المعلم للأطفال أنه يمكن تحويل ٢٥٪ إلى كسر اعتيادى ($\frac{١}{٤}$) وعلى الطفل أن يختار إحدى الصيغتين للقسمة

خطوة ٤) إيجاد النسبة فى مسألة نسبة

عندما تكون الكمية والأساس معلومتين فيمكن استخدام شكل النسبة لكتابة صيغة لإيجاد النسبة ن هكذا والتى تسمى صيغة النسبة



وتنص صيغة النسبة ن = $\frac{س}{ك}$ على أنه لإيجاد النسبة ن عندما تكون الكمية والأساس معلومتين نقسم الكمية على الأساس وبعد القسمة يجب تحويل (إعادة تسمية) الكسر العشرى أو الاعتيادى إلى نسبة منوية .

مثال : مالنسبة المنوية للعدد ٥ بالنسبة للعدد ١٦

الحل : نكتب صيغة النسبة ن = $\frac{ك}{س}$

= $\frac{٥}{١٦}$ حيث ك = ٥ ، س = ١٦

= ٠,٣١٢٥ (تحويل إلى نسبة مئوية)

= ٣١,٢٥ ٪

وللتحقق ١٦ × ٣١,٢٥ ٪ = ١٦ × ٠,٣١٢٥ = ٥

خطوة ٥) إيجاد نسبة الزيادة أو النقص .

عندما تزداد الكمية الأصلية لأى شئ إلى كمية جديدة فإن الفرق بين الكميتين يسمى مقدار أو كمية الزيادة . والنسبة التى نحصل عليها بقسمة كمية الزيادة على الكمية الأصلية تسمى نسبة الزيادة وبالمثل ينطبق نفس الكلام على نسبة النقص .

ولايجاد نسبة الزيادة ينبغى أن نضع فى اعتبارنا مايلى

* الكمية الأصلية المعطاة (العدد الأصغر) تستخدم كأساس (س)
* كمية الزيادة (الفرق بين الكمية الأصلية والكمية الجديدة) تستخدم على أنها الكمية (ك) .

مثال ١ : مالنسبة المئوية لزيادة ٢ إلى ٣ ؟

الحل : الكمية الأصلية = ٢ (س)

كمية الزيادة من ٢ إلى ٣ = ١ (ك)

نسبة الزيادة = $\frac{١}{٢}$ وبتحويلها إلى نسبة مئوية = ٥٠ ٪

مثال ٢: مالنسبة المئوية لنقصان ٣ إلى ٢ ؟

الحل : الكمية الأصلية المعطاة = ٣ ← (س)

كمية النقص من ٣ إلى ٢ = ١ ← (ك)

نسبة النقص = $\frac{١}{٣}$ = ٣٣$\frac{١}{٣}$٪

مرحلة ٥) تطبيقات النسب المئوية فى الحياة اليومية

حينما يقدر الأطفال على حل مسائل حسابية تتضمن الأساس والنسبة والكمية والتى تتضمن التحويل من كسور إلى نسب مئوية والعكس فإنهم حينئذ يقدرون على التعامل مع أى نشاط يومى ينبع من فكرة النسب المئوية مثل الربح ـ الخسارة ـ العمولة ـ الأسهم....) والمتطلب الأساس فى هذا التعامل هو القدرة على فهم الموقف أو السؤال والتحقق من أن النسبة المئوية هى نوع خاص من الكسر

أولا: الربح والخسارة : Profit and loss

الخطوة الأولى هى إعطاء أمثلة عن البيع والشراء يكون فيها مكسب وخسارة وعلى الأطفال أن يقرروا فى كل مثال هل يوجد مكسب أم خسارة ثم يوجدوا المقدار من حساب الفرق بين ثمن البيع وثمن الشراء ثم تناقش أمثلة من نوع المثال التالى :

أشترى تاجر دراجة بسعر ٤٠ جنيها وباعها بـ ٥٥ جنيها واشترى تاجر أخر طاولة بـ ٦٠ جنيها وباعها بـ ٨٠ جنيها .

أيهما حقق ربحا أكثر؟ وأيهما حقق استخداما أفضل لما له . ؟

يرى الأطفال بسرعة أن التاجر الأول حقق ربحا قدره ١٥ جنيها بينما حقق التاجر الثانى ربحا أكبر من الأول . وينشأ السؤال الثانى من الفكرة التى تتعلق بالعلاقة بين الربح ومقدار المال المستخدم .

فقد استخدم الأول ٤٠ جنيها وحقق ١٥ جنيها ربحا وعلى ذلك فربحه $\frac{١٥}{٤٠} = \frac{١}{٨}$ من المال المستخدم بينما ربح الثانى $\frac{١٠}{٦٠} = \frac{١}{٣}$ المال المستخدم. يمكن مقارنة الكسرين بتوحيد مقاميهما وجعله ٢٤

$$\left(\frac{٣}{٨} = \frac{٦}{٢٤} \text{ ، } \frac{١}{٣} = \frac{٨}{٢٤} \right)$$

أى أن الربح ككسر من المال المستخدم كان أفضل بالنسبة للتاجر الأول عن التاجر الثانى.

إن المقارنة بين الكسرين بجعل المقام ٢٤ عملية سهلة ولكن غالبا ما تكون المقارنة معقدة ولتجنب ذلك ولكى نستخدم دائما نفس المقام (كسور من نفس النوع) نحول الكسرين إلى نسب منوية فيكونا.

$\frac{١}{٨} = \frac{١}{٨}$ من ٪

$= \frac{١٠٠}{٨}$ ٪

$=$ ٣٧,٥٪

$\frac{١}{٣} = \frac{١}{٣}$ من ١٠٠ ٪

$= \frac{١٠٠}{٣}$ ٪

$=$ ٣٣$\frac{١}{٣}$٪ (أو ٣٣,٣٪)

ومن النسبتين المنويتين نرى بسرعة أن التاجر الأول كان أفضل إستخداما لماله من التاجر الثانى. وعادة ما يعبر عن ذلك بالقول التالى. كان ربح التاجر الأول ٣٧,٥٪ من ثمن السلعة التى إشتراها وكان ربح التاجر الثانى ٣٣$\frac{١}{٣}$٪ من ثمن الشراء.

ملاحظة: يقدر الربح أحيانا فى الصفقات التجارية كنسبة منوية من ثمن البيع. وبإستخدام هذه الطريقة:

ربح التاجر الأول

$= \frac{١٥}{٥٥}$ من ١٠٠٪

$= \frac{٣}{١١}$ من ١٠٠٪

$= \frac{١٠٠}{١١}$٪

$=$ ٢٧,٢٧٪

ربح التاجر الثانى

$= \frac{١٠}{٨٠}$ من ١٠٠٪

$= \frac{١}{٤}$ من ١٠٠٪

$=$ ٢٥٪

فى حساب النسبة المنوية للربح يجب أن نوضح للأطفال هل حسبت النسبة إلى ثمن البيع أم إلى ثمن الشراء؟

وفى المرحلة الأولى يفضل إستخدام ثمن الشراء كأساس لحساب النسبة المنوية للربح. لأنه قد يرتبك بعض الأطفال.

وفى تحديد الخسارة والنسبة المنوية للخسارة أيضا يجب تحديد الأساس الذى إستخدم: ثمن البيع أم ثمن الشراء؟

ثانيا- التخفيضات (الأوكازيون)

فى نهاية الصيف والشتاء من كل عام نسمع بما يسمى "الأوكازيون" إذ تعلن المحلات التجارية على إختلاف أنواعها خفض نسبة منوية من قيمة المبيعات فيقبل الناس على الشراء. وفى بعض الأحيان فى الإعلان عن بيع شقق أو سلع معمرة تقدر نسبة خصم على الدفع الفورى.

وهذه التخفيضات (الخصومات) هى تطبيق أخر للنسب المنوية فى حياتنا اليومية. ويجب أن نوضح للأطفال أن لدينا فى التخفيضات ثلاثة عناصر هم:

١- السعر الأصلى أو العادى وهو ما يباع به فى الأيام العادية.

٢- سعر الأوكازيون أى السعر بعد الخصم أو السعر المخفض.

٣- نسبة الخصم أو معدل الخصم.

ويجب أن يتدرب الأطفال على إيجاد ما يلى:

أ- السعر المخفض ونحصل عليه بالصيغة التالية

السعر المخفض = السعر الأصلى - مقدار الخصم (التخفيض)

مثال : فستان سعره الحالى ٤٩,٩٩ جنيه عليه خصم مقدارة ٢٠ جنيه فما هو السعر بعد الخصم؟

	السعر الأصلى		مقدار الخصم		سعر الأوكازيون
السعر بعد الخصم =	٤٩,٩٩	-	٢٠	=	٢٩,٩٩

ب- مقدار الخصم ونحصل عليه بتطبيق الصيغة التالية:

مقدار الخصم = السعر الأصلى × معدل الخصم (نسبته)

مثال:- ثمن آله حاسبة ١٩,٩٩ جنيه فإذا كان عليها نسبه الخصم ٢٥٪ فما ثمنها بعد الخصم؟

السعر العادى	معدل الخصم	
١٩,٩٩	٢٥٪	= ١٩,٩٩ × ٠,٢٥
		= ٤,٩٩٧٥ ≈ ٥

∴ الثمن بعد الخصم = ١٤,٩٩ جنيها تقريبا.

جـ معدل (نسبة) الخصم

ويمكن الحصول عليها بالصيغة التالية

معدل (نسبة الخصم) = مقدار الخصم ÷ السعر العادى.

مثال:- ساعة ثمنها ٨٥ جنيا وعليها خصم مقداره ١٧ جنيها فما معدل الخصم؟

الحل:- ٨٥÷١٧ = ٠,٢ (نحولها إلى نسبة مئوية)

$= \frac{٢٠}{١٠٠} =$ ٢٠٪

∴ معدل الخصم = ٢٠

د- إيجاد السعر الأصلى

إذا كان معلوما لدينا كلا من مقدار الخصم ونسبته (معدله) فيمكننا إيجاد السعر الأصلى عن طريق قسمة مقدار الخصم ÷ نسبه الخصم.

مثال:- حذاء خفض ثمنه بمقدار ٣٢ جنيها عندما كانت نسبه الخصم ٤٠٪ فما ثمنه الأصلى؟

الحل:- الثمن الأصلى = مقدار الخصم ÷ نسبه الخصم

= ٤٠÷٣٢٪ (نحولها إلى كسر عشرى أو إعتيادى)

= ٠,٤٠÷٣٢ = ٨٠ جنيها.

ثالثا: العمولة فى البيع

كثيرا ما يبيع البائع أو العميل سلعا على أساس "عمولة" يأخذها ويعبر عن هذه العمولة فى كثير من الحالات فى صورة "نسبة مئوية" فقد يحصل البائع على ٣٪ من ثمن السلع التى يقوم ببيعها بالتجزئة فإذا باع سلعا بمبلغ ٤٠٠٠ جنيه فإنه يحصل على عمولة مقدارها ٣٪ من ٤٠٠٠ = ٤٠٠٠× ٠٣, = ١٢٠ جنيها وهناك ثلاثة مواقف تتصل بمسألة البيع على أساس العمولة هى:

١- أن يكون معدل العمولة وقيمة المبيعات معروفتين والمطلوب حساب كمية أو مقدار عمولة البائع.
٢- أن تكون قيمة المبيعات ومقدار عمولة البائع معروفتين والمطلوب حساب معدل العمولة فى المائة (النسبة المئوية).
٣- أن يكون معدل عمولة البائع ومقدار هذه العمولة معروفتين والمطلوب حساب قيمة المبيعات.

ويجب أن يتدرب الأطفال على أمثلة على هذه المواقف. كما أن هناك تطبيقات أخرى تتمثل فى ضريبة المبيعات والأسهم والعلاوة السنوية الدورية للعاملين بالعمولة وهكذا.

تعليق ومتابعة:

النسبة والتناسب من الموضوعات التى تقدم بصورة أولية فى رياضيات المرحلة الإبتدائية. والتناسب مفهوم واسع التطبيق فى الحياة اليومية وأيضا فى مواصلة الدراسة فى المراحل التعليمية المختلفة وقد أشارت بعض الدراسات إلى أن كثيرا من طلاب المراحل الثانوية لا يفهمون هذا المفهوم فهما كافيا ويرجع ذلك إلى الطرق التدريسية وإلى الإستراتيجيات التى تستخدمها الكتب المدرسية والمعلمين فى حل مسائل التناسب كما اعتقد بعض الباحثين أن مستوى أداء الطلاب فى المراحل التعليمية المختلفة والذى هو غير مرض نتيجة للنمو غير الكافى لمفهوم التناسب.

وقد أوضحت بعض الدراسات أن الأطفال من ٦-٨ سنوات يمكنهم فهم معنى النسبة والتناسب من خلال أنشطة تدريسية تعتمد على التطابق والتشابه مع الأخذ فى الإعتبار الطريقة التى تقدم بها المسائل فى هذا المجال ففى تدريس هذين الموضوعين يجب أن يكون الأطفال على وعى وإدراك بطرق تفكيرهم فى النسبة وخصائصها ومما يسهم فى ذلك أن يبتكر المعلم مواقف مزعجة بها تضارب وخلاف ويحاول الأطفال نقدها وتصحيحها من خلال أحكامهم وتفسيراتهم ويلعب التفكير التناسبى Proportional reasoning دور حرجا فى نمو الطالب فى الرياضيات لدرجة أنه يسمى مفهوم الحد الفاصل أو حجر الزاوية فى الرياضيات العالية أو قمة المفاهيم الأولية. وبسبب نظرية بياجيه والتى يمثل فيها التفكير التناسبى السمة المميزة لمرحلة العمليات الشكلية Formal Operations فى مراحل النمو العقلى لديه تركز البحث على التفكير التناسبى للمراهقين ولم يعرف عن التفكير التناسبى عند الأطفال الصغار إلا القليل. ولقد قام Susan J. Lamon ( ) بدراسة عن إستراتيجيات تفكير الأطفال فى النسبة و التناسب ووجدها كما يوضحها الجدول التالى

إستراتيجيات أطفال الصف السادس الإبتدائى
فى حل مسائل النسبة والتناسب

الإستراتيجية	خصائصها
إستراتيجيات ليست إستدلالية (بنائية)	
- التجنب avoiding	لا يوجد تفاعل جاد مع المسألة
- بصرية أو جمعية (إضافية) visual or additive	محاولة وخطأ أو إستجابات بدون تفكير أو أحكام بصرية بحته (إنها تشبه...) أو مداخل إضافية غير صحيحة.
- بناء نمط pattern bulding	إستخدام أنماط شفوية أو كتابية بدون فهم العلاقات العددية
إستراتيجيات إستدلالية	
ما قبل التفكير التناسبى preproportinal reasoning	حدسى - إجراء أنشطة حسية (صور رسوم بيانية - نماذج - أعمال يدوية) إستخدام بعض التفكير النسبى.
تفكير تناسبى نوعى Qualitative	إستخدام النسبة كوحدة إستخدام التفكير النسبى فهم بعض العلاقات العددية
تفكير تناسبى كمى Quantitative	إستخدام رموز جبرية لتمثيل التناسب مع فهم كامل للعلاقات العددية و الوظيفية.

· والنسبة المئوية نوع خاص من الكسور لا أكثر ولا أقل ويجب على الأطفال أن يفهموا أنه بدلا من إستخدام الكسور الإعتيادية مختلفة المقام مثل $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٢٥}$ ، $\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{٩}{١٠}$, نحولها كلها إلى أجزاء من مائة ولهذا فإن الكسور السابقة تصبح $\frac{٥٠}{١٠٠}$ ، $\frac{٢٥}{١٠٠}$ ، $\frac{٤}{١٠٠}$ ، $\frac{٦٠}{١٠٠}$ ، $\frac{٩٠}{١٠٠}$

وللتفكير فى الكسر بهذه الطريقة مميزات عدة منها:-

أ- كل الكسور من نفس النوع (متحدة المقام) ولهذا من السهل مقارنتها.

ب- من السهل أن نفكر فى كل كسر على أنه نقطة على تدريج من صفر إلى ١٠٠ ولهذا يمكننا الحصول على فكرة جديدة عن مقداره بسرعة.

جـ- الكسر هو عدد الأجزاء من مائة التى نهتم بها. وهذا عادة ما يدور حول عدد كلى.

ولهذا فإننا نتعامل مع أعداد كلية وهذا أفضل من التعامل مع كسور (ولكن علينا أن نفهم أنها أعداد كلية من أجزاء من مائة) والنسبة المئوية أيضا عبارة عن مقارنة بين عدد ما ومائة فمثلا عندما نستخدم ١٥ كنسبة مئوية فإن ذلك يعبر عنه كنسبة بين عددين هما ١٥، ١٠٠ ويرمز لها بالرمز ٪ والرمز ٪ يعبر عن أن المقام ١٠٠.

وكلما كانت العلاقة بين النسبة المئوية والكسور الإعتيادية والعشرية واضحة كلما زاد إستعداد الأطفال للتحرك فى إتجاه العمل المجرد حيث يمكنهم البدء فى تسمية مقارنات بين الكسور مختلفة الصيغة

فمثلا $\frac{١}{٥} = \frac{٢٠}{١٠٠} = ٢٠٪$.

ويحتاج تقديم الرمز ٪ إلى مجهود كبير من المعلم واحدى طريق تقديم الرمز ٪ هى تحويل الكسر الإعتيادى إلى جزء من مائة كما فى حالة المثال السابق $\left(\frac{١}{٥} = \frac{٢٠}{١٠٠}\right)$ والطريقة الثانية هى التفكير فى الواحد الصحيح على أنه مائة جزء من مائة.

فمثلا $\frac{١}{٥}$ من الواحد الصحيح هى $\frac{١}{٥}$ من المائه أى أن

$\frac{٢}{٥} = \frac{٢}{٥}$ من ١٠٠ جزءمن مائه

$= \frac{٢}{٥} \times ١٠٠$ جزء من مائه

$= \frac{٢٠٠}{٥} = ٤٠$ جزء من مائه

$= ٤٠٪$

ملاحظة: إذا كان الكسر المعطى فى صورة عشرية فيمكن إستخدام نفس الطريقة **فمثلا**

٠,١٢٥ = ٠,١٢٥ من ١٠٠ جزء من مائه

= ٠,١٢٥ × ١٠٠ جزء من مائه

= ١٢,٥٪

ويمكن إستخدام أوراق العمل والتى تحتوى أنشطة تعرف الأطفال أن النسبة المئوية إمتداد لصيغ الكسور الإعتيادية والعشرية حيث يمكن أن تعد ورقة عمل تحتوى قطاعات مختلفة كل قطاع تعبير عن نوع واحد ويمكن تغييره إلى صورة أخرى مثل الورقة التالية

حول الكسور العشرية التالية إلى نسب مئوية		
أ) ٠,٥٠ = ــــ	جـ) ٠,١٤ = ــــ	هـ) ٠,٧٩ = ــــ
ب) ٠,٣٠ = ــــ	د) ٠,١٩ = ــــ	و) ٠,٨٣ = ــــ

حول الكسور العشرية التالية إلى نسب مئوية

أ) ٠,٥٠ = ــــ　　جـ) ٠,١٤ = ــــ　　هـ) ٠,٧٩ = ــــ

ب) ٠,٣٠ = ــــ　　د) ٠,١٩ = ــــ　　و) ٠,٨٣ = ــــ

حول الكسور الإعتيادية التالية إلى كسور عشرية

أ) $\frac{١}{٤}$ = ــــ　　جـ) $\frac{١}{٢}$ = ــــ　　هـ) $\frac{١}{١٠}$ = ــــ

ب) $\frac{١}{٤}$ = ــــ　　د) $\frac{١}{١٠}$ = ــــ　　و) $\frac{٦}{١٠}$ = ــــ

حول الكسور الإعتيادية التالية إلى نسب مئوية

أ) $\frac{١}{٤}$ = ــــ　　جـ) $\frac{١}{٢}$ = ــــ　　هـ) $\frac{١}{١٠}$ = ــــ

ب) $\frac{١}{٤}$ = ــــ　　د) $\frac{١}{١٠}$ = ــــ　　و) $\frac{٦}{١٠}$ = ــــ

حول النسب المئوية التالية إلى كسور عشرية

أ- ١٣٪ = ــــ　　جـ- ٦٩٪ = ــــ　　هـ- ٤٪ = ــــ

ب- ٤٥٪ = ــــ　　د- ٢١٪ = ــــ　　و- ١٪ = ــــ

ويجب أن يكون فى ذهننا أنه ليست كل مواقف النسبة المئوية تحتوى عددا مقارنا بمائه. ويجب على الأطفال أن يتدربوا على إيجاد النسبة المئوية من مواقف لا تظهر فيها المائه مثل: لدينا عشر كرات أربع منها زرقاء، ست بيضاء. ما النسبة المئوية للكرات الزرقاء؟ ففى هذه الحالة يتدربون على أن ٤ تمثل ٤٠٪ من ١٠، ٨ تمثل ٤٠٪ من ٢٠ وهكذا حتى ٤٠ تمثل ٤٠٪ من ١٠٠ كما بالشكل التالى

٤	٨	١٢	١٦	٢٠	٢٤	٢٨	٣٢	٣٦	٤٠
١٠	٢٠	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠	٧٠	٨٠	٩٠	١٠٠

العمل مع مسائل النسبة المئوية

تستخدم ثلاث طرق لحل مسائل النسبة المئوية هى:-

١- طريقة الحالة ٢- طريقة تحليل الوحدة　　٣- طريقة التناسب

أولا: طريقة الحالة The case Method

وهذه الطريقة تعتمد على ثلاث قواعد أو ثلاث صيغ وهى التى تم وصفها سابقا ويتطلب العمل مع تصنيف القواعد مستويا عاليا من النضج والفهم ومستوى النضج المطلوب لفهم طريقة الحالة وراء عدم تمكن معظم الأطفال منها.

٢- طريقة تحليل الوحدة: The unitary analysis

ويمكن مناقشة هذه الطريقة من خلال المثال التالى:

معرض سيارات به ٥٠ سيارة منها ١٨ سيارة يابانية الصنع وهذه الـ ١٨ سيارة تمثل ٣٦٪ من ٥٠.

وتعتمد هذه الطريقة على الفكرة المعطاة فى المسألة حيث يمكن تبسيطها إذا حددنا أولا قيمة ١٪ ثم نستخدم الضرب أو القسمة لتحديد النسبة المئوية الكلية.
وترتبط هذه الطريقة أيضا بطريقة الحالة وفيما يلى بيان ذلك.

الحالة الأولى:-

معرض به ٥٠ سيارة منها ٣٦٪ يابانية الصنع والمطلوب هو: ما عدد السيارات اليابانية التى فى المعرض؟

الحل: المشكلة فى إيجاد ١٪ من ٥٠ ثم ضرب الناتج فى ٣٦ واحد فى المائه من – أو ٠,٥ وقيمة ٣٦ نصف هى ١٨.

الحالة الثانية:-

عدد السيارات بالمعرض ٥٠، ١٨ منها صناعة يابانية والسؤال هو ما النسبة المئوية للسيارات اليابانية الصنع؟

الحل:- عملية التفكير تسير هكذا: ١٨ تساوى نسبة مئوية ما من ٥٠ إذا عرفت ١٪ من ٥٠ يمكننا قسمة ١٨ عليه لإيجاد النسبة المئوية لـ ١٨ من ٥٠.

واحد نسبة مئوية = $\frac{١}{٢}$ وعند قسمة ١٨ ÷ $\frac{١}{٢}$ وهى النسبة المئوية لعدد السيارات اليابانية فى المعرض.

الحالة الثالثة :-

١٨ سيارة يابانية الصنع فى معرض للسيارات تمثل ٣٦٪ من العدد الكلى للسيارات فى المعرض والسؤال هو ما العدد الكلى؟

الحل:- تسير عملية التفكير هكذا: إذا كانت ١٨ تمثل ٣٦٪ من عدد ما فيمكننا إيجاد هذا العدد إذا عرفنا ما الجزء من ١٨ يمثله ١٪ من العدد ويمكن الحصول على الإجابة بالضرب فى ١٠٠ أى أقسم ٣٦÷١٨ واضرب الناتج – وعندئذ تكون الإجابة ٥٠.

وهذه الطريقة تتطلب أخذ النضج فى الإعتبار قبل إمكانية فهمها ولهذا فإن تدريسها يكون بعد سنوات المرحلة الإبتدائية.

٣- طريقة التناسب: The Proportion Method

وهذه الطريقة أخذت تتسع فى الإنتشار فى السنوات الأخيرة نظرا لسهولة تعلمها وإستخدامها من قبل الأطفال وهى تعتمد على فكرة إمكانية إستخدام تعبير واحد لبيان كل من الأنواع الثلاثة لمسائل النسبة المئوية ويجب أن يفهم الأطفال أمرين هما:

أ- معانى المصطلحات التالية: النسبة المئوية (المعدل) – النسبة المئوية (مقدار أو كمية) – الأساس.

ب- كيفية التعبير عنها كتناسب هكذا $\frac{\text{المعدل}}{100} = \frac{\text{الكمية}}{\text{الأساس}}$ وسوف يواجه الأطفال تعبيرات تناسبية أخرى فى دراستهم للتناسب ومواقفه.

وباستخدام نفس المثال السابق (معرض السيارات)

فى الحالة الأولى: معلوم لدينا المعدل والعدد الكلى للسيارات نملاً تعبير التناسب بالحدين المعلومين $\frac{٣٦}{١٠٠} = \frac{\text{الكمية}}{٥٠}$ وتحل لإيجاد الحد المجهول.

وفى الحالة الثانية المعلوم: العدد الكلى للسيارات وعدد السيارات اليابانية نملاً تعبير التناسب بالحدود المعلومة $\frac{\text{المعدل}}{١٠٠} = \frac{١٨}{٥٠}$

وهكذا.

وإيجاد الحد المجهول ليس صعبا على الأطفال والأسباب التى تكمن وراء مواجهة الأطفال صعوبات فى النسبة المئوية ترجع إلى أنهم: فى عملهم المبكر مع النسب المئوية ذهبوا بعيدا جدا بأسرع ما يمكن. أى أنهم: لم يفهموا الفكرة الأساسية للنسبة المئوية. ولم يروا الروابط بين الكسور (الإعتيادية والعشرية) وبين النسب المئوية. وقد فرضت عليهم القواعد rules بحيث لم يتمكنوا من فهمها ولم يستطيعوا أيضا إستخدامها إستخداما صحيحا.

معلومات إضافية

تاريخ رمز النسبة المئوية ٪

يرجع تاريخ إستخدام فكرة النسبة المئوية إلى عدد من مئات السنوات مضت وتستخدم النسب المئوية فى التجارة وإدارة الأعمال وفى الكيمياء تستخدم النسبة المئوية لقياس نسبة التركيز فى أى حامض وفى الإقتصاد فى قياس نسبة الإستهلاك زيادة ونقصا وفى كثير من المجالات فى حياتنا اليومية.

ولقد جاءت الكلمة نسبة منوية من العبارة اللاتينية per centum والتى تعنى بالنسبة إلى مائة والرمز الذى يستخدم الأن هو ٪ ولكن ذلك لم يكن الرمز دائما.

والرمز الحالى نتيجة لإختصارات للكلمة "per cent" أحد الإختصارات كان p. cent وأخيرا 100 ومن p. c^{o} جاء $p\frac{o}{o}$ حوالى القرن السابع عشر وفى القرن التاسع عشر حذفت p. ثم حول الخط إلى شرطة مائلة وأصبح الرمز % واسع الإنتشار والذى يقابل فى كتاباتنا ٪.

إختبـــر فهمك:

١- صف بعض الأنشطة التى يمكن إستخدامها لتقديم معنى النسبة للأطفال.

٢- عرف التناسب وأنواعه.

٣- اعط أمثلة من إهتماماتك يمكن إستخدامها فى تقديم التقسيم التناسبى للأطفال.

٤- صف بعض المواقف من الحياة اليومية التى يستخدم فيها مقياس الرسم.

٥- اعط تعريفا لمعنى النسبة المئوية وصف موقفا طبيعيا يتضمن معناها.

٦- صف على الأقل وسيلتين تعليميتن يمكن أن تستخدما لتعليم الأطفال معنى النسبة المئوية.

٧- ما المصلحات الجديدة التى تضمنها الفصل السابق.

٨- بين كيف يمكن إستخدام طريقة التناسب فى حل المسائل التالية:

٢٥٪ من ١٦٠ = □ ، □٪ من ١٦٠ = ٤٠ ، ٢٥٪ من □ = ٤٠

الفصـــــل العاشـــــر
المقاييس وعمليات القياس

- مقدمـــة
- تقديم القياس
- الطـــول
- المساحـــة
- السعـــة
- الحجـــم
- الـــوزن
- الزمـــن

من المتوقع بعد قراءة هذا الفصل ودراسته أن يصبح الدارس قادرا على أن : -

- يعرف مراحل تقديم القياس للأطفال
- يساعد الأطفال على استخدام وحدات طبيعية فى القياس
- يصمم بعض الأنشطة لتقديم قياس الطول
- يشرح لأطفاله بعض المفاهيم المرتبطه بالطول مثل المسافة والمحيط
- يعرف مراحل تقديم مفهوم المساحة للأطفال
- يساعد الأطفال على استنتاج علاقات إيجاد مساحة بعض الأشكال الهندسية الشائعة مثل المستطيل - المثلث - متوازى الأضلاع - الدائرة
- يصمم بعض الأنشطة لتقديم مفهوم السعة
- يساعد الأطفال علىاستنتاج علاقة الحجم لبعض الأشكال الهندسية
- يعرف مراحل تقديم الوزن
- يساعد الأطفال على بناء مفهوم الزمن وأجزائه
- يعد قائمة بأربع مميزات للنظام المترى على النظام الإنجليزى.
- يصف بعض الأنشطة التى تساعد الأطفال على تعلم الإخبار عن الوقت.
- يلخص مفاهيم القياس المتضمنة فى برنامج الرياضيات بالمرحلة الإبتدائية.

من المتوقع بعد أن يكمل الطفل الأنشطة الموصوفة فى هذا الفصل أن يقدر على أن:

- يستخدم بعض وحدات القياس الطبيعية فى قياس بعض الأشياء من حوله
- يفهم فكرة القياس المعيارى
- يقدر قياس بعض الأشياء المطلوب قياسها قبل القياس الدقيق
- يختار الوحدة الملائمة للقياس
- يقيس الأطوال باستخدام الأمتار و (أو) السنتيمترات
- يقيس الكتل باستخدام الكيلو جرامات وكسور بسيطة من الكيلو جرامات
- يخبر عن الوقت باستخدام الدقائق "و" و "إلا"
- يفهم فكرة الـ ٢٤ ساعة واستخدامها
- يفهم استخدام الجرامات فى قياس الأوزان.
- يحسب محيطات الأشكال الهندسية الشائعة.
- يحسب محيط دائرة.
- يوجد مساحة شكل منتظم.
- يحسب مساحات : المستطيلات - المثلثات - متوازيات الأضلاع - الدوائر.
- يوجد حجم أى شئ غير منتظم "شاذ".
- يحسب حجوم : المكعب -متوازى المستطيلات - المنشور - الإسطوانة.
- يربط بين دوران الساعة ١٢ مرة ودورانها ٢٤ مرة

- يقول الوحدة الأساسية لقياس كل من الطول - السعة - الوزن
- يصف بكلمات من عنده ١ ملليلتر ، ١ سنتيمتر ، ١ متر، ١ كيلو متر ، ١ جرام ، ١ كيلو جرام ١ سم٢ ، ١ م٢ ، ١ سم٣ ، ١م٣
- يقدر على التحويل من وحدة قياس إلى وحدة قياس أخرى .
- يجرى العمليات الأساسية على وحدات القياس

مقدمـــــة

يأتى الطفل إلى المدرسة وفى ذهنه أفكار أولية عن القياس فقد سمع عبارات مثل أحمد أطول من على ، الزجاج أثقل من البلاستيك - أحتاج إلى زجاجتين من الماء البارد - يأخذ القطار السريع ثلاث ساعات بين القاهرة والأسكندرية .

وهذه العبارات تتعلق بأفكار الطول - الوزن - الزمن .

ويجب أن تستغل هذه الخلفية فى تقديم القياس للأطفال فى المرحلة الإبتدائية وذلك لاستخدام القياس ونتائجه فى كل نشاط من أنشطة الأطفال كما أن القياس يصلح أن يكون حافزا ودافعا لدراسة العمليات الحسابية التى يحويها منهج الرياضيات بالمرحلة الإبتدائية .

وقد أجريت أبحاث عديدة عن نمو مفهوم القياس لدى الأطفال فيرى "آرنولد وزميلاه" أن المتطلب الرئيسى لهذه العملية هو مقدرة الطفل على العد أما "كوبلاند" فيرى أن نضج الطفل فى إدراك مبدأ المحافظة هو المتطلب الرئيسى لنمو مفهوم القياس لدى الأطفال أما بياجيه فقد أوضح من خلال تجاربه أن مفهوم القياس ينمو تدريجيا لدى الطفل حسب مراحل نضجه العقلى .

وفى هذا الفصل نقترح بعض الأنشطة التى تساعدك على تقديم القياس للأطفال وهى متدرجة من المقارنات المباشرة للأطوال ثم القياس باستخدام وحدات غير عيارية تؤدى إلى اختيار وحدات عيارية لقياس الطول ثم التدريب على قياس الكتلة السعة – الزمن - المساحة – الحجم .

تقديم القياس :

من المفضل أن نبدأ فى تقديم مفاهيم القياس على مراحل ومن المهم أن نشجع الأطفال على :

أ - تقدير القياس ب - استخدام النوع الأفضل من الوحدات فى القياس .

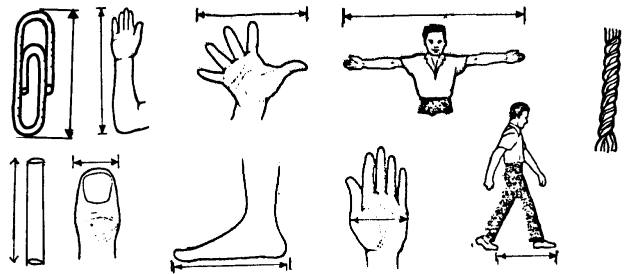
الطـــــول

مرحلة ١ - استخدام وحدات غير مقننة .

الأجهزة والأدوات :

فيما يلى بعض الوحدات الطبيعية التى يمكن للأطفال استخدامها وهى عبارة عن:-

- أجزاء من الجسم : طول القدم - الشبر - الكف - الذراع .
- عصى أو قطع من الخيرزان ذات أطوال متعددة - قطع من الخيط والحبال
- دبابيس وبعض المواد الأخرى مثل المبينة بالشكل التالى :



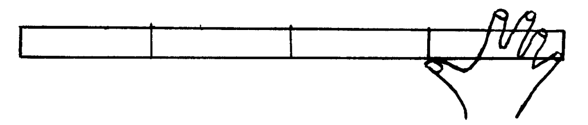
أنشطـــة :-

١- يستخدم الأطفال الوحدات السابقة أو بعضها فى قياس أشياء داخل حجرة الدراسة فمثلا طول الحجرة - عرضها - طول المنضدة - طول وعرض كتاب الرياضيات - طول القلم وهكذا

ويسجل الأطفال نتائجهم بوحدات طبيعية ، ويقارن الأطفال نتائجهم مع بعضهم البعض .

ويجب أن نعرف أن كثيرا من المقاييس سوف لاتعطى عددا دقيقا من الوحدات. فلا نحاول فى هذه المرحلة التعامل مع كميات صغيرة لأن كثيرا من الأطفال سوف يشعرون بالسعادة عن إعطاء إجابات بدلالةوحدات صحيحة وإهمال الفروق البسيطة .

٢- يوزع المعلم على الأطفال بعض القطع الخشبية ويطلب منهم قياسها باستخدام " الشبر" ويسجل كل منهم نتائجه.



٣- يقيس الأطفال بعض الأطوال خارج حجرة الدراسة . وسوف يجدون أن بعض الوحدات التى استخدموها داخل الفصل لاتصلح لقياس الأطوال خارج الفصل وذلك لطول الأخيرة .

ويجب إعطاء الأطفال الفرصة لإيجاد قيمة تقديرية للشئ المراد قياس طوله قبل القياس الدقيق

مرحلة ٢) استخدام وحدات مقننـــة لقياس الطول

يجب اتخاذ قرار يتعلق بأى وحدات الطول تقدم أولا : هل هى المتر أو الديسيمتر أو السنتيمتر ؟ . المتر وحدة كبير ولكنه غير مفيد فى قياس الأطوال الصغيرة (مثلا طول حرف الكتاب) .

الديسمتر مقدار مناسب للأطفال ولكنه نادرا مايستخدم فى الحياة العملية . السنتيمتر مفيد فى قياس الأطوال الصغيرة ولكنه ليس مفيدا فى المسافات الطويلة (مثلا طول حجرة الفصل).

وعلى ذلك فما الذى يجب تجنبه فى المرحلة الأولى ؟ بالطبع هو تقديم استخدام وحدتين فى نفس الوقت .

أى يجب تقديم وحدة واحدة ومن خلال أنشطتها سوف يرى الأطفال بأنفسهم الحاجة إلى وحدة أصغر أو أكبر .

ويجب علينا أن نتذكر أنه إذا استخدم المتر أولا فبعد ذلك يتطلب الأمر استخدام وحدة أصغرلسببين :

أ - لقياس الأطوال بدقة أكثر .

ب - لقياس أطوال أصغر من المتر .

وقد يكون من الأفضل أن نبدأ بعصا مترية غير مدرجة أو خيرزانة وفى مرحلة لاحقة تقسم إلى مائة سنتيمتر .

وهذا يمكننا من شرح ١سم وبعدئذ يمكن استخدام المسطرة (المقسمة إلى سنتيمترات فقط) بالنسبة للأطوال الصغيرة .

كما أنه من المهم استخدام رمزى المتر والسنتيمتر استخداما صحيحا رمز المتر هو م ورمز السنتيمتر هو سم كما يجب على المعلم أن يفهم أن هذه رموزا ليست اختصارات للكلمة ولا فرق بين المفرد والجمع فمثلا

١ متر = ١ م ، ٧ أمتار = ٧ م

١ سنتيمتر = ١ سم ، ١٣ سنتيمتر = ١٣ سم

أنشطـــة : -

١- يزود الأطفال بعض مترية غير مرقمة أو خيرزان يقيسون بها أطوالا مناسبة مثل طول وعرض حجرة الدراسة ، طول الباب طول منضدة الطفل ، المسافة بين علامتين على الأرصفة ، أطوالا متنوعة خارج حجرة الدراسة .

وبالنسبة لكل تلك الأطوال ليس من المفضل أن تكون قياساتها عددا صحيحا من الأمتار .

ويكفى فى هذه المرحلة بالنسبة للأطفال إعطاء كل إجابة لأقرب متر أى أنهم يجب أم يستخدموا أفكارا مثل أكثر بقليل من أربعة أمتار ، تقريبا سبعة أمتار حوالى ستة أمتار ونصف المتر .

يتحقق الأطفال بسرعة من أنه ليس بإمكانهم القياس بدقة باستخدام عصا مترية غير مرقمة ولا يمكنهم قياس أطوال أصغر من متر .

وعندئذ يجب مناقشة طرق التغلب على هاتين الصعوبتين كما يجب تقديم فكرة تقسيم المتر إلى أجزاء صغيرة . ويجب أن يقترح الأطفال بأنفسهم عدد الإجزاء التى يمكن أن يقسم إليها المتر .

ويجب أن يقود ذلك إلى فكرة استخدام العشرات والمئات .

ويمكن تقديم فكرة الديسيمتر ومناقشتها باختصار ولكن من الأفضل الإستمرار فى جعل السنتيمتر أصغر وحدة لكى نجعل القياس أبسط مما يمكن .

٢- بعد المناقشة التى تتعلق بتقسيم المتر إلىأجزاء أصغر يزود الأطفال بقطع من الخشب مقسمة إلى سنتيمترات هكذا .

ويجب تجنب استخدام المساطر الجاهزة المشتراه والمقسمة إلى سنتيمترات ومليمترت فى هذه المرحلة (لأن علامات المليمترات قد تربك بعض الأطفال) ويستخدم الأطفال هذه القطع الخشبية المرقمة لقياس أطوال أقصر من المتر كما أنه من غير المستحسن أن تكون الأطوال أعدادا تامة من السنتيمترات ولهذا نستخدم فكرة القياس لأقرب سنتيمتر . وتستخدم عبارات مثل تلك التى استخدمت مع الأمتار فى القياس مرة ثانية فى قراءة النتائج .

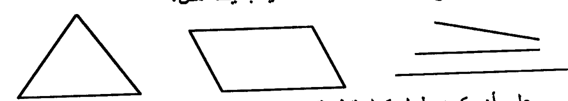
٣- قياس أجزاء أو أطوال أشياء من الجسم بالسنتيمترات يروق لمعظم الأطفال فمثلا كل طفل يمكن أن يقيس ، بمساعدة زميله :

- طوله (وقد يكون من المفضل أحيانا عمل ذلك بأن يرقد طفل على الأرض)
- طول أى ذراع - طول قدم.
- الطول بين أصابعه عندما يقف الطفل مادا ذراعيه

- طول الخطوة - طول قفزة وهكذا .

٤- يستمر الأطفال فى استخدام مساطر (١٥سم ، ٢٠سم ، ٣٠ سم) مقسمه إلى سنتيمترات فقط لقياس أطوال مختلفة داخل حجرة الدراسة مثل طول وعرض كتاب الرياضيات - طول قلم - أبعاد ورقة على شكل مستطيل أو مثلث وهكذا.

٥- من المفيد اختبار قدرة الأطفال على القياس الدقيق بالسنتيمترات ويكون ذلك باستخدام قطع مستقيمة وأشكال هندسية بسيطة مثل.



على أن يكون طول كل قطعة مستقيمة عددا صحيحا من السنتيمترات ويكتب الأطفال طول كل قطعة بالقرب منها.

٦- يجب أن يتدرب الأطفال كثيرا على تقدير طول بعض الأشياء داخل حجرة الدراسة مثل المبينة بالجدول التالى أولا ثم يقيسونها بدقة ويسجلون النتائج هكذا.

الشـــــىء	التقـــدير	القيـــــاس
	حوالى ـــــ سم	ـــــ سم
	حوالى ـــــ سم	ـــــ سم
	حوالى ـــــ سم	ـــــ سم
Pink Star Eraser	حوالى ـــــ سم	ـــــ سم

٧- يعمل الأطفال فى محموعات ويكون مع كل مجموعة حوالى ٤٠ مصاصة بأطوال مختلفة ويقيس الأطفال طول كل مصاصة لأقرب سنتيمتر ثم يعرضون نتائجهم بعد ذلك فى صورة جدول كالتالى :

الطول (لأقرب سم)	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
عدد المصاصات	٢	٣	٥	٦	٤	٠	٧	٤	٨	٢	٧

٨- عندما يتمكن الأطفال وتتكون لديهم الثقة فى القياس لأقرب سنتيمتر يمكن تقديم المليمتر . وذلك يمكن الأطفال من القياس بدقة أكبر وأنه إذا أردنا جعل عملية أختبار الأطفال فى القياس سهلة يكون من المفيد تزويد كل طفل بمجموعة من الخطوط لقياسها كما فى نشاط ٥ ويسجل كل نشاط هكذا على سبيل المثال طول الخط ٧ سم ، ٤ مم (عند تقديم الكسور العشرية تكتب الأطوال هكذا ٧,٤ سم ولايجب كتابة الأطوال بالصيغة العشرية قبل تقديم الكسور العشرية)

ويجب توقع إختلافات بسيطة فى إجابات الأطفال ثم يواصل الأطفال بعد ذلك قياس أطوال أشياء مناسبة داخل حجرة الدراسة مستخدمين سم ، مم

مرحلة ٣ : استخدام الوحدات الكبيرة فى قياس الطول (الكيلو متر)

عند تقديم وحدة قياس الأطوال الكبيرة يجب أن نتذكر أن فكرة الكيلو متر قد لاتكون غير حقيقية بالنسبة للأطفال إذا لم يقوموا بأنفسهم بعمل علامات على مسار أو طريق لكل واحد كيلو متر طول ويمكن اجراء ذلك بطرق متنوعة فمثلا :

يمكن أن يستخدم الأطفال قطعة من الحبل طولها ٢٥م . وعندئذ تكون ٤٠ علامة بهذا الخيط على طريق تمثل واحد كيلو متر ويمكن أن يحسب الطفل أيضا : كم عدد الخطوات التى يأخذها فى قطع علامة من الطول مقدارها ١٠٠ متر عبر مسار معين وبضرب هذا العدد من الخطوات فى ١٠ ينتج عدد الخطوات فى الكيلو متر الواحد. وإذا مشى طفل هذه الخطوات الآن على طريق فسوف تتكون لديه بعض الأفكار عن الكيلو متر لأنه سوف يتذكر النشاط ، وسوف يفكر فيه عندما يتعامل مع أنشطة أخرى تأتى من الكيلو متر ويجب ربط وحدات الطول فى النظام المترى بعضها ببعض لكى تثبت فى ذهن الطفل ومن الأمثلة المفيدة فى ذلك توضيح خاصية الضرب فى ١٠ أو القسمة على ١٠ من خلال جدول هكذا.

ملليمتر	سنتيمتر	ديسيمتر	متر	ديكا متر	هكتومتر	كيلو متر
مم ١/١٠٠٠ م	سم ١/١٠٠ م	دم ١/١٠ م	م ١م	دكم ١٠م	هكم ١٠٠م	كم ١٠٠٠

مرحلة ٤) المسافة

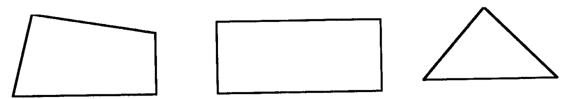
يعتبر تقديم المسافة امتدادا للطول حيث تستخدم فيه وحدة الكيلو متر ومن الأمثلة الواقعية فى تقديم المسافة ما يتعلق بالمسافة بين بلدين كالقاهرة والأسكندرية مثلا ويقدم

مفهوم المسافة فى المرحلة الإبتدائية من خلال موضوع الحركة والذى يتضمن أيضا مفهوم السرعة والزمن ويجب تدريس هذا الموضوع من خلال أمثلة واقعية يلمسها الطفل فى حياته .

المحيـــط

المحيط لـه علاقة بالطول حيث يمكن الحصول على محيط أى شكل بإيجاد مجموع أطوال أضلاعه . وفكرة المحيط ليست صعبة الفهم على الطفل ويجب أن يتدرب الأطفال على إيجاد محيط الأشكال ذات الأحرف المستقيمة وعلى إيجاد محيط الدائرة.

فبالنسبة لمحيط الأشكال ذات الأحرف المستقيمة يجب أن يتدرب الأطفال على إيجاد محيطات مضلعات مرسومة فى صورة أشكال هندسية منتظمة وغير منتظمة هكذا.



كما يجب أن يتدرب الأطفال على مسائل لفظية على المحيط مثل يراد عمل سور لحديقة منزل ... وغيرها حتى تثبت قوانين إيجاد المحيط للأشكال الهندسية المنتظمة مثل المثلث - المربع - المعين المستطيل - متوازى الأضلاع فى اذهان الأطفال.

محيط الدائرة :

أن تقديم "ط" واستخدامها فى إيجاد محيط الدائرة خطوة هامة بالنسبة للأطفال . ويجب أن نوضح أن القيم التى نستخدمها للتعبير عن ط (كسر اعتيادى $\frac{٢٢}{٧}$ أو كسر عشرى ٣,١٤) تقريبية .

ويجب أن يبنى الأطفال أفكارهم عن ط من خلال الأنشطة التى يقومون بها بأنفسهم قدر الإمكان

ولهذا فهم يحتاجون إلى أن نزودهم بأشياء مثل علب اسطوانية الشكل - أطباق – إطارات دراجات - عملة معدنية - علب كرتون ... الخ)

حيث يقيس الأطفال قطر ومحيط الدوائر التى تكون جزءاً من تلك الأشياء ويمكن قياس قطر الدائرة عن طريق :

أ - تحريك مسطرة على الدائرة حتى نحصل على أكبر قمية للقياس وهذه القيمة الكبرى هى القطر

ب ـ وضع الشئ الدائرى بين كتابين واقفين على طاولة ثم قياس المسافة بين الكتابين
ويمكن قياس المحيط عن طريق :
أ ـ استخدام الطريقة المبينة فى الشكل المقابل
وتتضمن لف شريط من الورقة حول الشئ الدائرى وفى نهاية اللفة نستخدم مسمارا أو دبوسا لعمل ثقب ثم نفرد الشريط على طاولة ونقيس المسافة بين الثقبين فتعطى هذه المسافة محيط الدائرة.

المحيط

وقد لايرى بعض الأطفال ، على أى حال ، الاتصال بين هذه المسافة وبين المحيط. ولتوضيح أن الطولين متساويان يجب أن يقطع الشريط من ثقب الدبوس ثم يلف مرة ثانية حول الشئ الدائرى .

ب ـ لف قطعة من الحبل أو الخيط حول الشئ الدائرى عدة مرات ثم يقاس طول الخيط ويقسم على عدد الدورات (اللفات) الكاملة التى لفت على الشئ ويقيس الأطفال باستخدام طرق مثل السابقة أقطار ومحياطات أشياء دائرية عديدة ثم تكتب قائمة بالنتائج ثم يقسم الأطفال المحيط على القطر لكل زوج من النتائج فيجدون أن خارج كل قسمة يزيد قليلا عن ٣ .

ويجب أن يستخدم الأطفال عندئذ القيمة ٣ لإيجاد القيمة لمحيطات دوائر أخرى بقياس القطر وضرب الناتج × ٣ وعلى الأطفال أن يفهموا أن النتائج التى حصلوا عليها ليست بالضبط . وأن القيمة الدقيقة لكل محيط أكثر قليلا من القيمة المحسوبة .

ونحتاج عند هذه المرحلة إلى مناقشة الكسر الذى يجب إضافته إلى ٣ والطريقة التى حاول بها القدماء التعامل مع هذه الصعوبة قد تشوق الأطفال وتساعدهم على فهم لماذا تم ادخال الرمز "ط"

ونحن نحتاج إلى عناية فى تقديم ٣,١٤ كقيمة تقريبية لأقرب رقمين عشريين لـ ط قبل استخدام القيمة $\frac{١١}{٧}$ لأنه إذا قدم الرمز أولا فسوف يعتقد الأطفال أنه القيمة الدقيقة وسوف يفكرون عندئذ فى ٣,١٤ على أنها تقريب عشرى لـ $\frac{١١}{٧}$.

وباستخدام ط تكون قاعدة محيط الدائرة هى

ح = ٢ ط نق

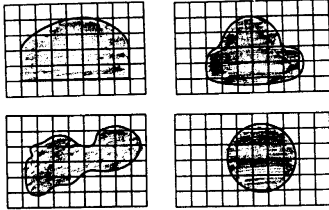
حيث نق تعبر عن نصف قطر الدائرة و ط نعوض عنها بـ ٣,١٤ أ ، $\frac{٢٢}{٧}$ كقيمة تقريبية .

المساحـــــة

مساحة الشكل هى عدد الوحدات المربعة التى تلزم لتغطية سطحه وقد وجد بياجيه أن الأطفال يدركون مفهوم المساحة على ثلاث مراحل بحسب أعمارهم وعلى هذا يجب تقديم المساحة على مراحل كما يجب تجنب تقديم القوانين فى مرحلة مبكرة وبصورة سريعة وفيما يلى مراحل تقديم المساحة :

مرحلة ١) تقدير المساحة

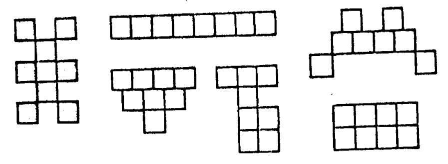
ويتم ذلك بتزويد كل طفل بشبكة تربيعية عليها الشىء أو الشكل المراد حساب مساحته كما هو مبين.



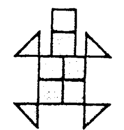
حيث يقوم الطفل بحساب عدد المربعات المغطاة بكل شكل وإذا كانت الشبكة التربيعية بالسنتيمترات فيمكن حينئذ تقديم فكرة السنتيمتر المربع على أنه كمية الفراغ المغطى بواحد من المربعات ويمكن أيضا تقديم الرمز سم٢ ويجب تزويد الأطفال بأنشطة عديدة تتضمن استخدام الشبكة التربيعية فى إيجاد المساحة .

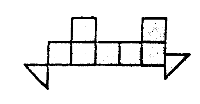
مرحلة ٢) بقاء (حفظ المساحة)

يجب على المعلم ، خلال هذه الأنشطة المتعددة ، التأكد من فهم الأطفال للفكرة الهامة التى تتعلق ببقاء (حفظ) المساحة وأحد طرق توضيح ذلك هو تزويد كل طفل بورقة إضافية مربعات ١سم يصنع الطفل بها أشكالا متنوعة بنفس عدد المربعات فمثلا باستخدام ثمانية مربعات يمكن عمل أشكالا مثل المبينة فيما يلى ويجب أن يتحقق الأطفال من أن مساحة كل شكل من الأشكال ٨ سم ٢



ويمكن استخدام أنصاف المربعات أيضا لعمل أشكال مثل :



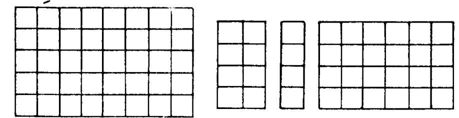


ومرة ثانية يجب أن تكون لدى الأطفال القدرة على أن يقولوا أن مساحة كـل شـكل هـى ٨ سم٢

مرحلة٣) إيجاد مساحة الأشكال الشائعة

مساحة المستطيل

يرسم المعلم عدة مستطيلات مختلفة ويطلب مـن الأطفـال تحديـد عـدد المربعـات التى يحتويها طول المستطيل وعدد المربعات التى يحتويها عرض المستطيل وعدد



المربعات التى يحتويها المستطيل كله ومن ثم تحديد مساحة المستطيل ثم يحـاول المعلم أن يقود الأطفال إلى اكتشـاف العلاقـة بيـن ضـرب طـول المسـتطيل فـى عرضـه وبيـن مساحته وذلك من خلال الجدول التالى :

المستطيل	الطول	العرض	المساحة	الطول × العرض
(١)				
(٢)				
(٣)				
(٤)				

ومن خلال توجيهات المعلم يمكن أن يصل الأطفال إلى قاعدة مسـاحة المسـتطيل وهى مساحة المستطيل = طول المستطيل × عرضه ويجب التأكيد على أن الناتج يكـون

بالسم٢ فى حالة ما إذا كان القياس بالسم أو متر٢ (م٢) إذا كـان القيـاس بـالمتر ثـم يقـوم المعلم بإعطائهم تمارين وأنشطة على إيجاد مساحة المستطيل لتأكيد الفهم

مساحة المربع

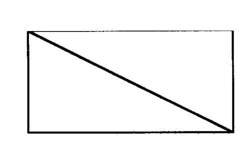
إذا فهم الأطفال مساحة المستطيل فهما سليما فمن السهل عليهم جـدا فهـم مسـاحة المربع حيث أن المربع حالة خاصة من المستطيل أى هو مستطيل ولكن بعديه متساويان أى أضلاعه متساوية

وبالتالى يمكن أن يستنتج الأطفال مساحة المربع هكذا :

مساحة المربع = طول الضلع × طول الضلع = مربع طول الضلع

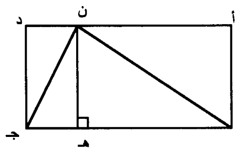
مساحة المثلث

أ - يرسم الأطفال مستطيلا بحيث يكـون بعداه أعدادا صحيحة من السنتيمترات (اسـتخدام ورقـة مربعـات مفيــد) ثـم يوجدون مساحة المستطيل .



ثم يرسم قطر للمستطيل كما هو مبيـن ويقطـع المسـتطيل إلـى مثلثيـن ثـم يوضـع المثلثان الناتجان من القطع فوق بعضهما (أحدهما على قمة الآخـر) لبيـان أن لهمـا نفـس المقدار ثم تناقش فكرة أن مساحة المثلث هى نصف مساحة المستطيل.

وفـى نشـاط آخـر يطلـب المعلـم مـن كـل طفل رسم مستطيل وأخذ نقطة علـى أحـد ضلعـى المسـتطيل وتوصيلهـا بطرفـى الضلع المقابل واسقاط عمود منها على



الضلع المقابل كما بالشكل المقابل ثم يناقش المعلم الأطفال حتى يكتشفوا مايلى : -

مساحة المثلث = نصف مساحة المستطيل

$= \frac{١}{٢} \times$ (طول المستطيل × عرض المستطيل)

$= \frac{\text{طول القاعدة × طول الارتفاع}}{٢}$

أو $= \frac{١}{٢}$ القاعدة × الارتفاع

من الانشطة السابقة يجب على الأطفال أن يعززوا فكرة إيجاد مساحة المثلث بقياس قاعدته وإرتفاعه المناظر وضربهما فى بعض وقسمة الناتج ÷ ٢ ويجب العناية والتأكد من أن الأطفال قد فهموا أنه يمكن إستخدام أى ضلع من أضلاع المثلث الثلاثة كقاعدة ، وبالنسبة للمثلثات منفرجى الزاوية يفضل إستخدام الضلع المقابل للزاوية وذلك لتجنب التعقيدات.

مساحة متوازى الأضلاع :-

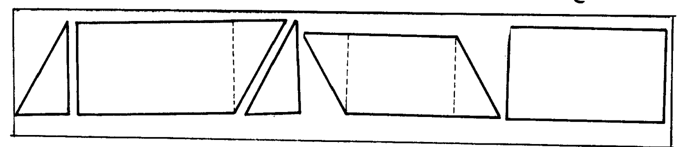
يمكن إستخدام مساحة المثلث كمدخل لتدريس مساحة متوازى الأضلاع كما يمكن إستخدام مساحة المستطيل أيضا لنفس الغرض كما يلى:

١- يوزع المعلم علىكل طفل متوازى أضلاع ومستطيلا من الورق المقوى ومتساويان فى المساحة.

٢- يطلب المعلم من كل طفل رسم إرتفاعى متوازى الأضلاع كما بالشكل.

٣- يطلب المعلم من كل طفل قص أحد المثلثين الناتجين من رسم الإرتفاعين ولصقة بالمثلث الأخر حتى يظهر الشكل مستطيلا.

٤- يطلب المعلم مقارنة مساحة المستطيل بالشكل الناتج من تغيير شكل متوازى الأضلاع.



٥- يناقش المعلم مع الأطفال مساحة المستطيل = الطول × العرض وبما أن قاعدة متوازى الأضلاع تساوى قاعدة المستطيل وإرتفاعه يساوى عرض المستطيل فإن ذلك يساعد على الوصول إلى القاعدة التالية:

مساحة متوازى الأضلاع – طول القاعدة × الإرتفاع.

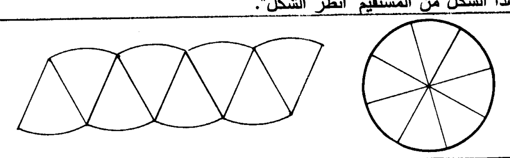
ثم يكرر الأطفال هذا النشاط بمتوازيات أضلاع أخرى مختلفة عن الأول فى الأبعاد ثم تعطى تمارين لتأكيد الفهم.

مساحة الدائرة

يمكن الإستفادة من قاعدة مساحة متوازى الأضلاع فى إيجاد قاعدة لمساحة الدائرة عن طريق النشاط التالى.

١- يطلب المعلم من كل طفل أن يرسم دائرة على ورق مقوى ثم يقسمها إلى شرائح على شكل قطاعات متساوية ويقصها بالمقص.

٢- يطلب المعلم منهم وضع هذه القطاعات بجانب بعضها بحيث يتكون شكل متوازى أضلاع تقريبا ويوضح المعلم أنه كلما زاد عدد هذه القطاعات كلما إقتربت قاعدة هذا الشكل من المستقيم "انظر الشكل".



٣- يناقش المعلم مع الأطفال علاقة طول القاعدة بمحيط الدائرة.

وطول الإرتفاع بالنسبة للمتوازى بالنسبة لقطر الدائرة حتى يصل الأطفال إلى أن طول قاعدة متوازى الأضلاع = $\frac{1}{2}$ طول محيط الدائرة.

طول إرتفاع متوازى الأضلاع = نصف قطر الدائرة

وبما أن مساحة متوازى الأضلاع = القاعدة × الإرتفاع

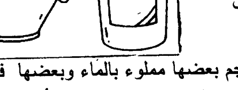
فتكون مساحة الدائرة هى نصف المحيط (ح) × نصف القطر (نق)

ولما كان محيط الدائرة ٢ ط نق

فإن المساحة = ط نق ٢

السعـــــة

السعة من المفاهيم الصعبة على الأطفال فى المرحلة الإبتدائية ولهذا يجب تقديمها بالتدريج وبإستخدام الأنشطة الإيجابية من قبل الأطفال وفيما يلى مراحل تقديم السعة.

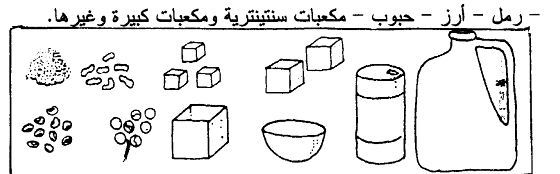


مرحلة ١) مقارنة السعة

أ- يقارن الأطفال بين وعائين مملوءين بالماء لتحديد أيهما يحتوى على كمية من الماء أكثر من الآخر وذلك بالتخمين ثم التحقق بسكب الماء أو الرمل من أحد الإناءين فى الأخر.

ب- يستخدم الأطفال أوعية مختلفة الشكل والحجم بعضها مملوء بالماء وبعضها فارغ مثل المبينة بالشكل التالى والتى تتضمن بعض الصناديق، إسطوانات، أشكال غير

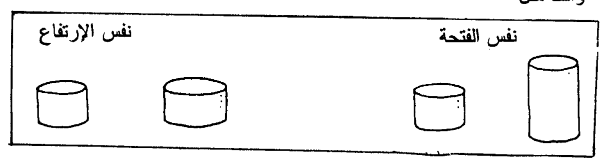
منتظمة بالإضافة لبعض الأشياء التى يمكن إستخدامها فى الماء والسكب مثل (ماء - رمل - أرز - حبوب - مكعبات سنتينترية ومكعبات كبيرة وغيرها.



ويستخدمها الأطفال فى تحديد أيهما يحوى أكثر وأيهما يحوى أقل

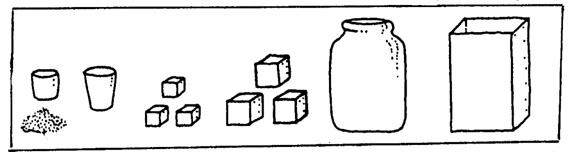
٢- ترتيب الأوعية.

٣- تحديد عدد الأوعية التى يمكن ملؤها بالكمية الموجودة فى الإناء الكبير لأن الأطفال يكتسبون خبرة من خلال تعاملهم مع انشطة الرمل والماء، وقد ينخدعون حتى الكبار منهم بشكل الوعاء وقد لا يتنبأ بعضهم بأى الوعاءين يحتوى ماء أكثر ولتقليص هذا التشويض والآرتباك يجب أن يستخدم المعلم أوعية تختلف فى شىء واحد مثل



مرحلة ٢ قياس السعة بوحدات غير معيارية.

أنشطة الأدوات : كما بالشكل



١- يسأل المعلم الأطفال أسئلة مثل :

- ما عدد المكعبات الصغيرة من الأرز التى يمكن أن يحتويها البرطمان؟

- ماعدد الأكواب الكبيرة من الأرز التى يمكن أن يحتويها الإناء المكعبى؟
- ما عدد المكعبات الصغيرة من الأرز التى يمكن أن يحتويها الإناء المكعبى؟
- ما عدد المكعبات الكبيرة من الأرز التى يمكن أن يحتويها الإناء المكعبى ؟

مرحلة ٣) إختيار الوحدة : تقدير وقياس السعة بإستخدام الوحدات المعيارية.

يمكن قياس سعة أى وعاء بالسنتيمرات المكعبة. ولكن فى الحياة اليومية غالبا ما يستخدام اللتر والملليلتر.

ويمكن تقديم اللتر على أنه كمية السائل التى تكفى لماء مكعب طول ضلعه ١٠سم. كما أن إستخدام المكعب أيضا ليساعد الأطفال على فهم أن السنتيمتر المكعب والملليلتر متطابقان فى الحجم.

١٠سم

وعندما يملأ المعكب بالماء فإننا نعرف أن كمية الماء يمكن وصفها ١٠٠٠سم٣ أو ١لتر.

الملليلتر = $\frac{١}{١٠٠٠}$ من اللتر ولكن أيضا ١سم٣ = $\frac{١}{١٠٠٠}$ من اللتر. ولهذا فإن كلا من ١سم٣، ١ ملليلتر يصف نفس كمية الماء.

وحينما تفهم هذه العلاقة فيمكن مساعدة الأطفال على بناء بعض الأفكار حول الملليلتر إذا جمعوا بعض زجاجات الأدوية وأوعية أخرى تكون فيها كمية السائل عند علامة معينة. وقد توجد زجاجات مكتوبا عليها ٩٨ مل على سبيل المثال وزجاجة أخرى مكتوب عليها ١٥٠سم٣ وعلى ذلك فإستخدام هاتين العلامتين يساعد فى تعزيز الربط بين ١سم٣، ١ ملل ويرى الأطفال أيضا كمية السائل الممثلة بـ ٩٨ ملل، بـ ١٥٠ سم٣.

ويمكنهم الإستمرار لإيجاد كم عدد المرات التى تلزم لملء أحد الزجاجتين بالماء للحصول على ١ لتر. ويجب عليهم التحقق من العلامة المكتوبة على الزجاجة. فمثلا سوف نحتاج إلى أن تملأ الزجاجة ٩٨ ملل عشر مرات تقريبا للحصول على لتر واحد من الماء. ويساعد هذا النوع من النشاط على تذكر الأطفال للعلاقات.

١٠٠٠ ملل = ١ لتر ، ١٠٠٠سم٣ = ١ لتر

كما يجب تقديم الصور العشرية أيضا لهاتين العلاقتين فمثلا

١ ملل = $\frac{١}{١٠٠٠}$ لتر = ٠,٠٠١ لتر .

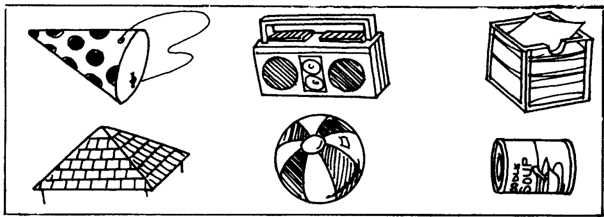
١سم٣ = $\frac{١}{١٠٠٠}$ لتر = ٠,٠٠١ لتر.

الحجـــــم

يرى كثير من التربويين تأخير مفهوم الحجم إلى الفترة الأخيرة من المرحلة الإبتدائية وذلك لأن الأطفال لا يدركون المحافظة على الحجم إلا عند حوالى سن الحادية أو الثانية عشرة ويفضل أيضا تقديم الحجم على مراحل.

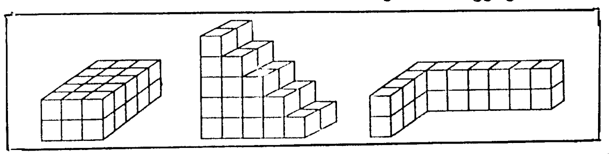
مرحلة ١) اللعب بإستخدام عدة أشكال تمثل حجوما.

يعرض المعلم على الأطفال مجموعة من الأشكال من الورق المقوى والتى تمثل حجوما ويناقشهم فى التعرف على أسمائها وبعض خصائصها مثل المبينة بالشكل التالى



مرحلة ٢) : مرحلة بناء المفهوم :

يعرض المعلم مجموعة كم الأشكال المبينة بإستخدام المكعبات الصغيرة أمام الأطفال هكذا وتدور المناقشة حول



أ- عدد المكعبات الصغيرة التى يحتويها كل شكل.

ب- عدد المكعبات الصغيرة التى تظهر أمام الطفل أى تكون وجه الشكل والتى تكون خلف الشكل والتى تكون قمة الشكل.

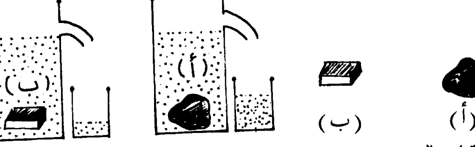
والتى تكون فى قاع الشكل والتى تكون على جانبى الشكل وهكذا. ثم يرسم كل طفل عدد الأوجه التى يراها على ورقة بيضاء وبعد المناقشة يتعرف الأطفال على الأشكال ثلاثية البعد والتى تشغل حيزا من الفراغ.

مرحلة ٣) تعريف الحجم:

بعد مناقشة الأشكال فى مرحلة ٢ السابقة يوضح المعلم للأطفال أن الحجم هو قياس الحيز الذى يشغله جسم صلب فى الفراغ.

مرحلة ٤) مقارنة الحجم

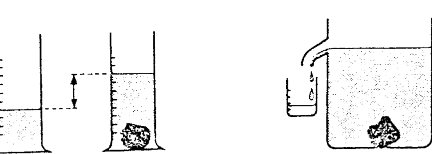
تستخدم مقارنة السعة فى مقارنة حجمى جسمين يغمران فى الماء (أو فى أى سائل آخر) بحيث لا يذوبان فيه ثم تتم مقارنة الماء المزاح فى الحالتين كما بالشكل.



مرحلة ٥) قياس الحجم :

أ- عن طريق الإزاحة يمكن قياس حجم أىجسم بغمرة فى الماء وتقاس كمية الماء المزاح بالملليلتر باستخدام إناء مدرج ويكون حجم الماء المزاح هو حجم الجسم المغمور (أ).

ويمكن أن يوضع الجسم المغمور مباشرة فى إناء مدرج ويلاحظ التغير فى مستوى الماء كما فى (ب). وإذا طفا الجسم فوق سطح الماء فيجب إستخدام قطعة من الخشب لجعله يغطس فى الماء.



ب- قياس الحجم بالحساب

يمكن قياس حجم بعض الأشكال الهندسية الشائعة مثل متوازى المستطيلات والمكعب والإسطوانة والمنشور بالحساب، ولكن يجب البدء بأنشطة عملية لترسيخ المفهوم فى ذهن الأطفال.

أولا: حجم متوازى المستطيلات

١- يزود المعلم كل طفل بمكعبات طول حرف كل منها اسم ليقيس أبعادها

٢- يعرض المعلم على الأطفال صندوقا على شكل متوازى مستطيلات كالمبين على اليسار ويسأل السؤال التالى

ما عدد المكعبات التى نحتاجها لملىء هذا الصندوق ؟

[الإجابة هى حجم الصندوق]

ثم يسير العمل حسب الخطوات التالية:

خطوة ١	خطوة ٢	خطوة ٣
ما عدد المكعبات التى تلزم لعمل صف واحد؟	ما عدد المكعبات التى تلزم لعمل طبقة واحدة ؟	ما عدد المكعبات التى تلزم لعمل ٤ طبقات؟
صف واحد = ٢ مكعب	طبقة واحدة = ٢ × ٣ مكعبا	٤ طبقات = ٢×٣×٤ مكعبا

وبالمناقشة يصل الأطفال إلى أن الحجم = الطول × العرض × الإرتفاع

= ٢ × ٣ × ٤

= ٢٤سم٣

ومن المناقشة أيضا يمكن صياغة القاعدة التالية.

حجم متوازى المستطيلات = الطول × العرض × الإرتفاع

ثم تعطى تدريبات متدرجة تبدأ بتدريب مثل أوجد الحجم

الحجم = ٦ × ٢ × ٣ = ______ سم٣

وبعد ذلك تأتى تدريبات حسابية ثم مسائل لفظية وعلى المعلم أثناء الشرح أن يشرح للأطفال أن حجم مكعب طول ضلعه ١سم يسمى سنتميترا مكعبا والطريقة المختصرة لكتابة السنتيمتر المكعب هى سم٣ وقد يكون من المفيد ربط ذلك باستخدام سم٢.

ثانيا حجم المكعب

المكعب حالة خاصة من متوازى المستطيلات وإذا فهم الأطفال متوازى المستطيلات فيكون من السهل عليهم فهم المكعب. والوصول إلى علاقة لتعيين حجمه مشتقة من علاقة متوازى المستطيلات وهى

حجم المكعب = طول الضلع × طول الضلع × طول الضلع

أو مكعب طول الضلع

ويعطى ذلك الحجم بالسم٣

المنشور والإسطوانة

إذا فهم الأطفال فكرة إيجاد الحجم عن طريق إيجاد المساحة للقاعدة وضربها فى الأرتفاع فستكون لديهم القدرة على إيجاد حجم أى منشور (قاعدته على شكل مثلث متساوى الأضلاع أو مثلث قائم الزاوية أو قاعدته على شكل مسدس) ففى حالة المسدس يقسم إلى مثلثات.

والإسطوانة تعتبر حالة خاصة من المنشور حيث تعتمد على العبارة الهامة التى إستخدمت فى متوازى المستطيلات والمنشور وهى ضرب مساحة القاعدة × الإرتفاع.

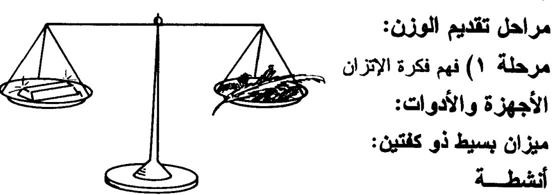
الــــــوزن

يوجد إختلاف بين مفهومى الكتلة Mass والوزن Weight يجب توضيحه حتى يزول اللبس. دعنا نفكر فى قطعة من الطين وقطعة من الحديد فى نفس الحجم. بالتعامل معهما يمكن معرفة أنهما مادتان مختلفتان بسهولة. وعلى الجانب الآخر إذا أمسكناهما وتركناهما فسوف يسقطان على الأرض بسبب قوة جذب الأرض لهما. قورة جذب الأرض هذه تسمى وزن الشيء.

بإمكاننا أن نقارن بين وزن الحديد والطين بتعليق كل منهما على ميزان خيطى نقيس الشد فى الخيط فنجد أن الحديد يشد الخيط أكثر من الطين.

إذا أخذنا الطين والحديد فى الهواء بعيدا عن سطح الأرض فإن قوة جذب الأرض لكل منهما سوف تكون أصغر وعلى هذا فإن وزن كل منهما سوف يكون أصغر من الوزن على سطح الأرض.

وعلى ذلك فنسمى كمية المادة بكتلتها أى أن كتلة جسد ما هى مقدار ما يحتويه الجسم من مادة. ويجب أن نعرف أن كتلة أى مادة لا تتغير ولكن وزنها يمكن أن يتغير تبعا لموضعها بالنسبة لمركز الكرة الأرضية بتغيير المكان.



مراحل تقديم الوزن:

مرحلة ١) فهم فكرة الإتزان

الأجهزة والأدوات:

ميزان بسيط ذو كفتين:

أنشطـــة

١- يقارن الأطفال بين كميتين ثم يخبرون المعلم بأيهما أثقل أو يكتبون عبارة بسيطة.

٢- من خلال مقارنة وزن أزواج من الأشياء فى النشاط السابق يرتب الأطفال ثلاثة أشياء حسب الوزن.

٣- تكوين فكرة الإتزان عند الأطفال وذلك بجعلهم يضعون أى شىء فى أحدى الكفتين ثم يضعون مادة أخرى مناسبة تدريجيا حتى يصير ذراع الميزان أفقيا.

وفى هذه المرحلة فقط يمكن للأطفال أن يفهموا الإتزان كما أنه من الممكن إدخال فكرة جذب الأرض للكتلتين متساوى (مطلوب توضيحها فى هذه المرحلة).

٤- عندما يفهم الأطفال فكرة الإتزان فإنه يصبح فى مقدورهم البدء فى إستخدام بعض وحدات الكتلة الجاهزة.

فعلى سبيل المثال أنهم يزنون أى مادة مع عدد من العملات المعدنية أوأى أشياء صغيرة متكافئة. ويجب أن يصيغوا عبارات تعبر عما يفعلون وتوجد بعض الأوزان الصغيرة والتى يمكن الإستفادة منها فى الإضافة حتى يحصلوا على الإتزان.

ويجب أن يتدرب الأطفال على ممارسة هذا النشاط بأوزان متنوعة.

مرحلة ٢) إستخدام الوحدات المعيارية

أولا : الكيلوجرام

إذا لم يكن الكيلوجرام المعدنى متاحا فعندئذ يمكن عمل بدائل مناسبة بإستخدام الحقيقة التى تقول : كتلة ١سم^{٣} من الماء تساوى تقريبا ١جم. ولهذا فإن ١٠٠٠سم^{٣} من الماء تكون لها تقريبا كتله ١٠٠٠ جرام والتى تعتبر واحد كيلو جرام.

خذ مكعبا مفتوحا من الـورق المقوى أو الكرتـون طـول ضلعـه ١٠سم. واجعل أحرفه ما نعه لتسرب الماء بتشميعها بورق صمغى أو بطلائها عدة مرات بـالزيت (مـع ملاحظة أن ١٠٠٠سم٣ = ١ لتر)

ثم ضع المكعب فى أحـد كفتـى ميزان واملأه بالمـاء وضـع فـى الكفـة الأخـرى للميزان كمية من الطين الصلصال اللين وأضف أو خـذ مـن الصلصـال حتـى يـتزن مـع الماء.

تكون كتلة المـاء حينئذ ١كجم تقريبـا ولهـذا فـإن كتلـة الصلصـال ١كجم تقريبـا ويمكن عمل أوزان متعددة من الصلصال بنفس الأسلوب وبتقسيم ١كجـم مـن الصلصـال إلى جزئين متساويين فى الوزن يمكن عمل $\frac{١}{٢}$ كجم وزنا وأيضا $\frac{١}{٤}$ كجم وزنـا إذا كـان ذلك ضروريا.

ويمكن إستخدام الرمل أو أى مادة أخرى مناسبة بدلا مـن الصلصـال وعلينـا فـى حالة إستخدام الرمل وضعه فى كيس من القطن أو أى مادة أخرى تحفـظ الرمـل سـليما ويجب أن يوضع على كل كيس علامة ١ كجم تقريبا على سبيل المثال.

أنشطـــة :-

١- يمسك الأطفال الكتل ١ كجم حتى يحسوا بها وبعد ذلك يحـاولون تقديـر أى المـواد أثقل أو أقل وزنا من ١ كجم (كتاب - حجر - حذاء) وعليهم أن يعملـوا ذلـك مـع الإحتفاظ بكتله ١كجم فى يد والشيء الأخر فى اليد الأخرى. أى عليهم أن يحسـوا بعضلاتهم بالأثقل أولا ثم يستخدمون الميزان بعد ذلك التحقق من الإجابة.

ويجب تكرار هذا النشاط مع أشياء مختلفة بعضها مصنـوع مـن المعـدن والبعـض الآخر يكون مصنوعا من مواد خفيفة مثل ريش الطيور.

وفى هذه الطريقة يجب أن يبدأ الأطفال فــى رؤيـة أن كتلـه الشـيء لا تعتمـد علـى حجمه فقط.

٢- يوسع نشاط ١ ليشمل أشياء ١كجم ونحتاج فى هـذه الحالـة إلـى ميزان ذى كفتيـن أكبر مما سبق لتقدير بعض الأشياء وليس من المفضل أن يكون الشــيء المطلـوب وزنه يزن عددا تاما من الكيلوجرامات وعلينا إستخدام فكرة أكبر من ٢ كجم وأقل من ٣ كجم، ٢ كجم تقريبا. ومن الممكن تقديـم فكـرة أقـل مـن ٢ كجـم فـى الكفـة والتزويد بالرمل حتى يحدث الإتزان فى الكفتين.

٣- يحاول الأطفال بأنفسهم تقسيم واحد كيلو جرام من الصلصال أو الرمل إلى جزئين متساويين وعندئذ يكون بإمكانهم إستخدام الأوزان ١كجم، $\frac{1}{2}$ كجم لقياس كتل لأقرب $\frac{1}{2}$ كجم.

ويمكن تسجيل النتائج على سبيل المثال هكذا.

وزن الحجر أكبر من واحد كجم ولكنه أقل من $1\frac{1}{2}$ كجم.

٤- يستخدم الأطفال ما لديهم من أوزان ١ كجم، $\frac{1}{2}$ كجم للحصول على وزن ١ كجم من الحبوب مثلا، $\frac{1}{2}$ كجم من الزهور، $1\frac{1}{2}$ كجم من البطاطس. ويجب إستخدام خامات (مواد) من البيئة المحلية كلما أمكن ذلك فى هذا النشاط.

ثانيا : إستخدام الجرام

إستخدام الجرام ليس بالأمر السهل من وجهة النظر العملية لأن الجرام وحده صغيرة جدا وتحتاج إلى ميزان دقيق. ولهذا يبدأ المعلم فى إعطاء الأطفال أشياء خفيفة ليزنوها فيفهم الأطفال أن الوحدة "الكيلو جرام" وحدة كبيرة جدا لقياس وزن شيء صغير وأن هناك حاجة ماسة لوحدة أقل من $\frac{1}{2}$ كجم ، $\frac{1}{4}$ كجم ويبدأ المعلم فى تقديم الجرام ويعرفهم أنه جزء من ألف جزء من الكيلو جرام.

ثم يبدأ المعلم فى عرض وحدات جاهزة معدنية تمثل ١٠جم، ٥٠ جم، ١٠٠جم ، ٢٠٠ جم ، ٥٠٠ جم وهكذا. ويبدأ الأطفال فى تعيين بعض الأشياء باستخدام هذه الوحدات الجاهزة على الميزان.

ويجب أن يتدرب الأطفال على حل مسائل تتضمن عمليات حسابية تتعلق بالوزن مثلا:

ما وزن كتاب الرياضيات وكتاب العلوم معا؟

ما الفرق بين كتاب الرياضيات ووزن زجاجة مياة فارغة؟

ما مقدار وزن ٤ كتب من كتاب الرياضيات الذى وزنته؟

فى هذه الحسابات يستخدم الأطفال الجرامات أو الكيلوجرامات والجرامات، وإذا كان هناك ضرورة يحولون ١٠٠٠ جم إلى ١ كجم أو ١ كجم إلى ١٠٠٠ جم.

وعندما يفهم الأطفال الكسور العشرية حتى الآلف فيجب تقديم الوزن فى صورة عشرية. لكى يفهم الأطفال ذلك عليهم أن يفهموا أولا :

أ) ١ جم = $\frac{١}{١٠٠٠}$ كجم ويمكن عرضها هكذا ٠,٠٠١ كجم.

ب) ٦٧ جم = $\frac{٦٧}{١٠٠٠}$ كجم ويمكن عرضها هكذا ٠,٠٦٧ كجم

جـ) ٢٥٤ جم = $\frac{٢٥٤}{١٠٠٠}$ كجم ويمكن عرضها هكذل ٠,٢٥٤ كجم وهكذا.

ويمكن أن يستمر الأطفال فى حسابات تتضمن (+، - ، ×، ÷) والتى تكون الأوزان فيها بالكيلوجرام وكسور عشرية من الكيلو جرام.

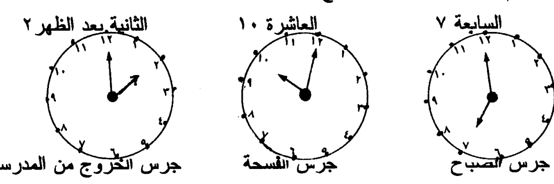
الزمـــن Time

الزمن أحد مفاهيم القياس التى تقدم فى المرحلة الإبتدائية. ويتم تقديم الزمن على مراحل وفيما يلى بعض المراحل المقترحة.

مرحلة ١) الإخبار عن الزمن بالساعة

الأجهزة والأدوات

١- خرائط الوقت : وهى عبارة عن مجموعة من الساعات ترسم على لوحة وتعلق أمام الفصل بحيث يراها جميع الأطفال.



٢- ساعة الفصل

وهى ساعة خشبية أو بلاستيكية يمكن تحريك عقاربها بسهولة كما يمكن أن تخرج الأرقام من مكانها وتعاد فى أماكنها الصحيحة.

عقرب الدقائق

عقرب الساعات

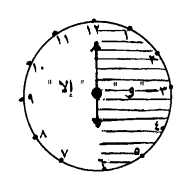
أنشطـــــة :-

١- يناقش المعلم مع الأطفال أوضاعا مختلفة للساعة حسب مواعيد من مواقف حياتهم حتى يألفها الأطفال.

٢- يبين الأطفال زمن حدوث بعض الأطفال بإستخدام ساعة الفصل وذلك بتحريك العقارب لضبط الوقت.

٣- يعمل الأطفال كأفراد أو فى مجموعات حسب عدد الساعات المتاحة ثم يطلب المعلم منهم أن يبينوا الساعة ٢، ٥، ٧، .... ويحتاج هذا النشاط إلى التكرار عدة مرات.

مرحلة ٢) إستخدام أجزاء الساعة (النصف والربع)



لمساعدة الأطفال على فهم فكرة النصف والربع يمكن إستخدام ساعة يقسم وجهها إلى قسمين ويظلل أو يلون أحد نصفى الوجه وتكتب الكلمتان "و" و "إلا" كما هو مبين.

يحرك الأطفال عقرب الدقائق دورة كاملة أى على سبيل المثال تتحرك الساعة من ٢ بالضبط إلى ٣ بالضبط ثم بعد ذلك يحولون العقرب نصف دورة ويقولون الساعة إثنان ونصف ثم تناقش فكرة تحريك العقرب ربع دورة وعلينا أن نتأكد أن الأطفال فهموا أنه فى حالة الربع يسير عقرب الدقائق إلى ثلاثة وفى هذه الحالة يقول الأطفال الساعة إثنان وربع. ثم يحرك عقرب الدقائق مرة أخرى بمقدار ربع أخر ويقول الأطفال الساعة إثنان وربعان أى إثنان ونصف. وهذا يعطى تدريبا أخر على تكافؤ نصف وربعين.

وبتدوير عقرب الدقائق حتى يصل إلى ٩ يقول الأطفال الساعة إثنين وثلاثة أرباع وتناقش فكرة أنه بعد ٢ وثلاثة أرباع إذا أدرنا عقرب الدقائق ربع دورة تصبح الساعة ثلاثة بالضبط. وحينما يفهم الأطفال ذلك يمكن تقديم ومناقشة ثلاثة إلا ربع.

سوف يحتاج بعض الأطفال إلى مزيد من التدريب على إستخدام "و" "إلا" ويجب تكرار النشاط عدة مرات بإستخدام الدوران على كل أرقام الساعة.

ملاحظة : أثناء هذه الأنشطة قد تتولد فكرة جديدة وهى تحريك عقرب الساعة مع عقرب الدقائق وهذا سوف يساعد الأطفال على فهم أنه فى نصف ساعة يتحرك عقرب الساعات نصف مسافة ولتكن مثلا بين ٢، ٣ وفى ربع الساعة يتحرك $\frac{١}{٤}$ المسافة بين ٢، ٣.

مرحلة ٣) إستخدام الدقائق

يحتاج الأطفال إلى صورة أخرى لمعرفة الوقت ألا وهى إستخدام الدقائق وطريقة قراءتها من وجه الساعة.

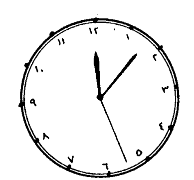
ومن الممكن أن يرتبك الطفل بسرعة عندما يسمع أحد الأفراد وهو يقول إن الساعة ثمانية وعشر دقائق مع أن عقرب الدقائق يشير إلى ٢.

ويحتاج تقسيم الساعة إلى ستين جزءا صغيرا (دقائق) لمساعدتنا فى معرفة الوقت، إلى أن نشرحة للأطفال جيدا ويجب أن تتوفر ساعة حائط كبيرة يتمكن من رؤيتها جميع الأطفال أى يجب أن يرى الأطفال أن تحريك عقرب الدقائق علامة واحدة تعنى دقيقة وأنه يتحرك على مدى ٦٠ علامة.

ويجب أن يعطى الأطفال الفرصة للعد خمسة خمسة حتى ستين ويجب أن يخصص لذلك وقت متسع وأساليب مختلفة أيضا لبيان كيفية إستخدام الجمع المتكرر.

فيمكن إستخدام خط أعداد من ٠ إلى ٦٠ أو جدول ضرب الخمسة أو ساعة مرسومة على السبورة كالمبينة ويمكن إستخدام الدقائاق فى الإخبار عن الوقت بإستخدام "و" ، "إلا" وعندما يمارس الأطفال تدريبات يومية منتظمة على هذه الأفكار يمكنهم الأخبار عن الوقت بثقة وتمكن ودقة.

مرحلة ٤) إستخدام الثوانى



يعرض المعلم على الأطفال ساعة بها ثلاثة عقارب ويعرفهم أن العقرب الثالث يستخدم لقياس أجزاء صغيرة من الزمن تسمى الثانية.

ويعرفهم أنه كلما دار عقرب الثوانى دورة كاملة تحرك عقرب الدقائق دقيقة واحدة ولهذا فإن الدقيقة = ٦٠ ثانية

ثم يبدأ فى عرض اللوحة التالية لوحدات الزمن

٦٠ ثانية (ث)	= ١ دقيقة (ق)
٦٠ دقيقة	= ١ ساعة (س)
٢٤ ساعة	= ١ يوم
٧ أيام	= ١ أسبوع
١٢ شهر	= ١ سنة
٥٢ أسبوع تقريبا	= ١ سنة
٣٦٥ يوم	= ١ سنة
٣٦٦ يوم	= ١ سنة كبيسة

مرحلة ٥) التحويلات والعمليات الحسابية على وحدات الزمن

وفيها يتدرب الأطفال بوفرة على تحويل الدقائق إلى ثوان وإلى ساعات وهكذا ثم يتدرب الأطفال على جمع وطرح وضرب وقسمة وحدات الزمن من خلال أمثلة ومسائل واقعية من حياتهم.

تعليق ومتابعة

يمكن وصف الفياس بأنه العملية التى يستخدم فيها الطفل الأعداد لتصميم ملاحظاته عن الخواص الطبيعية للشيء مثل الطول والمساحة والكتلة والحجم... وعند تدريس القياس يجب التأكد من قدرة الأطفال على مبدأ "المحافظة" أو "البقاء" فقدرتهم على يفهم بقاء الطول تأتى فى سن الثامنة تقريبا وبالنسبة للمساحة فلا يفهم الطفل بقاء المساحة إلا بعد الثامنة من عمره. وقد جاء هذا التقدير العمرى من خلال تجارب لكثير من العلماء مثل أرنولد وكوبلاند وبياجيه واتخذ مطوروا ومخططوا مناهج الرياضيات نتائج هذه التجارب كأساس لبناء المجالات التتابعية للأنشطة التى تتعامل مع القياس ويجب أن تكون خبرة الأطفال الأولى مع الإستكشاف ثم الوحدات غير المعيارية وفى النهاية تقدم الوحدات فى القياس.

وحيث أن الأطفال يتعلمون مفاهيم القياس تدريجيا فقد إقترح Fuys & Tischler ست أنواع من أنشطة القياس التى يجب أن يعملها الأطفال بأنفسهم تحت إشراف وتوجية المعلم لمساعدة الأطفال على : أ- فهم عملية إختيار وحدة ما (مثل سم، م). ب- تقدير القياس جـ- إستخدام الأجهزة والأدوات (مثل المسطرة والمنقلة) لقياس الأشياء التى فى العالم المحيط بهم.

وفيما يلى وصف لهذه الأنشطة

نوع النشاط	النشاط
١	مقارنة الأشياء: مقارنة مباشرة أولا ثم مقارنة غير مباشرة.
٢	القياس بإستخدام وحدات غير معيارية (مثل اليد أو الدبوس فى حالة الطول).
٣	إختيار وحدة ثم القياس والتقدير بهذه الوحدة بإستخدام أشياء محسوسة.
٤	إمتداد القياس لربط الوحدات مثل العصى المترية.
٥	بناء أدوات قياس مثل المسطرة.
٦	إستخدام أداة القياس فى القياس والتقدير.

وهذه الأنشطة يجب أن تتم بالترتيب كما يجب على المعلم أن يحاول إثارة دافعية الأطفال لتعلم معنى عملية القياس من خلال تطبيقات واقعية من حياتهم وفيما يلى بعض المعلومات التى تساعد على التفكير فى إختيار وحدات الطول المناسبة

الكيلو متر: مسافة يمكن أن تمشيها فى ١٥ دقيقة تقريبا

المتر حوالى عرض اطار باب غرفة

السنتيمتر حوالى عرض اصبعك الصغيرة

الميلميتر حوالى سمك سن القلم الرصاص

وفى تدريس الطول يجب ان يعرف الأطفال أنه يوجد نظامان لقياس الطول هما النظام المترى والنظام الإنجليزى وأن النظام المترى أخذ يشيع وينتشر فى معظم أنحاء العالم للأسباب التالية:

١- التشابه والمقابلة الموجودة فى العلاقة بين وحدات الطول ووحدات الوزن ووحدات السعة.

٢- الوحدة الأساسية وهى المتر فى النظام المترى تستنبط من ظواهر طبيعية بصفة دائمه.

٣- مجموعة من الإختصارات للرموز يمكن إستخدامها لقواسم ومضاعفات كل وحدات القياس وهذا يبسط عملية تحويل وحدة إلى أخرى.

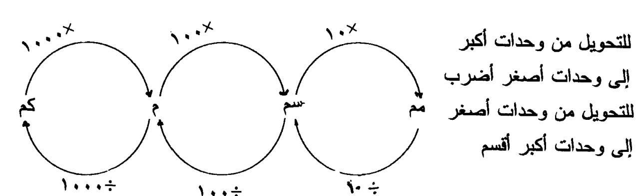
٤- إستخدام الكسور العشرية فى النظام المترى سوف ينقص من إستخدامات الكسور الإعتيادية وهذا يعنى تقليل الوقت الذى يأخذه الأطفال فى إجراء العمليات الحسابية وهذا الوقت المتوفر يمكن الإستفادة به فى أعمال تعليمية أخرى.

٥- ألفة كثير من الناس بالمتر والجرام واللتر وقواسمها ومضاعفاتها.

٦- النظام المترى لغة قياس شاملة.

ومن الأفكار الهامة التى تتعلق بالطول أيضا تحويل وحدات الطول حيث يتطلب حل المسائل القدرة على التحويل من وحدة أكبر إلى وحدة أصغر أو العكس وقد تساعد ترجمة قواعد التحويل فى صورة مخطط كالتالى على حفظ القواعد

للتحويل من وحدات أكبر
إلى وحدات أصغر أضرب
للتحويل من وحدات أصغر
إلى وحدات أكبر أقسم



ثم يتدرب الأطفال على أسئلة شفوية مثل

- عندما نحول من أمتار إلى سنتيمترات فإن الوحدات الناتجة سوف تكون أكبر أم أقل؟
- هل نقسم أم نضرب إذا إردنا التحويل من أمتار إلى سنتيمترات ؟
- كيف تعرف العدد الذى يجب أن تضرب فيه أو تقسم عليه ؟وهكذا

ويجد المعلمون أن طلابهم فى نهاية المرحلة الإبتدائية وحتى فى المرحلة الثانوية لا يستطيعون استخدام المسطرة فى قياس الطول استخداما صحيحا . ومما يسبب الصعوبة فى القياس أن الطفل لايفهم عملية القياس كازاحة متكررة للوحدة وبعض الأطفال يحتاجون إلى التدريب على القياس باستخدام وحدات غير معيارية وعلى اختيار وحدة قياس مناسبة قبل التدريب على استخدام المسطرة وعند استخدام المسطرة يجب أن يوجه المعلم نظر الأطفال إلى قواعد الاستخدام الصحيح للمسطرة حيث يجب وضع بداية التقسيم فى المسطرة على نقطة بداية القطعة المستقيمة هكذا.

ثم عدد وحدات (مسافات) كاملة حتى نهاية القطعة المستقيمة كما يجب أن تكون المسطرة فى وضع مطابق للقطعة المستقيمة أو موازية لها ولاتوضع مائلة لأن ذلك يسبب أخطاء فى قياس الطول ويجب أن يتدرب الأطفال على ذلك بوفره .

وتوجد عدة مبادئ يجب أن نضعها فى اعتبارنا ونحن نعد أنشطة القياس للأطفال منها :ـ

أ ـ لكى نبنى فهما جيدا لأى قياس فيجب أن يمارس الأطفال القياس من خلال أنشطة عملية .

ب ـ قبل قياس أى شئ يجب أن يخمن (يقدر) الأطفال النتيجة المحتملة وبعد ذلك يقارن الأطفال تقديراتهم مع القياس الدقيق . وبهذه الطريقة يبنى الأطفال أفكارا جيدة

بالتدريج عن المقدار الحقيقى للشئ المقاس ويصبحون أكثر خبرة ومهارة فى تقديراتهم .

جـ يجب تشجيع الأطفال على التفكير فى أكثر المقاييس مناسبة للإستخدام عندما يجرون القياس فمثلا عند قياس طول حجرة يجب أن يفكروا فى استخدام المتر والسنتيمتر بدلا من السنتيمتر والملليمتر .

د ـ لكى نتعامل بسرعة وسهولة مع الحسابات التى يتضمنها القياس يجب أن يتمكن الأطفال من كتابة نتائج القياس بالصورة العشرية فمثلا ٢ متر ، ٣٥ سم تكون ٢,٣٥ متر .

هـ- لا يستخدم فى الصناعة والتكنولوجيا أكثر من وحدتين فى أى قياس فمثلا عند قياس قطعة من الخشب تعطى الأطوال بالأمتار المليمترات فقد يكون الطول ٧م ، ٢٨٥ مم وهذا يجنبنا إستخدام ٧م، ٢٨سم، ٥مم. كما أنه يمكن كتابته هكذا ٧,٢٨٥م أى أننا يجب أن تتذكر هذا النوع من التحديد فى تدريسنا. ويجب عدم إستخدام أمثلة تأتى فى أكثر من وحدتين.

و- تقديم أصغير وحدة للقياس يحقق غرضيين هما:

أولا: يمكننا من إجراء قياسات أكثر دقة (فمثلا بدلا من إعطاء الطول لأقرب سم يمكننا أن نقول أن الطول ٧سم، ٤مم لأقرب مم).

ثانيا: يمكننا من قياس الكميات الصغيرة (يمكن قياس الأطوال التى أقل من ١سم).

معلومات إضافية

١- نبذة تاريخية عن حساب الزمن:

منذ زمن طويل والناس على وعى تام بتعاقب الليل والنهار وبتغيير شكل القمر وفصول السنة. كما أنهم يعتقدون أن هناك قوة عظمى (الله سبحانه وتعالى) وراء هذا النظام البديع من التغيرات وحتى قرون قليلة مضت لم يكن أحد يعرف نظام الكون هذا وأسبابه ويفهمه فهما كاملا. حيث كان السبب وراء تلك الصعوبة هو البدء فى محاولة قياس الوقت.

وقد تولدت أفكار نتيجة الأحداث اليومية فى الكون مثل: عند الفجر - ثلاثة أقمار مضت - رحلة يومين - أثناء المطر السابق.

ولم يكن الأمر سهلا للوصول إلى (إيجاد) نموذج مناسب لقياس الوقت ولكن بفضل الله أصبح ممكنا عندما تم التعرف على أن الأرض تدور حولا الشمس وفى نفس

الوقت تدور حركة ذاتية حول محورها وأن القمر يدور حـول الأرض وكـان ذلـك بدايـة رؤية كيفية اليوم – الشهر – السنة والعلاقة بينهم وحتى ذلك الوقت كانت هناك مشكلة وهى أن القمر يأخذ وقتا محددا من الأيـام للحركة فـى السـنة. حيث وجد أن الوقـت الـذى تـأخذه الأرض فـى دورتهـا حـول الشمس حوال ٣٦٥ يوما، ٥ سـاعات، ٤٨ دقيقة ، ٤٥ ثانية.

والوقت الذى يؤخذ فى دوران القمر حول الأرض يتغير من

٢٩ يوما، ٧ ساعات، ٢٠ دقيقة إلى.

٢٩ يوما، ١٩ ساعة، ٣٠ دقيقة.

ملاحظة : الوقت الذى يستغرقه القمر لعمل دورة واحـدة حـول الأرض يسـمى الشـهر القمرى.

وبالنظر إلى تلك الأوقات فإننا نرى أنه من الصعب إيجاد تنظيـم بسيط ذى عـدد محدد ودقيق من الأيام فى كل شهر قمرى وعدد محدد للشهور القمرية فى السنة.

وتم بحمد الله بعد محاولات كثـيرة التوصـل إلـى النظـام الحـالى والـذى يتضمـن عددا مختلفا من الأيام فى التقاويم الشهرية.

كما أننا نجد أيضا ٣٦٥ يوما فى بعض السنوات ، ٣٦٦ يوما فى أخـرى السـبب فى ذلك يبدو واضحا إذا تذكرنا أن الطول الحقيقـى للسـنة. أكبر بقليل مـن ٣٦٥ يومـا. الفرق هو ٥ ساعات، ٤٨ دقيقـة، ٤٥ ثانيـة. هـذا تقريبـا ربـع يـوم ولهـذا أجـرى تعديل بإضافة يوم للسنة الميلادية كل ٤ سنوات ويضاف هذا اليوم فى السنة التى تقبـل القسـمة على ٤ وقد أمدنا هذا التنظيم بما يسمى السنة الكبيسـة Leap year ولكـن لسـوء الحظ مازال هذا التنظيم غير تام وغير مرض وذلك لأن السنة الميلاديـة طويلـة لأنهـا $\frac{1}{4}$٣٦٥ يوم (٣٦٥ يوما، ٦ ساعات) بدلا من ٣٦٥ يـوم، ٥ سـاعات، ٤٨ دقيقـة، ١٥ ثانيـة. أى مازال هناك فرق ١١ دقيقة، ١٥ ثانية. فى ٤٠٠ سنة هذا الفرق يكون ٣ أيام.

وبأخذا هذا فى الإعتبـار تحـذف ٣ أيـام مـن التقويـم كـل ٤٠٠ سـنة فعلـى سـبيل المثـال السنوات ٢١٠٠، ٢٢٠٠، ٢٣٠٠ (بالرغم من أنها تقبل القسـة علـى ٤) إلا أنهـا ليسـت سنوات كبيسة. السنة ٢٤٠٠ كبيسة.

أى أنه يوجد الأن فرق بين الزمن الذى نستخدمه فى التقويم وبين الزمن الحقيقـى حوالى ٣ ساعات فى كل ٤٠٠ سنة وهذا ما يشغلنا ويقلقنا.

٢- وحدات القياس فى النظام الإنجليزى

أ- وحدات الطول :

وحدة قياس الطول تسمى اليـاردة yard وهى عبارة عن طول قضيب خاص من البرونز موضوع فى لندن. ووحدات الطول المعيارية هى البوصة inch (in) وهى تعادل ٢,٥٤سم تقريبا والقدم feet (ft) والياردة والميل والقدم يعادل ٣,٤٨ , من المتر والميل mile (mi) يعادل ١,٦٠٩كم والتكافؤ بين وحدات الطول فى النظام الإنجليزى هكذا

١٢ بوصة = ١ قدم، ٣ قدم = ١ ياردة، ٥٢٨٠ قدم = ١ ميل.

ب- وحدات الوزن :

وحدات الوزن هى الأونس ounce (oc) وتساوى ٢٨,٣٥حجم والباوند pound (lb) وتساوى ٠,٤٥كجم تقريبا والطن Ton (T) والتكافؤ بين وحدات الوزن هكذا

١٦ أونس = ١ باوند ٢٠٠٠ باوند = ١ طن

وحدات السعة

وحدات السعة فى النظام الإنجليزى هى الأونس السائلة fluid ounce (floz) والكوب cup (c) والباينت pint (pt) والكوارت quart (qt) والجالون gallon (gal) والتكافؤ بينها هكذا.

٨ (fl oz) = ١ كوب ، ٢ كوب = ١ باينت

٢ باينت = ١ كوارت ، ٤ كوارت = ١ جالون

والكوب يعادل ٠,٢٤ لتر تقريبا والباينت يعال ٠,٤٧ لتر والكوارت يعادل ٠,٩٥ لتر والجالون يعادل ٣,٨ لتر تقريبا.

٣- السنة الضوئية والوحدات الفلكية

تقاس المسافة بين المدن الكبرى بالكيلومتر أو الميل، فالمسافة بين نيويورك وشياغو مثلا ١٧٠٠ ميل تقريبا.

ولكن الأميال تصبح وحدة غير عملية لقياس المسافة بين شيئين إذا كانت تفصل بينهما مسافة كبيرة جدا فمثلا المسافة بين الأرض وبين أقرب نجم تقريبا

Alpha centauri تقريبا ٢٥ تريليون ميل بمعنى أنها تساوى... ... ... ٢٥ميل

والفلكيون يريدون وحدات للقياس بحيث تكون مفيدة فى قياس الفرق الفسيح فى الفضاء والوحدة التى يستخدمونها هى السنة الضوئية وهى تعنى المسافة التى يمكن أن يقطعها الضوء فى سنة واحدة ولما كانت سرعة الضوء ... ١٨٦ ميلا فى الثانية فإن الضوء يسير فى السنة الضوئية حوالى ... ... ٥٨٥٠ ميلا.

وبإستخدام هذا القياس فإن المسافة بين الأرض وأقرب نجم فى السماء هى ٤,٢ سنة ضوئية وهذا عدد ملائم لقياس تلك المسافة. ولكن المسافة بين نيويورك وشيكاغو ٢٩ ... ...,٠ سنة ضوئية وهذا قياس غير مناسب.

ويستخدم الفلكيون وحدة أخرى تسمى الوحدة الفلكية (AU) وهى تساوى ... .. ٩٢٩ ميلا تقريبا وهى المسافة التقريبية بين الأرض والشمس وباستخدام هذه الوحدة فإن بلوتو pluto أبعد كوكب عن الشمس يبعد عن الشمس بمقدار ٣٩,٤ وحدة فلكية.

أختبـــر فهمــك

١- صف ستة أنشطة متتالية لتدريس مفهوم الطول.

٢- لماذا يجب أن يكتسب الأطفال الخبرة فى إستخدام الوحدات غير المعيارية قبل إستخدام الوحدات المعيارية؟

٣- ما يقصد بـ "بقاء الطول"؟ وهل يتوقع من الأطفال الذين لهم يتمكنوا من مفهوم "بقاء الطول" أن يعملوا أنشطة القياس؟

٤- كيف أن دراسة النظام المترى تساعد الأطفال على بناء مفهوم القيمة المكانية فى كل من الصفوف الدنيا والصفوف العليا من المرحلة الإبتدائية؟

٥- شاهدت أحد أطفالك يقيس ٣سم من حافة الورقة ووضع المسطرة كما بالشكل كيف يمكنك مساعدة هذا الطفل ليفهم مفهوم القياس الخطى؟

٦- إشرح كيف أن وحدات النظام المترى للطول والسعة الوزن بينهما علاقات متبادلة.

٧- كيف تتأكد من فهم أطفالك لمفهومى بقاء المساحة، بقاء الحجم.

٨- ما أسباب صعوبة مفهوم السنة لدى الأطفال من وجهة نظرك؟

٩- أكمل ما يأتى

٥٠٠ملل = ــــ ل ، ١٠٠سم٢ = ــــ سم٢ ، ١,٥سم٣ = ــ سم٣،

٥٠٠سم٢ = ــــ م٣ ، ٧٥٠٠٠٠مم = ــــ كم، ١,٥ ل = ــــ ملل،

٠,٠٨م = ــــ سم ، ٠,٠٥ كم = ــــ سم

١٠- أفحص سلسلة كتب الرياضيات بالمرحلة الإبتدائية وقارن بين أنشطة القياس بها وبين الأنشطة الموصوفة فى هذا الفصل هل هناك فروق دالة؟ إذا كانت الإجابة بنعم حدد هذه الفروق.

الفصل الحادى عشر
الهندسة

- مقدمة
- التوبولوجى
- الأشكال الهندسية (المجسمات - الأشكال المستوية)
- مفاهيم هندسية أساسية.
- تصنيف وتسمية الأشكال المستوية.
- الزوايا
- التحويلات الهندسية
- التطابق والتشابه
- الإنشاءات الهندسية
- إستخدام الأشكال الهندسية فى الناحية الجمالية

من المتوقع بعد قراءة هذا الفصل ودراسته أن يصبح الدراس قادرا على أن:-

- يفهم لماذا يجب تضمين منهج الرياضيات بالمرحلة الإبتدائية بعض مفاهيم التوبولوجي.
- يميز بين الهندسة الأقليدية والتوبولوجي.
- يصمم بعض الأنشطة الملائمة لتقديم بعض مفاهيم التوبولوجى للأطفال.
- يفرق بين الهندسة الشكلية والهندسة غير الشكلية.
- يشرح للأطفال المفاهيم الهندسية الأساسية (النقطة - القطعة المستقيمة -الشعاع- المستقيم) من منظور حدسى.
- يعرف كيفية بناء المجسمات الهندسية.
- يشرح لماذا يكون من المفضل أن نبدأ فى التعامل مع الأطفال فى الهندسة بالمجسمات بدلا من الخطوط والأشكال الهندسية.
- يساعد الأطفال على تصنيف وتسمية الأشكال المستوية.
- يشرح مفاهيم التحويلات الهندسية بطريقة حدسية.
- يميز بين الأشكال المتطابقة والأشكال المتشابهة ويصف أنشطة تساعد الأطفال على تنمية فهمهم للتشابه والتطابق.
- يؤدى بعض الإنشاءات الهندسية أمام الأطفال.
- يعرف الأخطاء التى يقع فيها الأطفال عند قياسهم للزاوية ويعرف كيفية علاج هذه الأخطاء.
- يستخدم الأشكال الهندسية فى الناحية الجمالية.

من المتوقع بعد أن يكمل الطفل الأنشطة الموصوفة فى هذا الفصل أن يصبح قادرا على أن :-

- يفهم بعض المفاهيم التوبولوجية مثل القرب والإنفصال والتطويق (المنحنى المغلق - المنحنى المفتوح - والتطويق بحد).
- يفهم ماذا يقصد بالوجه - الحرف - الرأس.
- يختار ويسمى- المكعب - متوازى المستطيلات الإسطوانة - الكرة - المخروط.

- يميز بين الخطوط المستقيمة والخطوط المنحنية.
- يكتب أسماء الأشكال المعطاة.
- يعرف بعض الخواص البسيطة للمجسمات والأشكال الهندسية.
- يفهم فكرة المضلع المنتظم.
- يفهم فكرة خط (محور) التماثل.
- يطبق أفكار التطابق والتشابه بصورة حدسية.
- يرسم وينسخ بعض الأشكال.
- يعمل بعض الإنشاءات الهندسية.
- يستخدم بعض الأشكال الهندسية فى بناء شكل جمالى.

مقدمـــــة :

إشتقت كلمة هندسة Geometry مـن الكلمتيـن الأغريقيتين قيـاس measure والأرض (Geo) earth وكـان الغرض الأساسى للهندسة هـو قيـاس الأرض. والآن تستخدم الهندسة فى مجالات عديدة منها الفيزياء، الكيمياء، الجيولوجيا كما تستخدم فى مجـالات تطبيقيـة مثل الرسم الميكـانيكى والرسم المعمـارى وعلم الفلك كما تسـتخدم التركيبات الهندسية فى الفنون وفى التصميم وباختصار يمكن القول أن الهندسـة تستخدم فى معظم الحضارة الإنسانية.

والهندسة- كمادة دراسية - جذبت مؤرخى العلم والتربيـة أكثر مـن أى فرع أخر من فروع الرياضيات ويمكن إرجاع ذلك إلى:

أ- الأهمية التى وضعها الأغريق القدماء للهندسة كمعيار للتفكير المنظم.

ب- الدور الأساسى الذى لعبته الهندسة فى التطور التاريخى لعلم الرياضيات.

وتلعب الهندسة دورا هاما ومتزايدا فى منهج الرياضيات بالمرحلـة الإبتدائيـة وهى واحدة من المجالات المهارية الأساسية التى يجب تنميتها. ويرى معظم الريـاضيين التربويين أن: الهندسة توفر أنجح وسيلة للتوصل إلى فهم الرياضيـات فهمـا حدسيا ولذا فإنها جديرة بأن تحظى بمجال أوسع ضمن المنهج والهندسة تفتح الطريق أكثر من أفرع أخر من فروع الرياضيات- إلى معظم الميادين الرياضية الأخـرى أن لم نقل كلها.

ويذكر فياله (١٠) أنه فى تدريس الهندسة يعتمد مبدءان اثنان:

١- الإنطلاق من المحسوس ضمن بيئة الطفل وتصور هذا المحسوس كجسم هندسى مثالى دون إعتبار لمادته ولا لخصائصه.

٢- الإنتقال من التجربة الفراغية إلى التطبيق العملى لتلك التجربة وأن التمثيـلات فى الفراغ أو فى المستوى بفضل دور الوساطة التى تقوم به تكون عونا قيمـا ومجـالا للتمارين لا يستهان به.

ويقـول بياجيـه "أن دراسـة الهندسـة ترتبـط بدراسـة كـل البنيـات الأساسـية فــى الرياضيات وهذا يشكل صعوبة فى دراستها ويكسبها فى نفس الوقت أهمية كبيرة. وهـى بالنسبة للطفل وليدة تجربته ويجب الإعتنـاء فـى المرحلـة الأولـى مـن التعليـم الإبتدائـى بالناحية التجريبية التى تتطلب الممارسة العملية"

ومن خلال إستعراض عدة دراسات متعلقة بتدريس الهندسة للأطفال يرى الكاتب أن يتضمن منهج الرياضيات بالمرحلة الإبتدائية ما يلى:

- مفاهيم توبولوجية.
- الأشكال الهندسية: التعرف على الأشكال المجسمة_ الأشكال المستوية – الأشكال المتطابقة والمتشابهة – خصائص بعض الأشكال الهندسية.
- مفاهيم أساسية فى الهندسة: النقطة – القطعة المستقيمة – الشعاع – الخط المستقيم.
- الزوايا أنواعها وقياسها
- التحويلات الهندسية.
- الإنشاءات الهندسية.

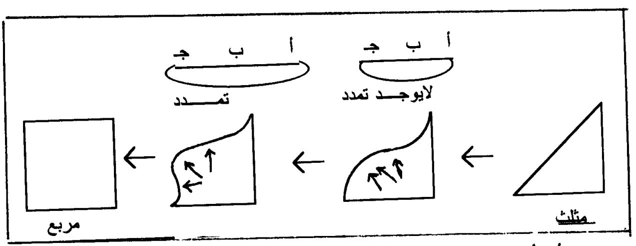
ويتم تدريس ذلك حدسيا من خلال قيام الطفل بأنشطة عملية يتعامل فيها مع أشياء ملموسة مثل المجسمات والنماذج ويقوم بأنشطة الطى والنسخ والقياس وهكذا ثم ينتقل تدريجيا إلى المجرد فى نهاية المرحلة الإبتدائية وفيما يلى وصف مختصر لتقديم الهندسة فى المرحلة الإبتدائية:-

التوبولوجى:

ركزت كثير من البحوث التى تناولت فهم الأطفال للمفاهيم الفراغية على أقوال بياجيه والتى ملخصها أن الأطفال الصغار يستخدمون أولا الملامح التوبولوجية للشكل فى بناء تمثيل عقلى له أى أن النظرة الأولى للطفل الصغير هى نظرة توبولوجية ومع النضج ينظر إلى العالم الأقليدى.

والتوبولوجى هو دراسة الخواص الهندسية النوعية الجوهرية بدون إعتبار للعدد أو القياس وهذه الخواص مستقلة عن الوضع والشكل والحجم. وهذه الخواص لا تتغير سواء تمدد الشكل أو إنحنى أو إنكمش، وذلك يعنى أن الأشكال فى التوبولوجى ليست جاسئة ولا متماسكة ولا ثابتة فى شكلهاوهيئتها بل هى مطاطية يمكن تغيير هيئتها وشكلها فمثلا فى حالة الرباط المطاطى نلاحظ خاصية وجود

ب- بين أ،جـ بقيت كما هى عندما تمدد الرباط المطاطى. وكمثال اخر أعتبر الدائرة المغلقة المكونة بالرباط المطاطى بصرف النظر عن كيفية تمدده أو إنحنائه حيث تسمى كل الصيغ التالية للرباط المطاطى متكافئة.



أى أنه فى التوبولوجى المثلث مكافىء للمربع لأن أحدهما يمكن تحويله إلى الأخر بدون تمزيق tearing المحيط والتغير الوحيد الذى حدث هو أن الوتر للمثلث يمكن تمديده بدرجة كافية ثم ثنيه لتكوين المربع وسنقتصر فى هذا السياق على المفاهيم التوبولوجية التالية:

القرب proximity - الفصل separation - التطويق enclosure (مغلق مفتوح) - التطويق بحد (داخل - خارج) surrounding by a boundary - البينية betweeness.

١- القرب proximity

العلاقة التوبولوجية المبكرة التى يستخدمها الطفل هى الإدراك البصرى للقرب حيث يميز الطفل بين الأشياء القريبة والأشياء البعيدة والقرب علاقة نسبية بمعنى أن الحكم على شىء بقربه أو بعده يستند إلى المقياس أو الدليل المستخدم.

ويميز الأطفال القرب على مستويين:

فى المستوى الأول يقارن الطفل قرب أو بعد شيئين إذا كان معا على نفس الخط من البصر.

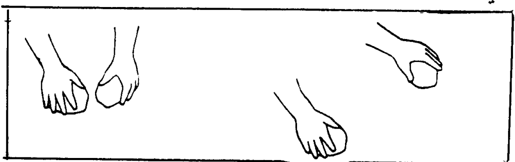
وفى المستوى الثانى يقارن الطفل قرب أو بعد شيئين لا يقعان فى نفس الإتجاه.

والمستوى الثانى أكثر صعوبة وذلك لأن الطفل يجب عليه أن يحتفظ بصورة بصرية وعقلية لوضع معين لشيء ما ثم يقارن تلك الصورة بوضع الشيء الأخر.

أنشطـــــة:

١- يضع المعلم كرسيا أمام الأطفال ويطب من أحدهم الجلوس عليه ثم يعين المعلم شيئين فى الفصل ويطلب من الطفل الذى يجلس على الكرسى تحديد أى الشيئين أقرب له وأيهما أبعد ويكرر النشاط من خلال طفل أخر وشيئين أخرين وهكذا. ومن الممكن أن يسأل المعلم كل طفل أن يحدد شيئاً قريبا منه وشيئا بعيدا عنه.

٢- يستخد المعلم كيسين من الخرز أو الأزرار أو أى شيئين متشابهين ويطب من طفلين أن يضع كل منهما الكيسين بالقرب من بعضهما مرة وبعيدا عن بعضهما مرة ثانية هكذا



٣- يطلب المعلم من عدد من الأطفال الوقوف أمام الفصل وفى مواجهته ثم يطلب من كل منهم أن يتحرك عدة خطوات فى إتجاه المعلم حتى يقول المعلم قف ثم يسأل المعلم: من أقرب لى؟ ومن أبعد لى؟.

٤- يستخدم المعلم علبا فارغة ملونة ويرتبها على خط مستقيم أو خط منحن مغلق وأخر غير مغلق ويحاور الأطفال بقصددب إستخدام العبارات أقرب، أبعد، يساوى فى البعد، حيث يضع المعلم يده على إحدى العلب ويسأل: ما هى أقرب العلب إلى التى أمسك؟ وما هى أبعدها عنها؟ ثم ينتقل إلى علبة أخرى ويسأل الأسئلة نفسها.

٥- يعرض المعلم لوحة عليها مجموعة من الصور مثل حيوانات وشجرة ويسأل الأطفال: أى الحيوانات أقرب إلى الشجرة وأيها أبعد عنها ثم يكرر السؤال بتحديد قرب أو بعد حيوان بعينه من الصورة.

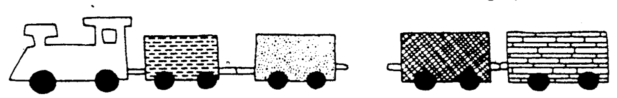
٢- الإنفصال Separation

مهارات الإنفصال هى القدرة على فهم ما إذا كانت الأشياء متلامسة أو غير متلامسة أى مترابطة أو غير مترابطة، وأيضا وصف العلاقة بين الأشياء. وتبدأ تنمية هذه المهارات بملاحظات بسيطة مثل الباب منفصل عن الحائط وهكذا. وهذه المهارات يجب أن تصقل حتى يتمكن الطفل من التعامل مع العلاقات الإفتراضية بين الأشياء (مثل يضع أزرا بحيث تكون متلامسة) أو يصنع أحكاما تتعلق بالإنفصال لأشياء عندما تكون العلاقة إفتراضية على هذه الأشياء ولا تحدث فى بيئه الطفل. (مثل: يسير طفلان وبين كتفيهما برتقالة).

أنشطـــة:-

١- يوفر المعلم لكل طفل قطعتين من الورق ومجموعة أزرار ويطلب من كل طفل أن يضع كل الأشياء على ورقة بحيث تكون متلامسة وكل الأشياء على الورقة الأخرى توضع بحيث تكون منفصله ثم يجرى المعلم حوارا مع الأطفال بقصد إستعمال العبارات متلامسة وغير متلامسة.

٢- يعد المعلم صورتين لقطار ويعرضهما على الأطفال بحيث تظهر عربات القطار فى الصورة الأولى منفصلة وفى الصورة الثانية متصلة بحيث يتمكن الأطفال من التميز بين الأشياء المتصلة والمنفصلة ومن الممكن أن يسأل المعلم السؤال التالى: فى الرسم الذى أمامك هل يمكن للعربات القليلة أن تجر القطار كما ترى؟ لماذا؟ لماذا لا يمكن؟



٣- يعد المعلم صورا لمجموعة أشياء متلامسة ومنفصلة ويعرضهل على اللوحة الوبرية أو السبورة حتى يتمكن الأطفال من التمييز بين الأشياء المتلامسة والمنفصلة.

٣- التطويق (مفتوح - مغلق) enclosure

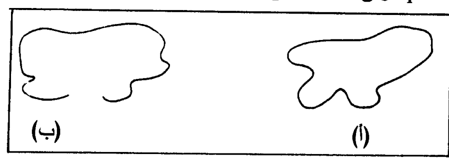
التطويق يتضمن وضع نقطة بين نقطتين أخرتين على خط، ونقطة خلال منحنى مغلق فى مستوى، ونقطة خلال شكل فراغى مغلق. إن قدرة الطفل على تمييز

الحدود المغلقة تخدم كمتطلب تعليمى للعمل الرياضى الذى يأتى بعد ذلك فى المجموعات sets.

ويواجه الأطفال بعض الصعوبات فى الفهم التوبولوجى المتعلق بالأشكال المفتوحة والمغلقة ولهذا يجب أن يزود الطفل بأنشطة تساعده على إستخدام إستراتيجية تمكنه من تحديد ما إذا كان الحد مفتوحا أم مغلقا.

وتوجد إستراتيجيتان لتمييز الأشكال المفتوحة عن المغلقة احداهما تتضمن إختيار نقطة بداية على الحد ومحاولة تتبع الحد فى إتجاه واحد للوصول إلى نقطة البداية. فإذا كانت الحواجز تسمح بالوصول إلى نقطة البداية فعندئذ يسمى الشكل مغلقا closed مع ملاحظة أنه فى التحرك على الحد لا يستخدم خط أكثر من مرة واحدة.

والإستراتيجية الثانية تتضمن ما إذا كان بإمكان الفرد التحرك من داخل الشكل إلى خارجه (أو العكس) بدون عبور الحد وإذا وجد الفرد فتحة أو كسرا فعندئذ يسمى الشكل مفتوحا open وفى الشكل التالى المنحنى أ مغلق والمنحنى ب مفتوح



ويجب أن تكون الأنشطة المتعلقة بالمفتوح والمغلق فى بادىء الأمر متمثلة فى أشكال مغلقة ومفتوحة بسيطة جدا وبعد ذلك عندما يكتسب الطفل الخبرة تستخدم الإستراتيجية من خلال أنشطة ملموسة كما يجب تنمية القدرة على تحديد الأشكال المفتوحة والمغلقة بالإدراك الحسى.

أنشطـــة:-

١- يرسم المعلم أشكالا بالطباشير على أرضية الفصل بحيث يكون بعض الأشكال مفتوحا وبعضها مغلقا ثم يسقط كيس خرز على كل شكل ويطلب من طفل أن يبدأ من كيس الخرز محاولا المشى على جميع الشكل حتى يصل مرة ثانية إلى كيس الخرز.

ويحاول المعلم أن يجعل الأطفال يستنبطوا أنه إذا كان مـن الممكن العـودة فحينئذ يكون الشكل مغلقا وإذا لم يمكن العودة فحينئذ يكون الشكل مفتوحا ومن الممكن أن يسأل المعلم أسئلة مثل. من أين بدأت؟ هل يمكنك الوصول إلى الكيس؟ كيف؟

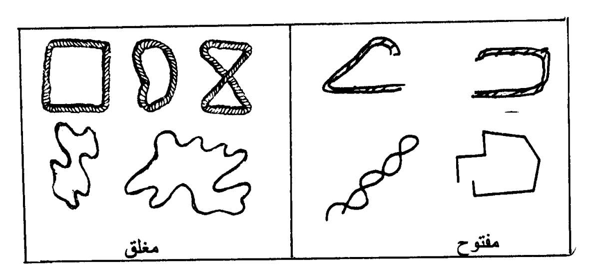
هل يمكنك الوصول إلى الكيس إذا كان الشكل مفتوحا؟ (أو مغلقا؟)

هل الشكل مغلقا أو مفتوحا؟

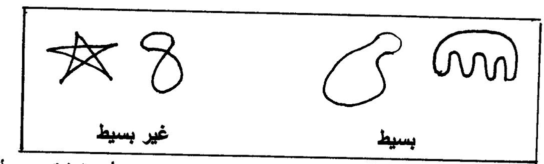


٢- يطلب المعلم من أحد الأطفال أن يقف. ثم يضع حوله علـى أرضيـة الفصـل حبـلا على شكل منحن مغلق ويسـأله هـل تسـتطيع الخـروج دون أن تقطـع الحبـل ودون إجتيازه ويعيد النشاط مستعملا حبلا على شكل منحن مفتوح.

٣- يرسم المعلم على السبورة (أو يستخدم الحبال فى تكوين) منحنيات مغلقة ومفتوحـة ويسميها ويطلب من الأطفال تمييزها بتسميتها.

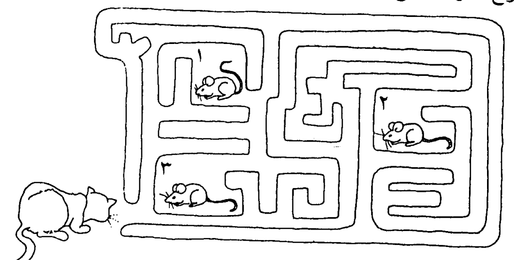


٤- يعـرض المعلـم أشـكالا كالتاليـة علـى الأطفـال ويسـميها منحنيـات بسـيطة مغلقـة ومنحنيات مغلقة غـير بسـيطة ويسـاعد الأطفـال فـى إسـتنتاج أن المنحنـى البسـيط المغلق وهو كل منحن مغلق لا يتقاطع مع نفسه.

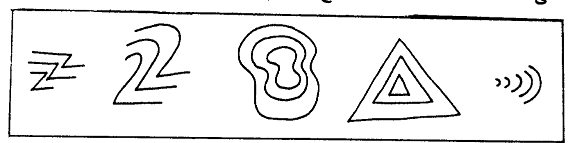


٥- يرسم المعلم الشكل التالى ويوضح أن الخطـوط تمثـل حوائـط وأن القطـة تريـد أن تفترس الفئران. مع ملاحظة أنه لا القطة ولا الفئران يمكنهما عبور الحوائط.

ويطرح السؤال التالى: أى الفئران لا ينجو من الأذى؟

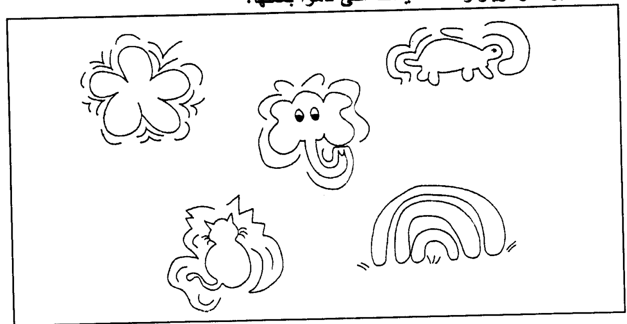


٦- يطلب المعلم من كل طفل أن يرسم أى شكل سواء كان مفتوحا أم مغلقا ثم يكـرر هذا الشكل عدة مرات لعمل تصميم. ويمكن للمعلم إعطاء الأطفـال أشكالا متعـددة للإختيار منها وعلى المعلم أيضا أن يحتفظ بقدرات الأطفال على الرسم فـى عقلـه ويمكن أن تكون التصميمات وذلك لزيادة تشويق الأطفال ثم يطرح المعلـم السـؤال التالى: ماذا حدث للشكل؟ هل أصبح أكبر أم أصغر؟



٧-يطلـب المعلـم مـن كـل طفـل أن يشـير إلـى شـكل مغلـق مـن بيـن عـدة أشـكال يعرضها المعلم عليها (كالمبنية أسفل) ثم يجعـل كـل طفـل يكـون الأشـكال المغلقـة للحصول على الصور المختفية وهذا النشاط يفيد فى التمييز بين الأشكال والرسوم

المغلقة والمفتوحة وقد يقوم الأطفال بعمل تصميمات وعلى المعلم أن يجعلهم يرسموا ويلونوا التصميمات التى قاموا بعملها.



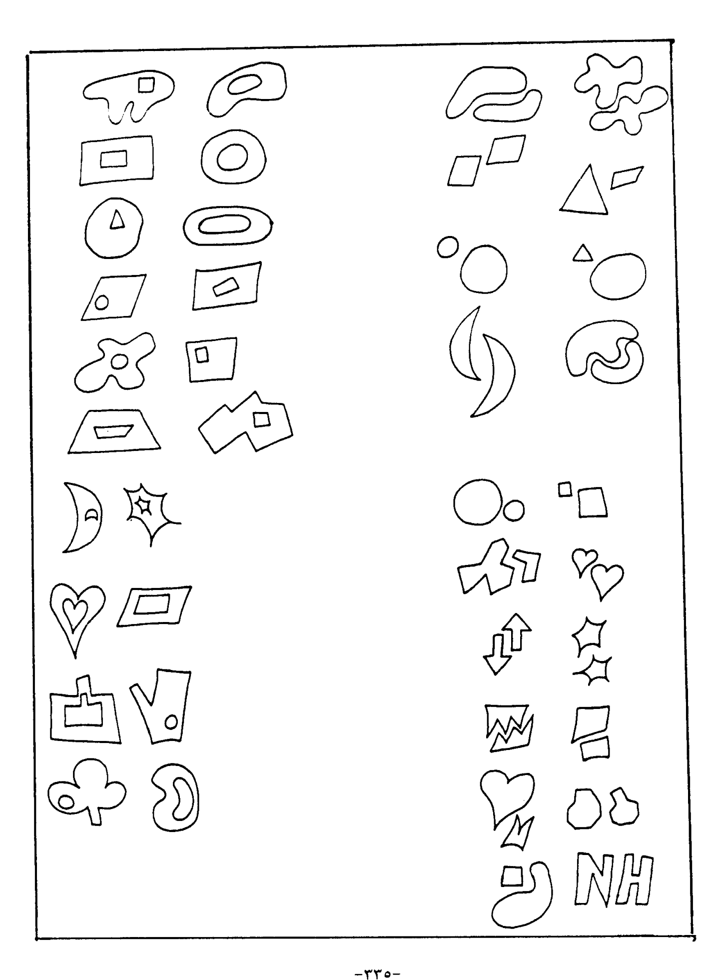
التطويق بحد Surrounding by a boundary (inside, outside)

المتطلب للتعرف على داخل وخارج أى شكل هو القدرة على التعرف على الحد المغلق. والشكل المغلق له منطقتان (داخل وخارج) يفصل بينهما حد.

أنشطـــة:-

١- يطلب المعلم من أحد الأطفال أن يقف. ثم يضع حبلا على أرضية الفصل على شكل منحن مغلق ويطلب من الطفل أن يقف مرة داخل الحبل ومرة خارجه ومرة فوقه ثم يسأله هل يمكنك أن تجعل جزءا منك فى داخل الشكل وجزءا منك خارجه؟

٢- يوفر المعلم ٤٠ بطاقة. كل بطاقة تحتوى شكلين، على ٢٠ بطاقة منهم يوجد شكل داخل أخر، وعلى العشرين الآخرين لا يوجد شكل داخل الثانى. ويخلط المعلم البطاقات خلطا بغير نظام ثم يضعهم على طاولة أمام الأطفال فى خمسة صفوف بكل صف ٨ بطاقات ويطلب من أحد الأطفال فى بادىء الأمر أن يختار بطاقتين فإذا ظهر على بطاقة "داخل" والبطاقة الأخرى "خارج" يعيد الطفل البطاقتين إلى موضعهما الأصلى ثم يأخذ طفل أخر دوره فى الإختيار. وإذاظهرت البطاقتان نفس العلاقة فعلى الطفل أن يسمى هذه العلاقة "داخل" أو "خارج" وإذا كانت التسمية صحيحة يحتفظ الطفل بالبطاقتين والذى يكسب هو اللاعب الذى يحصل على بطاقات أكثر.


NH

٣- يعرض المعلم أشكالا كالمبينة أسفل ويطلب من الأطفال تحديد ما إذا كانت النقطة المبينة داخل أو خارج المنحنى.

والجواب هو : النقطة أ تقع خارج المنحنى المغلق (أ) والنقطة ب تقع داخل المنحنى المغلق (ب) ولتوضيح كيفية الحصول على الإجابة يقول المعلم: إرسم دائرة حول الشكل وخذ عليها نقطة ثم صل بين النقطتين التى تقع على الدائرة والنقطة التى تبحث عنها ثم عد عدد تقاطعات القطعة المستقيمة مع المنحنى فإذا كان العدد زوجيا كانت النقطة تقع خارج المنحنى وإذا كان العدد فرديا كانت النقطة داخل المنحنى فمثلا أك يقطع المنحنى (أ) فى عدد زوجي من النقط ولكن ب ق يقطع المنحنى (ب) فى عدد فردى من النقط.

الأشكال الهندسية

أولا : المجسمات

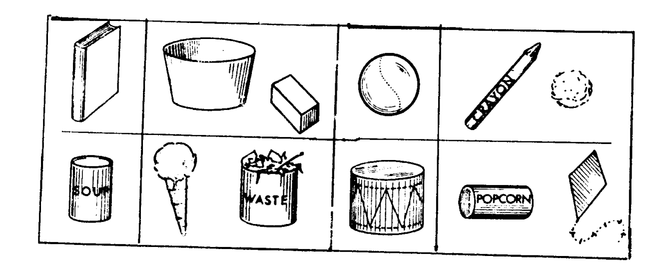
لقد رأى جميع الأطفال – قبل التحاقهم بالمدرسة – كثيرا من المجسمات وتعاملوا معها ويجب علينا كمعلمين إستغلال هذه الحبرات التى لدى الأطفال من خلال تزويدهم بانشطة تتضمن التعامل مع المجسمات الشائعة وتصنيفها وتبويبها ومن هذه الأنشطة يبدأ الأطفال فى تعلم أسماء المجسمات وفى نفس الوقت فى بناء معرفى بخواصها وفيما يلى بعض هذه الأنشطة.

أنشطـــة:-

١- توضع مجموعة من الأشياء الموجودة فى حياتنا اليومية على المنضدة (يجب أن تشتمل مجموعة الأشياء أشياء تشبه المكعب – الإسطوانة – الكرة – متوازى المستطيلات – المخروط – المنشور) ويطلب المعلم من كل طفل أن يختار أحد

الأشياء ثم يطلب منه أن يصفه حيث يؤدى ذلك إلى إهتمام الطفل بالموضوع وإنـه لمن الضرورى أن نقود الطفل إلى التحدث عن الملامـح الرياضيـة للأشياء فمثـلا أى الأوجه مستويا وأيها منحنيا؟

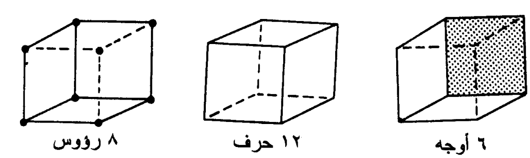
أيها يوجد أشياء بداخله وأيها توجد أشياء خارجه؟



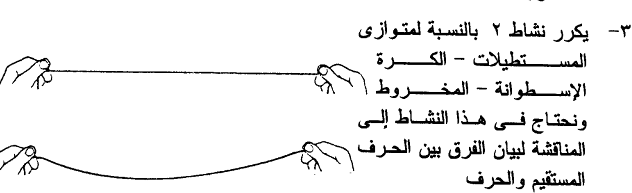
٢- يعرض المعلم مجموعة من المجسمات (والتى يمكن عملها من الورق المقوى) ثـم يمسك المعلم المكعب ويطلب من الأطفال أن يصفوا المكعب بكلمـات مـن عندهـم ويستنبط المعلم كلمة مكعب ثم يكتبها على السبورة ثـم يجعـل الأطفـال ينسـخونها ويعطى تدريبات على هجائها.

ثم يطلب من أحد الأطفال أن يستخرج شكلا يشبه المكعب ويسأله لماذا اختـارهذا الشكل؟ (سوف يساعد ذلـك المعلـم علـى تقديـر مـا إذا كـان الطفـل قـد بنـى فكـرة صحيحة عن المكعب أم لا) وتدور مناقشة حول إختيار الطفل ثم يبـدأ المعلـم فـى تقديم كلمة "وجه" ويدع الأطفال يعدون أوجه المكعب ثم يقدم كلمة " حرف" ويـدع الأطفال يعدون أحرف المكعب ثم يقدم كلمة "رأس" ويعد الأطفـال يعـدون رؤوس المكعب.

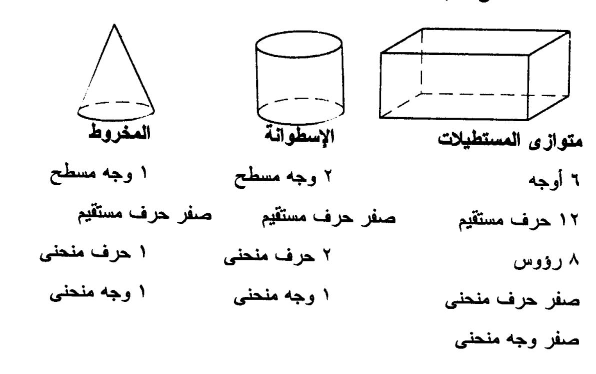
ثم يعطى تدريبات على قراءة وكتابة هذه الكلمات بهجائها وبتوجيـه المعلـم يمكـن أن يصل الأطفال إلى أن المكعب له



٣- يكرر نشاط ٢ بالنسبة لمتوازى المستطيلات - الكرة الإسطوانة - المخروط ونحتاج فى هذا النشاط إلى المناقشة لبيان الفرق بين الحرف المستقيم والحرف



المنحنى لبعض الأشكال ويمكن توضيح ذلك بإستخدام قطعة من الخيط كما بالشكل المقابل حيث يكون الحرف مستقيما عندما يشد الخيط أفقيا بين يدين ويكون الحرف منحنيا عندما يرتخى الخيط وبمساعدة المعلم يمكن أن يتوصل الأطفال إلى خصائص المجسمات التالية :



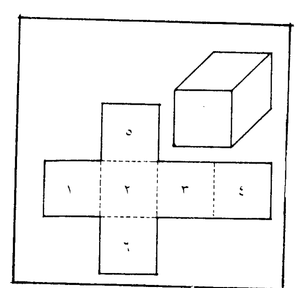
متوازى المستطيلات	الإسطوانة	المخروط
٦ أوجه	٢ وجه مسطح	١ وجه مسطح
١٢ حرف مستقيم	صفر حرف مستقيم	صفر حرف مستقيم
٨ رؤوس	٢ حرف منحنى	١ حرف منحنى
صفر حرف منحنى	١ وجه منحنى	١ وجه منحنى
صفر وجه منحنى		



الكرة	الهرم الثلاثى	المنشور
صفر وجه مسطح	٤ وجه مسطح	٥ وجه مسطح
صفر حرف مستقيم	٦ حرف مستقيم	٩ حرف مستقيم
صفرحرف منحنى	صفر حرف منحنى	صفر حرف منحنى
صفر حرف منحنى	صفر حرف منحنى	صفر حرف منحنى

كما يوضح المعلم أن المجسمات ترتكز على قاعدة وشكل هـذه القـاعدة يسـتخدم أحيانا فى تسمية المجسم فالمخروط والإسطوانة مجسمان قاعدة كل منهما دائـرة والهرم الثلاثى تتكون قاعدته من مثلث وكذلك المنشور أيضا.

٤- **بناء المجسمات:** يشرح المعلم عمليا أمام الأطفال طريقـة بنـاء بعض المجسـمات وليكن المكعب مثلا ثم يتيح الفرصة للأطفال لكى يبنوا بعض المجسمات الأخـرى مثل متوازى المستطيلات والإسطوانة والهرم وفيما يلى بناء بعض المجسمات كما ذكرها المقوش وزميلاه (٩)



أولا بناء المكعب:

يحضـر المعلم قطعـة مـن الورق المقوى ويقصها كما بالشـكل المقـابل ثـم يطـوى الورقـة بإتجـاه واحد أى يطـوى المربعـات ١، ٣، ٥، ٦ إلى أعلى ثم يطوى المربع ٤ بطريقة أفقية وبذلـك يتحـول الشكل إلى مكعب.

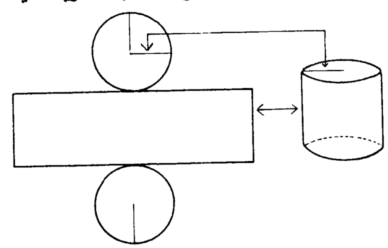
ثانيا بناء متوازى المستطيلات

يقوم المعلم بقص ورق مـن الكرتـون علـى شـكل حـرف T ثـم يقـوم بطـى أطرافهـا بإتجـاه واحـد

حتى تتكون علبة تمثل متوازى مستطيلات ومن الممكن أن يساعد المعلم أطفاله على تخيل كيفية البناء وذلك بأن يفرد أمامهم علبة طباشير ورقية فارغة أو أى علبة مشابهة ثم يطلب من أحدهم إرجاع العلبة إلى ما كانت عليه وهكذا.

ثالثا: بناء الإسطوانة

يقوم المعلم بقص دائرتين متساويتين ومستطيلا من الورق كما بالشكل المقابل بحيث يكون: ا- عرض المستطيل مساويا لمحيط كل من الدائرتين.



ب- طول المستطيل مساويا لقطر كل من الدائرتين يصبح الشكل إسطوانة دائرية ويطلب من أطفاله القيام بنشاطات مشابهة لبناء إسطوانات مختلفة الأقطار مؤكدا لهم أن السطح الجانبى للإسطوانة ه سطح مستطيل طول أحد بعديه يساوى محيط القاعدة والبعد الأخر يساوى قطر القاعدة.

مفاهيم هندسية أساسية

توجد بعض المفاهيم الهندسية والتى لا يمكن دراسة الهندسة بدونها وهذه المفاهيم هى النقطة – القطعة المستقيمة – الشعاع – المستقيم – المتوازى – الزاوية – التعامد – المستوى ويجب تقديم هذه المفاهيم بطريقة ملموسة وإعطاء نماذج وتطبيقات لها وفيما يلى تصور مقترح لكيفية تقديم تلك المفاهيم من خلال الجدول التالى

المفهوم : شكله ورمزه	وصف نماذج له	
النقطة أ أ.	- مركز حلقة - تقاطع خطين - رأس المكعب - رأس سهم - مدينة على خريطة - رأس قلم - ركن صفحة	
النقطة المستقيمة أب أ ——— ب	- أقصر مسافة بين نقطتين - حرف (ضلع) فى مكعب - رباط مطاط لقطعة ورق - خط الطى لقطعة ورق - حرف صفحة	
المستقيم أ ب ب أ	- طريق مستقيم مد من جهتيه مسافات واسعة	
الشعاع ب أ أ	- ضوء منبعث من بطارية صغيره - مسار صاروخ فى الفضاء (بدون جذب) - خط البصر	
المستقيمان المتوازيان أب جـء	- قضبان السكة الحديد - خطوط الصفحة - جانبان متقابلان من شباك - خطوط نسيج	
الزاوية أ ب جـ جـ ب أ	- عقربا الساعة - تحول فى طريق - ركن شكل (رأس)	
المستقيمان المتعامدان أ ب جـ د جـ ب أ د	- حرفان من باب متقابلان فى ركن - رجل طاولة وقمتها - خطوط النسيج الطولية والعرضية - السبورة الطباشيرة - الأرضية - وجه مكعب	
المستوى	السبورة الطباشيرية الأرضية وجه مكعب	

ويجب ان يعى المعلم أن تقديم هذه المفاهيم يجب أن يتم بطريقة غير شكلية حتى لا يرتبك الأطفال.

الأشكال المستوية:

إن إكتساب الأطفال خبرة بالأشكال الهندسية يساعدهم على فهم الحياة اليومية كما يساعدهم على بناء قاعدة جيدة لبناء الأفكار الهندسية ونمو الأساليب الرياضية التى تستخدم فى مراحل تعليمية لا حقة. وفيما يلى بعض المراحل المقترحة لتقديم الأشكال المستوية.

المرحلة الأولى: إستخدام المجسمات فى التعرف على الأشكال المستوية:

١- يعرض المعلم المكعب على الأطفال ويطلب منهم أن ينظروا إلى أحد أوجهه ويدعهم يناقشون الوجه بكلمات من عندهم. ثم يقدم المعلم فى هذا الوقت كلمة "مربع" وبعد ذلك ينظر الأطفال إلى الأوجه الأخرى وقد يقترحون أن الأوجه الستة مثل بعضها (أى مثل الوجه الذى نظروا إليه) ويناقش المعلم الطرق التى

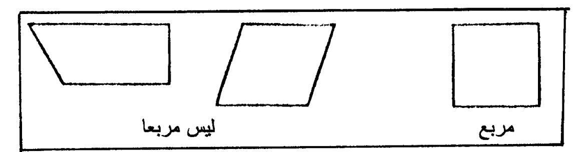
يمكن بها إختبار ذلك فمثلا يضع كل طفل
مكعبه على منضدته ويرسم حول الوجه

الذى على المنضدة بالقلم ويقارن بين الأوجه الناتجة من خلال تكرار هذا العمل.

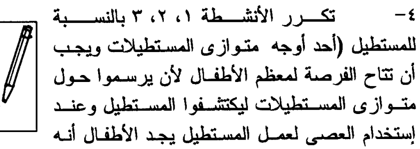
٢- يوفر المعلم للأطفال مجموعة من عصى قصيرة ذات أطوال مختلفة (ولكن على الأقل يوجد ٤ منها متساوية الطول).

ويطلب من طفل منهم أن يكون مربعا باستخدام بعض العصى ويؤدى ذلك إلى مناقشة ممتعة.

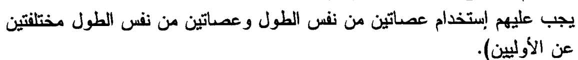
سوف يجد الطفل أنه مضطر لأن يضع العصى فى وضع خاص ليكون المربع كما هو موضح بالرسم التالى



١- ينظر الأطفال حول الفصل ويشيرون إلى الأشكال التى يمكن أن تكون مربعا ويمكنهم التحقق من ذلك بواسطة قطعة من الخيط أو الحبل لقياس الأحرف (الأضلاع) الأربعة.

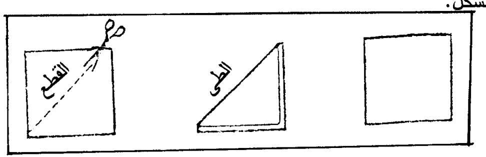


٤- تكرر الأنشطة ١، ٢، ٣ بالنسبة للمستطيل (أحد أوجه متوازى المستطيلات ويجب أن تتاح الفرصة لمعظم الأطفال لأن يرسموا حول متوازى المستطيلات ليكتشفوا المستطيل وعند إستخدام العصى لعمل المستطيل يجد الأطفال أنه يجب عليهم إستخدام عصاتين من نفس الطول وعصاتين من نفس الطول مختلفتين عن الأولبين).



٥- يوفر المعلم لأحد الأطفال هرما ثلاثيا ويطلب منه التحديد بالقلم حول أحد الأوجه كما بالشكل ويقدم المعلم كلمة "مثلث" ويركز على أن المثلث له ثلاثة أضلاع.

وبعد ذلك يطلب منهم صنع مثلثات مستخدمين العصى وسوف يجدون أنه بإمكانهم تكوين مجموعات كثيرة كل مجموعة بها ثلاثة أضلاع. (معظم هذه المثلثات سوف تكون مختلفة الأضلاع scalene وبعضها متساوى الساقين isosceles وبعضها متطابق الأضلاع وقليل منها قائم الزاوية. لا تذكر هذه الأسماء فى هذه المرحلة) ولعمل مثلث قائم الزاوية نطوى أى ورقة على شكل مربع أو مستطيل ونقصها كما بالشكل.

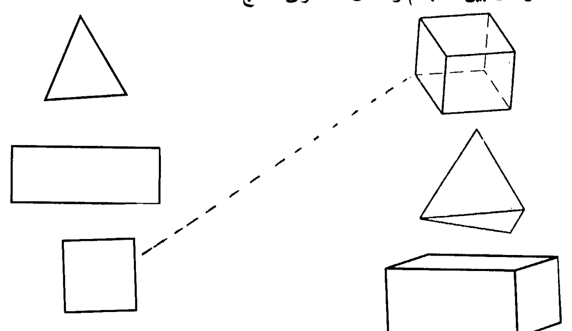


٦- يكرر نشاط ٥ بالنسبة للإسطوانة حيث ينتج من التحديد بالقلم على إحدى قاعدتيها دائرة. والأطفال يألفون شكل الدائرة قبل دخولهم إلى المدرسة ولكنهم لا يألفون

الإسم ولهذا يجب إعطائهم تدريبات على هذه الكلمة قراءة وكتابة وعلى تعلم هجائها. (وإنه لمن الأهمية بمكان الهجاء الصحيح لأسماء الأشكال التى تم وصفها.

٧- وللتأكد من فهم الأطفال للعلاقة بين المجسمات والأشكال المستوية تعطى تدريبـات مثل:

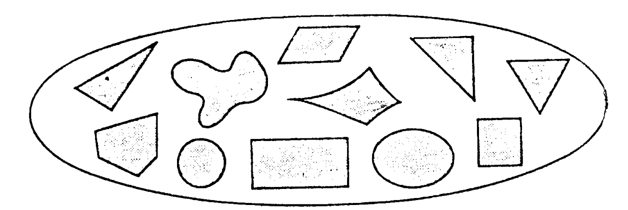
وصل بين المجسم والشكل المستوى الناتج عنه



المرحلة الثانية: تصنيف وتسمية الأشكال المستوية

أنشطـــــة:-

١- يزود كل طفل أو مجموعة صغيرة من الأطفال بمجموعة من الأشكال مثل المبينـة بالشكل التالى:



ويصنف الأطفال الأشكال السابقة بطرق متنوعة فمثلا قد يختارون أشكالا

أ- لها أضلاع مستقيمة فقط. ب- لها أضلاع منحنية فقط.

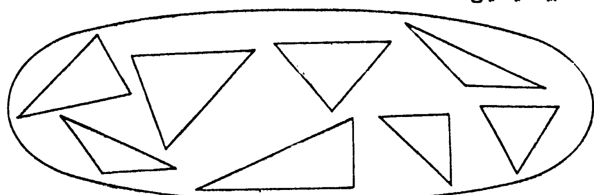
جـ- لها أضلاع مستقيمة ومنحنية.   د- لها ثلاثة أضلاع.

هـ- لها ثلاثة أضلاع مستقيمة.   و- لها أربعة أضلاع.

ز- أضلاعها متساوية الطول.

ويجب مناقشة الأشكال التى تنتج فى كل تصنيف مناقشة كاملة وفى حالة ما يكون مناسبا فيجب تسمية الأشكال (مثلثات - أشكال رباعية .....).

٢- يزود كل طفل أو مجموعة صغيرة من الأطفال بمجموعة من المثلثات الكبيرة كالمبينة فيما يلى:



ويختار الأطفال المثلثات التالية على التوالى:

أ- لها ثلاثة أضلاع متساوية الطول "متساوية الأضلاع".

ب- بها ضلعان متساويان "متساوية الساقين".

جـ- لا يوجد بها أضلاع متساوية.

وإذا كان لدى الأطفال معرفة بالزوايا فقد يختارون المثلثات التى:

د- بها زاوية قائمة.

هـ- بها زاوية أكبر من الزاوية القائمة "زاوية منفرجة".

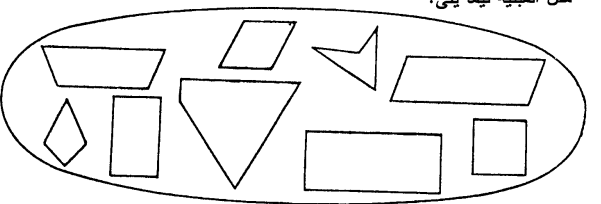
و- فيها كل زاوية من الزوايا الثلاث أقل من قائمة (حاد الزوايا).

وأثناء هذه الأنشطة يمكن تقديم الأسماء:

متساوى الأضلاع - متساوى الساقين - مختلف الأضلاع - قائم الزاوية.

ويجب أن نراعى أهمية كتابة هذه الكلمات.

٣- يزود كل طفل أو مجموعة صغيرة من الأطفال بمجموعة من الأشكال الرباعية مثل المبنية فيما يلى:



ويختار الأطفال على التوالى الأشكال الرباعية التى:

أ- بها جميع الأربعة أضلاع متساوية (مربع - معين).

ب- بها كل ضلعين متقابلين متساويين فى الطول (مربع - مستطيل - معين - متوازى أضلاع).

جـ- أضلاعها الأربعة متساوية وزواياها الأربع قوائم (مربع).

د- زواياها الأربع قوائم (مربع - مستطيل).

وإذا كان الأطفال غير مستعدين لتقديم فكرة المستقيمات المتوازية فيمكن مناقشتها فى هذه المرحلة ولكن لا يطلب منهم تعريفات شكلية. فيكفيهم إكتشاف ومناقشة مجموعة من المستقيمات بحيث تكون متوازية. ويتم ذلك فى الفصل فمثلا: مجموعة الخطوط التى فى كتاب التمارين - الأحرف المتقابلة لصفحة من كتاب - الأحرف المتقابلة لسطح طاولة.... وهكذا.

وعندما يفهم الأطفال هذه الفكرة فيمكنهم إستخدامها فى إختيار مجموعة من الأشكال الرباعية التى :-

أ- بها ضلعان متقابلان متوازيان (مربع - مستطيل - شبه منحرف - متوازى أضلاع).

ب- بها كل ضلعين متقابلين متوازيين (مربع - مستطيل - معين - متوازى أضلاع).

جـ- بها زوج واحد من الأضلاع فقط متقابلين ومتوازيين (شبه منحرف).

٤- العمل فى مجموعات صغيرة. ويزود الأطفال بمجموعات من الأشكال ذات الأضلاع المستقيمة مثل المبينة فى الشكل التالى. و(يجب أن تصنع الأشكال من الكرتون الرفيع وتكون أطوال الأضلاع كبيرة كبرا. كافيا وتكون الزوايا سهلة القياس.



ويتأمل الأطفال فى كل شكل من الأشكال على التوالى. ويمكن تقديم أسماء كل مجموعة (طبقا لعدد الأضلاع) كما يمكن أن يناقش الإسم العام " مضلع أيضا ويستخدم.

ويناقش الأطفال أطوال الأضلاع والزوايا لكل شكل وحينما يكون ضروريا يتحقق من ملاحظاتهم بالقياس. ومن هذه الأمثلة يجد الأطفال أنه فى كل مجموعة يوجد

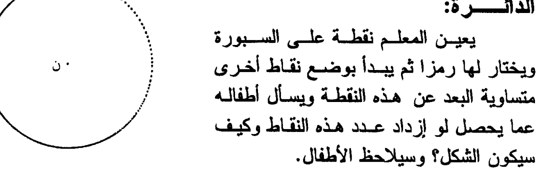
شكل واحد أضلاعـه متساوية الطـول وزواياه متساوية المقدار. المضلـع التـى يتمتـع بهاتين الخاصتين يسمى "مضلعا منتظما".

وقد يعتقد بعض الأطفال أحيانا أن خاصية واحدة منهن تكفى ويجب التركيز على الحاجة إلى الإثنين معا فقد نجد أن المسدس الأيسر



أضلاعه متساوية الطول ولكن زواياه غير متساوية المقدار وعلى ذلك فإنه ليس منتظما أما المسدس الأيمن فهو منتظم وأثناء تلك الأنشطة يجب تقديم أسماء الأشكال: شكل رباعى ، مربع، مستطيل، متـوازى الأضـلاع، معين ، شبه منحرف. كما يجب على الأطفال قراءتها وكتابتها.

الدائـــــرة:



يعيـن المعلـم نقطـة علـى السـبورة ويختار لها رمزا ثم يبـدأ بوضـع نقـاط أخرى متساوية البعد عن هذه النقطـة ويسأل أطفالـه عما يحصل لو إزداد عـدد هـذه النقـاط وكيـف سيكون الشكل؟ وسيلاحظ الأطفال.

٢- أنه مهما زاد عدد هذه النقاط فإنه ليس بالإمكان تعيين جميع النقاط التـى تبعـد عـن المركز ن بعدا متساويا حيث أن هناك عدد لا نهائيا منها وإذا تقـاربت تلـك النقـاط فإنها ستكون خطا منحنيا مغلقا متساوى البعد عن المركز ن يسمى الدائرة.

ويتوصل المعلم مع أطفاله إلى تعريف الدائره وهو:-

تعريـــــف :

الدائرة هى مجموعة نقاط متساوية البعد عن نقطة معينة تسـمى مركـز الدائـره. ثم يرسم دائرة على السبورة ويوضح مفردات الدائرة التالية:

١- نصف القطر هو القطعة المستقيمة التـى تصل المركز بنقطة على الدائرة .

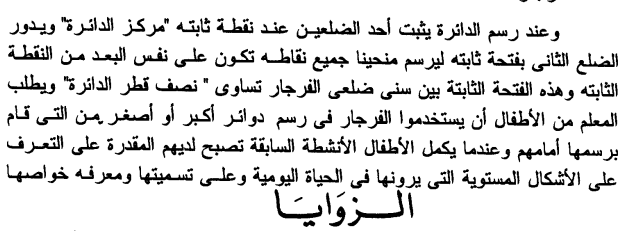
٢- القطر هو القطعة المستقيمة التـى تصـل نقطتين على الدائرة مارا بمركزها.

٣- المماس هو الخط المستقيم الذى يلامس الدائرة من الخارج وتجدر الإشارة هنـا إلى أن أغلب المؤلفين يفضلون تجنب التعريف الدقيق لمحيـط الدائـرة فـى المرحلـة

الإبتدائية مكتفين بتسميته وقياسه فقط نظرا لصعوبة استيعاب مفهومه المجرد من قبل أطفال هذه المرحلة .

ثم يتطرق المعلم لبعض خصائص الدائرة التى تناسب مستوى المرحلة الإبتدائية وذلك عن طريق الإستقراء (أى بطريقة غير شكلية) مثل :

١- القطر فىالدائرة هوأطول وتر فيها وذلك بأن يرسم المعلم دائرة مركز هام كالمبينة بالشكل المقابل ثم يرسم عدة أوتار ويلاحظ الأطفال أن قطر الدائرة هو أطول وتر فيها.



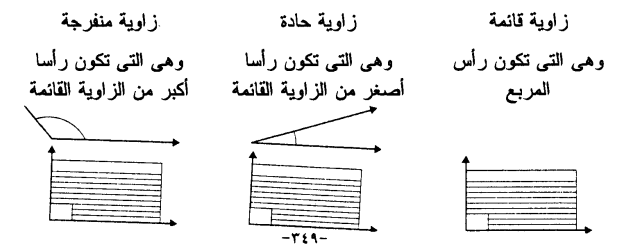
٢- العلاقة ثابته بين محيط الدائرة وقطرها ويوضح المعلم أن الإداة التى تستخدم لرسم الدوائر تسمى "الفرجار"

وعند رسم الدائرة يثبت أحد الضلعين عند نقطة ثابته "مركز الدائرة" ويدور الضلع الثانى بفتحة ثابته ليرسم منحينا جميع نقاطه تكون على نفس البعد من النقطة الثابته وهذه الفتحة الثابتة بين سنى ضلعى الفرجار تساوى " نصف قطر الدائرة" ويطلب المعلم من الأطفال أن يستخدموا الفرجار فى رسم دوائر أكبر أو أصغر من التى قام برسمها أمامهم وعندما يكمل الأطفال الأنشطة السابقة تصبح لديهم المقدرة على التعرف على الأشكال المستوية التى يرونها فى الحياة اليومية وعلى تسميتها ومعرفه خواصها

الـــزوَايـــا

الزاوية هى المكان الذى تلتقى فيه قطعتان مستقيمتان كما يمكن وصفها بأنها تتكون من التقاء شعاعين فى نقطة بداية كل منهما ويمكن تصنيف الزوايا الى ثلاثة أنواع :

زاوية قائمة	زاوية حادة	زاوية منفرجة
وهى التى تكون رأس المربع	وهى التى تكون رأسا أصغر من الزاوية القائمة	وهى التى تكون رأسا أكبر من الزاوية القائمة

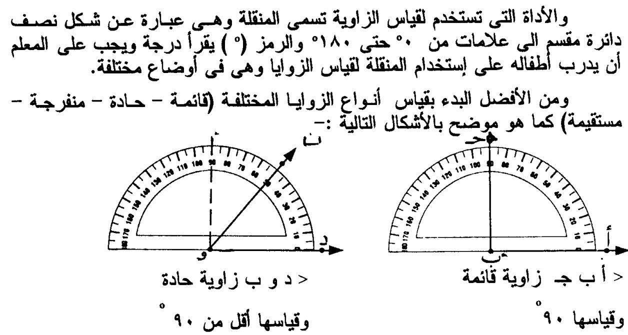


قياس الزاويـــــــة

لما كانت هناك أسماء لوحدات قياس الطول والزمن فإنه يوجد إسم لوحدة قيـاس الزاوية يطلق عليها الدرجة ، وتقسم الدائرة الى ٣٦٠ درجة.

والأداة التى تستخدم لقياس الزاوية تسمى المنقلة وهـى عبـارة عـن شـكل نصـف دائرة مقسم الى علامات من ٠° حتى ١٨٠° والرمز (°) يقرأ درجة ويجب على المعلم أن يدرب أطفاله على إستخدام المنقلة لقياس الزوايا وهى فى أوضاع مختلفة.

ومن الأفضل البدء بقياس أنـواع الزوايـا المختلفـة (قائمـة – حـادة – منفرجـة – مستقيمة) كما هو موضح بالأشكال التالية :–

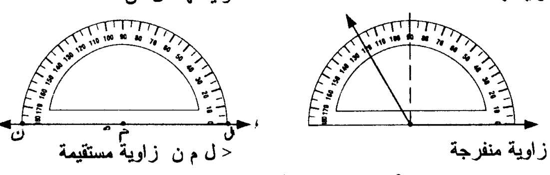


< أ ب جـ زاوية قائمة

وقياسها ٩٠°

< د و ب زاوية حادة

وقياسها أقل من ٩٠°



زاوية منفرجة

وقياسها أكبر من ٩٠° وأقل من ١٨٠°

< ل م ن زاوية مستقيمة

وقياسها ١٨٠°

ويمكن للمعلم أن يوضح للأطفال أنه بإمكانهم إستخدام قطعة ورقيـة لتصنيف أى زاويـة من خلال قياسها ، ويوضح الرسم التالى النشاط.



إذا كانت الزاوية أكبر من ركـن الورقـة ولكنها لاتقابل الحـرف فإن قياسها يكـون بين ٩٠ و ١٨٠ وعلى ذلـك فهـى زاويـة منفرجة

إذا كـانت الزاويـة أصغـر مـن ركـن الورقـة فـإن قيـاس الزاوية يكون أقل من ٩٠ وتكون الزاويـة حادة

إذا كان ركن الزاوية يقـابل الزاويـة فـإن قيـاس الزاويـة يكـون ٩٠ وتكون الزاويـة قائمة

إذا كـان حـرف الورقة يقابل الزاويـة فـإن قيـاس الزاويـة يكـون ١٨٠ وتكـون الزاوية مستقيمة

ثم يوضح المعلم للأطفال عمليا خطوات إستخدام المنقلة فى قياس أى زاوية وفيمايلى هذه الخطوات :-

الخطوات :

١- ضع مركز المنقلة على رأس الزاوية.

٢- إجعل خط قاعدة المنقلة متطابقا مع أحد ضلعى الزاوية.

٣- عين نقطة الصفر على الأساس وتحرك على المقياس فى إتجاه الضلع الآخر للزاوية.

٤- عدد الدرجات يدل على قياس الزاوية.



زاوية ل م ن قياسها ٥٠°

ويجب أن يوفر المعلم لأطفاله تدريبات متنوعة على قياس الزوايا فى أوضاع مختلفة.

التحويلات الهندسية :-

يمكن تقديم بعض مفاهيم هندسة التحويلات بصورة حدسية فى المرحلة الإبتدائية بينما يفضل تأجيل تقديم هذه المفاهيم بصورة شكلية الى المراحل اللاحقة وفيما يلى تقديم بعض هذه المفاهيم بصورة غير شكلية.

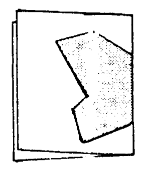
التماثل Symmetry

تحدث صورة التماثل وتتكرر فى الطبيعة وفى حياتنا اليومية كما يستخدم التماثل فى كثير من الأنشطة الإبتكارية (كما فى الرسم والعمارة - التصميم - الفنون .. وهكذا). وإنه موضوع يروق لكثير من الأطفال ، ويمكن تقديم أفكار خط (محور التماثل) فى مستوى المرحلة الإبتدائية والأنشطة التالية تحتاج الى الخامات التالية :

ورق - مقصات scissors أقلام ملونة أو أقلام شمع ملونة .

أنشطة :-

١- يزود كل طفل بقطعة من الورق (يمكن أن تكون من أى شكل) ثم يثنى (يطوى) الطفل الورقة ويرسم عليها شكلا من إختياره على وجه واحد عبر خط الطى كما هو مبين بالشكل.

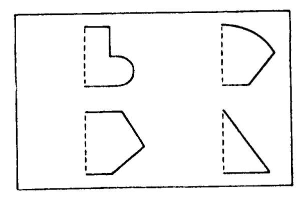


ويقطع الطفل الشكل مع الإحتفاظ بالورقة مطوية ثم يفتح الشكل المقطوع ويعلم على خط الطى. ويكرر هذا النشاط عده مرات.

وقد يجب بعض الأطفال أن يلونوا أعمالهم. ويمكن إختيار بعض الأشكال وعرضها كما يمكن تقديم العبارة "خط التماثل" ليصف خط الطى لكل شكل.

ومن خلال هذه الأنشطة يبدأ الأطفال فى رؤية أنه ثنى شكل حول خط التماثل فإن الجزئين ينطبقان تماما على بعضها البعض.

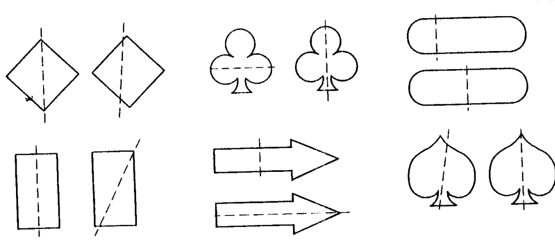
٢- ينسخ الأطفال الشكل المقابل ويطوونه غير الخط المنقط.



ويسألهم المعلم هل نصف الشكل ينطبق على النصف الآخر تماما؟

فيتأكد الأطفال من ذلك ويخبرهم المعلم بأن الخط المنقط يسمى خط التماثل وأن الشكل يسمى متماثلا إذا أمكن انطباق نصفه على النصف الآخر.

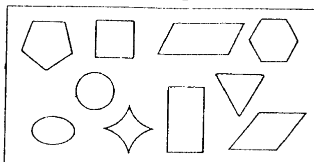
٣- يزود كل طفل بأشكال منسوخه على ورقة كما بالشكل المقابل:



كل شكل عبارةعن نصف شكل والخط المنقط هو خط التماثل. ويرسم الأطفال النصف الآخر للشكل.

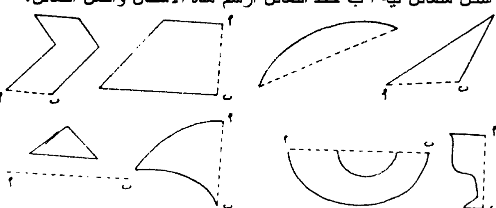
٤- يرسم المعلم أزواجا من الأشكال كالمبينة أسفل ويطلب من الأطفال تحديد الشكل الذى به خط تماثل.

٥- يزود كل طفل بأشكال منسوخة على ورقة كما يلى :



يقطع الأطفال الأشكال ثم يوجدون عدد خطوط التماثل لكل شكل وبالنسبة للدائرة يوجد عدد كبير جدا من خطوط التماثل.

٥- يوفر لمعلم لأطفاله بعض التدريبات على شكل التدريب التالى كل شكل يمثل نصف شكل متماثل فيه أ ب خط التماثل أرسم هذه الأشكال وأكمل التماثل.



التطابق والتشابه:

التطابق والتشابه فكرتان هامتان فى الحياة اليومية. فمثلا فى الصناعة والتجارة توجد عديد من الأشكال المتطابقة كذلك فى الرسوم التكنولوجية والخرائط تستخدم أفكار التشابه.

ويمكن تزويد الأطفال بأنشطة تؤدى إلى الأفكار الأولية لكلا الموضوعين فى المرحلة الإبتدائية. وفيما يلى بعض هذه الأنشطة.

أنشطة :-

١- يزود كل طفل بورقة مرسوما عليها مثلثات متطابقة كالمبينة. ثم يقطع مثلثا صغيرا مظللا ويعطى الرقم "١" ثم يتحقق الأطفال من أنه يطابق المثلثات الأخرى تماما (أى أن كل المثلثات متطابقة) ويقيسون أيضا طول كل ضلع من أضلاع المثلث هذا.

وبإختيار أحد الزوايا ومطابقتها على التوالى مع كل زاوية من زوايا أحد المثلثات الأخرى يجد الأطفال أو الزوايا الثلاث لكل مثلث متطابقة.

بعد ذلك يلون (أو يظلل) الأطفال المثلثات الثلاثة أعلاه ويعطونها الأرقام ٢، ٣، ٤.

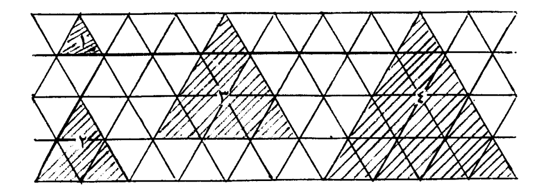
يناقش الأطفال الثلاثة ويقولون مايلاحظونه عليها فمثلا بالنسبة للمثلث ٢

أ- أضلاع المثلث ٢ متساوية الطول.

ب- أطول أضلاع المثلث ٢ ضعف أطوال المثلث ١.

جـ- زاوية المثلث ٢ متساوية المقدار وتساوى أيضا زوايا المثلث ١.

د- مساحة المثلث ٢ تساوى قدر مساحة المثلث ١ أربع مرات وقد يلاحظ بعض الأطفال أيضا أن أطوال أضلاع المثلث ٤ ضعف أطوال أضلاع المثلث ٢ ومساحة المثلث ٢ ومساحة المثلث ٤ تساوى قدر مساحة المثلث ٢ أربع مرات.



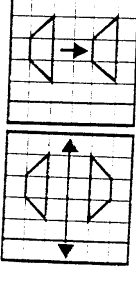
٢- يزود المعلم كل طفل بورقة منقطة مرسوما عليها بعض الأشكال الهندسية ويطلب منه النظر إلى كل شكل ورسم آخر مطابق له ويوضح الشكل التالى الإجراء

٣- يوفر المعلم تدريبات متنوعة على تحديد المتطابقة والمتشابهة وفيما يلى نموذج لمثل هذه التدريبات.

* إستخدم الورق المنقط لرسم شكل مشابه لكل شكل مما يأتى مع جعل كل ضلع فى الشكل الذى تقوم برسمه ضعف الضلع المرسوم فى الأشكال التالية:

ضع علامة (✓) أمام الشكلين المتشابهين وعلامة (×) أمام الشكلين غير المتشابهين

• إستخدم نمطا من ورقة بنقط أكبر من المرسوم أسفل لرسم شكل مشابه



ومن هذه الأنشطة يجب أن يبدأ الأطفال فى بناء أفكارهم الأولية حول:

أ- التطابق (ينطبق شكل تماما الإنطباق على شكل آخر).

ب- التشابه (شكل يكون تكبيرا أو تصغيرا لشكل آخر).

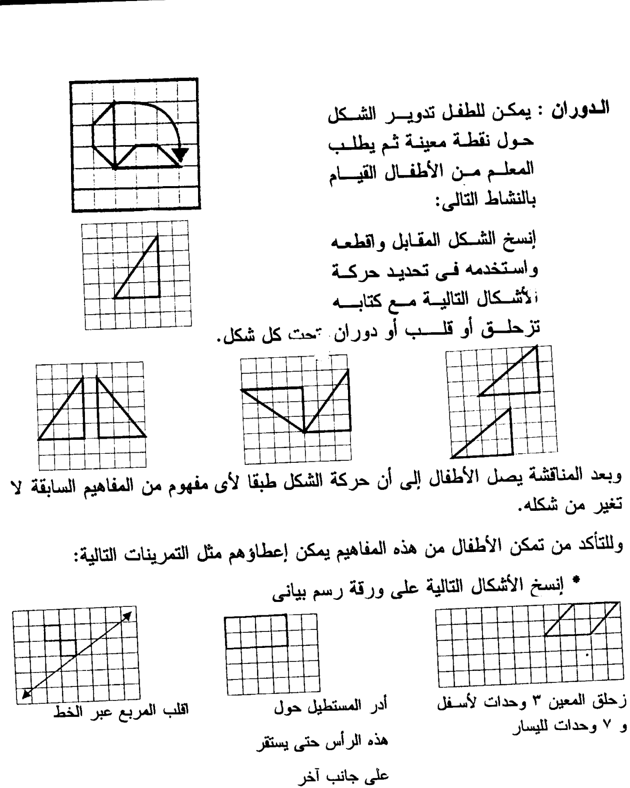
٣- الإنعكاس والإنتقال والدوران

يتم تقديم هذه المفاهيم كما أسلفنا - بصورة حدسية كما أنه من الممكن تقديم هذه المفاهيم على مراحل:

المرحلة الأولى : توضع أسماء لتلك المفاهيم قريبة من ذهن الطفل حيث يشار إلى الإنعكاس بإسم الإنقلاب Flip وإلى الإنتقال بإسم الإنزلاق Slide وإلى الدوران بنفس الإسم أى Turn ويستخدم ورقم الرسم البيانى فى توضيح هذه المفاهيم وفيما يلى توضيح لتقديم كل مفهوم.

الإنزلاق : يمكن للطفل أن يقوم بعملية إنزلاق للشكل أسفل أو أعلى أو إلى اليمين أو إلى اليسار ويظل الشكل كما هو ولكنه يوجد فى وضع مختلف.

الإنقلاب : يمكن للطفل أن يقلب الشكل عبر أى خط تخيليا حيث يصبح الشكل وكأنه صورة مرآه.



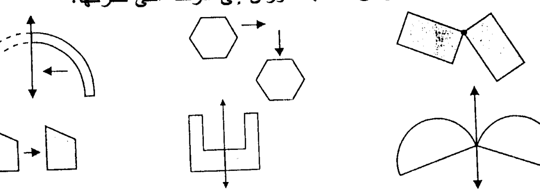
الدوران : يمكن للطفل تدوير الشكل حول نقطة معينة ثم يطلب المعلم من الأطفال القيام بالنشاط التالى:

إنسخ الشكل المقابل واقطعه واستخدمه فى تحديد حركة الأشكال التالية مع كتابه تزحلق أو قلب أو دوران تحت كل شكل.

وبعد المناقشة يصل الأطفال إلى أن حركة الشكل طبقا لأى مفهوم من المفاهيم السابقة لا تغير من شكله.

وللتأكد من تمكن الأطفال من هذه المفاهيم يمكن إعطاؤهم مثل التمرينات التالية:

* إنسخ الأشكال التالية على ورقة رسم بيانى



زحلق المعين ٣ وحدات لأسفل و ٧ وحدات لليسار

أدر المستطيل حول هذه الرأس حتى يستقر على جانب آخر

اقلب المربع عبر الخط

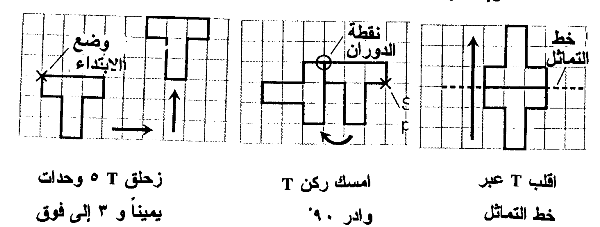
اكتب تحت كل شكل انزلاق انقلاب، دوران إلى حركته التى تحركها.

المرحلة الثانية : ويقدم فيها الإنعاس والإنتقال والدوران حيث يوضح المعلم للأطفال أنه:

إذا انزلق الشكل فى خطوط مستقيمة فيسمى ذلك "الإنتقال"

وإذا انقلب الشكل حول خط فيسمى ذلك "الإنعكاس"

وإذا دار الشكل حول نقطة فإن ذلك يسمى "الدوران"



اقلب T عبر خط التماثل — انعكاس

امسك ركن T وادر ٩٠° — دوران

زحلق T ٥ وحدات يميناً و ٣ إلى فوق — إنتقال

ثم يوفر المعلم تدريبات متنوعة على تحديد إنتقال الأشكال وإنعكاسها ودروانها ويتم أيضا بصورة غير شكلية أما المرحلة الثالثة وهى تقديم تلك المفاهيم بصورة شكلية فتؤجل إلى ما بعد المرحلة الإبتدائية.

الإنشاءات الهندسية

يمكن الإستعانة بالإنشاءات الهندسية فى عمل الرسوم الهندسية وفى توضيح مفاهيم الهندسة ويستخدم فى الإنشاءات الهندسية الفرجار والمسطرة ويجب مناقشة كل إنشاء هندسى بحيث لا يقدر الأطفال على إستخدامه فقط بل يجب عليهم فهم لماذا إستخدمت هذه الطريقة وتعتمد خطوات الإنشاء الهندسى على الخواص للشكل الذى يتم رسمه بخصائص معينة وفيما يلى أمثلة لبعض هذه الإنشاءات:

١- تنصيف قطعة مستقيمة

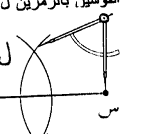
يوضح المعلم للطفل أنه يمكن إستخدام الفرجار والمسطرة لتنصيف قطعة مستقيمة ومعنى تنصيفها أى تقسيمها إلى قطعتين متساويتين فإذا كان لدينا القطعة المستقيمة $\overline{\text{س ص}}$ فإننا نستخدم الخطوات التالية فى تنصيفها:

خطوة ١

ضع سن الفرجار على النقطة ص وبفتحه أكبر قليلا من نصف المسافة بين ص ، س ارسم قوسا على س ص كما بالشكل

خطوة ٢

احتفظ بنفس فتحة الفرجار وضع سن الفرجار عند ص وخذ قوسا كما هو مبين وارمز لنقطتى تقاطع القوسين بالرمزين ل ، م

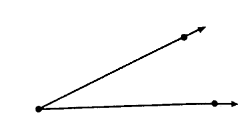


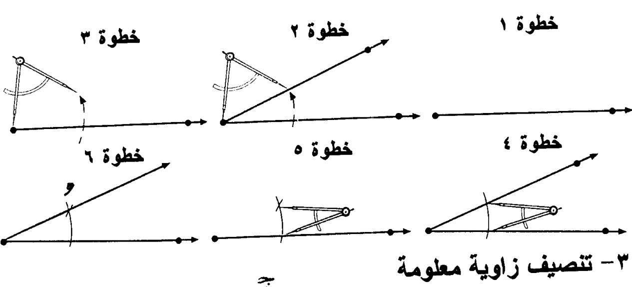
خطوة ٣

استخدم المسطرة لرسم خط من ل إلى م وارمز لنقطة تقاطع هذا الخط مع س ص بالرمز ق.

٢- رسم زاوية تطابق زاوية معلومة

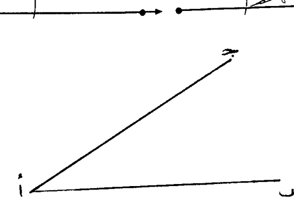
يوضح المعلم للأطفال أنه إذا كان لدينا زاوية ما ولتكن < س ص ع كما بالشكل المقابل فإنه يمكننا بإستخدام الفرجار والمسطرة رسم زاوية تطابقها وفقا للخطوات التالية :



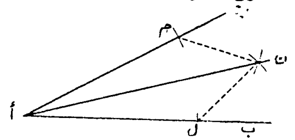


٣- تنصيف زاوية معلومة

٣- يرسم الأطفال أى زاوية ب أ جـ كالمبينة وبالإرتكاز فى أ وبنصف قطر مناسب يرسمون قوسين يقطعان أ ب فى ل، أ جـ فى م. وبفتحة أخرى مناسبة يركزون فى ل ، م ويرسمون

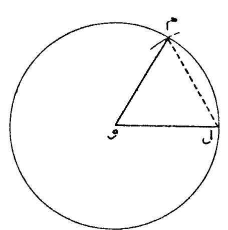


قوسين يتقطعان فى ن ثم يوصل أ ن بقطع الشكل أ ل ن م وطيه حول أن يجد الأطفال أن المثلثين ن أ ل ، ن أ م متطابقان (متساويان) أى أن أن ينصف الزاوية ل أ م. وبدلا من الطى حول أ هـ يمكن للأطفال أن يقطعوا المثلثين أ ل ن ، أ م ن ويبينون أنها متطبقان بوضع أحدهما فوق الآخر.



٤- إنشاء زاوية مقدارها ٦٠°

يحتاج الأطفال فقط لرسم مثلث متساوى الأضلاع بإستخدام الفرجار والمسطرة.



وتوجد طريقة أخرى مفيدة هى رسم دائرة كالمبينة وبالإرتكاز فى ل وبفتحة تساوى طول نصف قطر الدائرة يرسم الأطفال قوسا يقطع الدائرة فى م فينتج أن أطوال القطع المستقيمة و ل، م ل، م و متساوية على ذلك فإن المثلث و ل م متساوى الأضلاع أى أن قياس زاوية ل و م = ٦٠ °

وبتنصيف الزاوية ل و م تنتج الزاوية ٣٠ ° ولإنشاء زاوية ٩٠ ° نستخدم الإنشاءات التى وصفت فى نشاط ١ وبتنصيف الزاوية ٩٠ ° نحصل على زاوية مقدارها ٤٥ °

إستخدام الأشكال الهندسية فى الناحية الجمالية

يستمتع معظم الأطفال بأنشطة الرسم وخاصة عندما تنتج أشكال جديدة وشيقة ويشعر كثير منهم بالإرتياح عند رسم أشكال دقيقة ومتقنة أو تلوينها ويجب تشجيع هذا النوع من الإستمتاع بالرياضيات وفى نفس الوقت يجب تنمية بعض المهارات الفنية البسيطة باستخدام الأدوات الهندسية وذلك لأن القدرة على عمل رسم دقيق ومتقن مفيدة جدا فى الحياة اليومية وفى التجارة وفى بعض المهن وفى مجال الرياضيات مستقبلا.

أ- تكوين الأشكال:

هذه الأنشطة تجعل الطفل يتدرب على استخدام القلم الرصاص والمسطرة والفرجار. ويجب علينا تشجيع الأطفال على تلوين الأشكال التى يرسمونها بأنفسم.

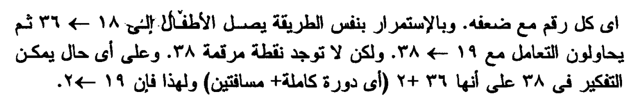
أنشطــة :-

١- يرسم الأطفال خطيـن أ ، ب كمـا بالشـكل المقابل. ثم يعينون على كـل خط مجموعـة من الفراغـات المتسـاوية بدءا من و (اسـم يكـون مناسبا) ثم ترقم كما بالشكل. ثـم ترسم خطـوط لربط كل رقـم مع نفسه فيظهر شكل منحنـى ويمكن تلوينه كما يمكن تعليق الرسوم الجيدة فى الفصل.

٢- يحتاج كل طفل فى هذا النشاط إلـى دائـرة مرسومة على ورقـة عادية أو ورقـة كرتـون عليها ٣٦ رقـم علـى مسـافات متسـاوية كمـا بالشكل إذا كـان الأطفال يسـتطيعون اسـتخدام المنقلة فيمكنهم رسم خطا منحنيا لتكويـن نصـف دائـرة ويمكن رسـم نصـف دائـرة اخرى لعمـل دائرة كاملة.

ويمكن اسـتخدام ١٠° على المنقلة فـى تحديـد نقط على مسافات متساوية. وإذا لم يكن الأطفال يـألفون المنقلـة فـإن البديل السـهل هو تزويدهم بـأوراق منسوخ عليهـا دوائـر مقسـمة ثم نرقـم النقـط من إلـى ٣٦ ثم يرسم الأطفال خطوطـا مستقيمة تربط بين الأزواج التالية:

١ ← ٢،٢ ← ٣ ،٤ ← ٤ ،٦ ← ٨ ، ٥ – ١٠



اى كل رقم مع ضعفه. وبالإستمرار بنفس الطريقة يصـل الأطفـال إلى ١٨ ← ٣٦ ثم يحاولون التعامل مع ١٩ ← ٣٨. ولكن لا توجد نقطة مرقمة ٣٨. وعلى أى حال يمكن التفكير فى ٣٨ على أنها ٣٦ +٢ (أى دورة كاملة+ مسافتين) ولهذا فإن ١٩ ←٢.

وبنفس الطريقة ٢٠ ← ٤، ٢١ ← ٦ وهكذا.

والنقطة الأخيرة والقليلة فى الربط هى ٣٤ ← ٣٢، ٣٥ ← ٣٤ ، ٣٦←٣٦.

وعندما يرسم الأطفال القطع المستقيمة يظهر شكل منحنى كما فى الرسم الأخيرفى الصفحة السابقة. يسمى هـذا الشكل المنحنى القلبى (Cardioid) لأنـه يشبه

القلب ومعادلته [س = أ (١- جتا هـ)] ويمكن استخدام خيط ملون ليربط بين النقط ويستمتع معظم الأطفال بهذا النشاط.

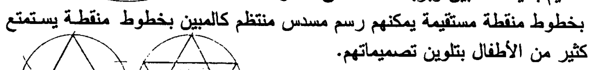
٣- يرسم الأطفال خطين متعامدين س ص، ل م كما هو مبين (ويمكن عمل شريط من الكرتون أو الخشب الرقيق أ ب جـ د بحيث تقطع النقطة أعلى و ل والنقطة ب على و ص ثم يرسم خط على جانب الحافة أ ب.

ثم نحرك أ إلى وضع أخر على و ل بحيث تظل ب ثابته على و ص ثم يرسم خط أخر. ويكرر هذا النشاط مع أوضاع مختلفة لكل من أ ، ب على و ل ، و ص فيتكون الشكل المنحنى المقابل ثم يوضع الشريط فى المنطقة الشمالية العليا ثم يكرر النشاط وبعد ذلك تستخدم المنطقتان السلفيتان. الشكل المغلق الكامل يسمى المنحنى النجمى Astroid.

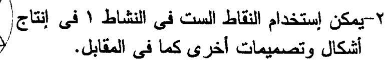
ب- رسم الأشكال

أنشطـــة:-

١- يتدرب الأطفال على إستخدام الفرجار فى رسم الدوائر (يحتاج كثير من الأطفال إلى هذا التدريب لكى يتعلموا كيفية مسك وإستخدام الفرجار) وعندما يتمكن الأطفال، أو يقدرون على رسم الدوائر فيمكنهم الإستمرار فى عمل تصميم بسيط كالمبين وبربط النقط على الدائرة



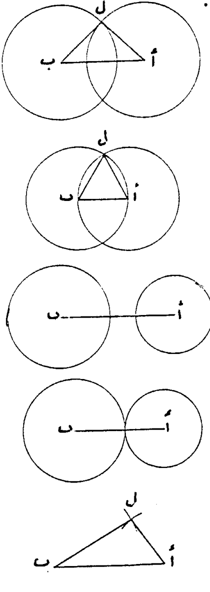
بخطوط منقطة مستقيمة يمكنهم رسم مسدس منتظم كالمبين بخطوط منقطة يستمتع كثير من الأطفال بتلوين تصميماتهم.



٢-يمكن إستخدام النقاط الست فى النشاط ١ فى إنتاج أشكال وتصميمات أخرى كما فى المقابل.

٣- هذا النشاط مهم لأنه يعتبر الأساس لكثير من أنشطة الرسم التى تأتى بعد ذلك وفيه يرسم الأطفال قطعة مستقيمة $\overline{JA}$ طولها ٦سم ثم يرسمون دائرة مركزها أ و نصف قطرها ٥سم ثم يرسمون دائرة أخرى مركزها ب ونصف قطرها ٤سم ثم يرمز لنقطتى تقاطع الدائرتين بالرمزين ل، ثم يناقش الأطفال فى معرفتهم عن النقطة (أنها على بعد ٥سم من أ، ٤سم من ب وبنفس الطريقة يناقشون النقطة م. ثم يكون

الأطفال مثلثا برسم أ ل، ب ل والذى أطوال أضلاعه ٦سم، ٤سم ، ٥سم ثم يرسمون مثلثا مطابقا له أ ب م (ويمكن توضيح ذلك بقطع المثلثين ووضعهما فوق بعضهما بقطع الشكل أ ل ب م وثنيه عبر الخط أ ب).



٤- يكرر الأطفال النشاط ٣ باستخدام قيم مختلفة الأطوال للقطعة أ ب وأنصاف أقطار مختلفة للدائرتين.

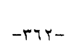
وأثناء هذه الأنشطة التى تتعلق بالرسم يجب أن يلاحظ الأطفال ما يلى:

أ- عندما يتساوى نصفا قطرا الدائرتين فإن المثلث أ ل ب يكون متساوى الساقين.

ب- عندما يساوى نصفا قطر الدائرتين الطول أ ب فإن المثلث أ ل ب متطابق الأضلاع.

جـ- وعندما يكون طولا نصفى القطرين أقل من طول أ ب فإن الدائرتين لا تتقاطعان (متباعدتان) ولا يتكون مثلث.

د- عندما يكون مجموع نصفى القطرين مساويا لطول أ ب فإن الدائرتين تتماسا.



٥- يستخدم الأطفال أفكار نشاط ٤ لرسم مثلث معلوم أطوال أضلاعه. ويجب أن يتحققوا بسرعة أنهم يحتاجون لرسم الدائرتين كاملتين ويكفى قوسان صغيران كما هو مبين.

إذا كان الأطفال يستطيعون إستخدام المنقلة فيقيسون الزوايا الثلاث لكل مثلث يرسمونه وبذلك يتدربون على قياس الزوايا ويقودهم ذلك إلى أن مجمع قياسات زوايا المثلث ١٨٠.

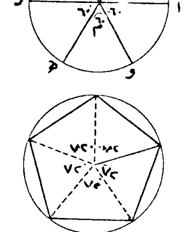
٦- عندما يكون فى مقدور الأطفال إستخدام المنقلة فيمكنهم رسم مثلثات بإستخدام قيم معطاة لـ

أ- زاويتين وضلع واحد.

ب- ضلعين وزاوية محصورة بينهما.

٧- يمكن تقديم رسم مضلع منتظم وليكن مسدسا فى أول الأمر. فعلى سبيل المثال:

يرسم الأطفال دائرة- وبفتحة طولها نفس طول نصف القطر نأخذ ستة أطوال متساوية على الدائرة لتكون مسدسا كما هو مبين وبقياس الأضلاع والزوايا يتحقق الأطفال من كونهم سدسا منتظما وبعد ذلك يصل الأطفال كل رأس بالمركز كما هو مبين على اليسار. ثم تناقش المثلثات الستة المكونة ويجب أيضا بناء الحقيقة التى تنص على أن جميع المثلث الستة متطابقة



وينظر الأطفال إلى الزوايا الست عند مركز الدائرة كل واحد منها _ لفة (دورة) كاملة أى قياس كل منها ٦٠ ° ويمدنا إيجاد قيمة كل زاوية من هذه الزوايا بنقطة بداية جديدة لرسم مسدس منتظم كما فى المناقشة التالية:

ترسم دائرة مركزها م ويرسم من زوايا قيمة كل منها ٦٠ ° كما هو مبين فى الرسم الثانى ثم ترسم الخطوط أ ب، ب جـ ، جـ د، د هـ ، هـ و لتكوين مسدس منتظم. ثم يرسم مخمس منتظم بنفس الطريقة. كما فى الشكل الثالث وإذا كانت هناك ضرورة يجب إعطاء تدريبات على رسم مضلعات منتظمة بنفس الطريقة.

تعليـــق ومتابعة:

إن الهندسة هى المجال الذى يمكن أن ينمى الأطفال من خلاله المهارات الرياضية لبعض الموضوعات مثل التصنيف - الفروض - التعميم - البرهان ولكن تدريس الهندسة للأطفال الصغار يجب ألا يستند إلى القيمة النفعية ولا إلى مكانة الهندسة باعتبارها إعداد للدراسات الهندسية مستقبلا بل يجب أن يستند إلى القيمة الجوهرية لتنمية الأطفال تربويا فى حينه. فعندما يسأل طفل لماذا نعمل القيمة . (ندرس) هذا؟ فإنه لا يريد أن يعرف فائدته له بعد سبع سنوات مثلا بل يريد أن يعرف ماذا يعنى ذلك بالنسبة له أثناء قيامه بعمله.

ولما كان من الصعب تدريس نوع معين من الهندسة فى جميع المرحلة الإبتدائية فإنه معظم الرياضيين التربويين يوافقون على أن الهندسة الشكلية لا تنتمى لمنهج المرحلة الإبتدائية وأن تدريس الهندسة من الحضانة حتى نهاية المرحلة الإبتدائية يجب أن يتم بصورة غير شكلية Informal بمعنى أن الخصائص تكتشف حدسيا ومن خلال التعامل مع الأشياء المحسوسة الموجودة فى بيئه الطفل.

أما الهندسة التى تبدأ بمصطلحات غير معرفة (لامعرفات) مثل النقطة – الخط المستقيم – المستوى) ومسلمات مثل (أى نقطتين يحدان مستقيا) ثم من خلال اللامعرفات والمسلمات يمكن تعريف مفاهيم هندسية أخرى ومن ثم برهان نظريات فهذا النوع من الهندسة يسمى الهندسة الشكلية وهى تقدم فى هندسة ما بعد المرحلة الإبتدائية.

ومما يسبب صعوبات فى تدريس الهندسة فى المرحلة الإبتدائية إن المعلمين يحاولون أحيانا استخدام الطريقة التى تعلموا بها الهندسة فى تعليمهم للأطفال بمعنى أنهم قد يعطون تعريفا للمفهوم (كما فى التنفيذ الشكلى) ويتوقعون من الأطفال أن يستخدموا هذا التعريف لتحديد أمثلة للمفهوم وهذا المدخل غير مناسب للأطفال الصغار الذين لا يفكرون بنفس أساليب طلاب المرحلة الثانوية كما أنهم – أى الأطفال – لا يعرفون ما الذى تدور حوله التعاريف.

ويذكر Fuy & Tichler (19) أسباب وجوب تدريس الهندسة غير الشكلية فى المرحلة الإبتدائية نلخصها فيما يلى :-

١- الهندسة – من حيث كونها دراسة الفراغ والعلاقات الفراغية – تفيدنا فى إدراك وتوظيف البيئة من حولنا. ومن خلال أنشطة الهندسة غير الشكلية يمكن أن نساعد الأطفال على تنمية مفرداتهم اللغوية اليومية لإستيعاب مفاهيم الشكل والفراغ (داخل – خارج – فوق – تحت – أمام – حول – مستقيم.....).

٢- الأنشطة يمكن تنمى الحس الجمالى لدى الأطفال كما أنها تجلب السرور لديهم بالإضافة إلى أن الأنشطة يمكن أن تنتج الفرصة للأطفال ليكونوا مبدعين.

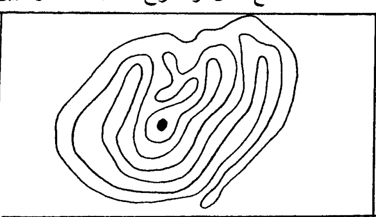
٣- يحتاج الأطفال إلى خبرات متنوعة فى الهندسة غير الشكلية لإعدادهم للهندسة الأكثر شكلية والتى تأتى فى المرحلة اللاحقة.

٤- الهندسة مرتبطة بعلاقات مع موضوعات الرياضيات الأخرى فكثير من الموضوعات العددية تعتمد بدرجة كبيرة على العلاقات الفراغية فمثلا: الفهم الحدسى للأشكال الهندسية مطلوب لفهم الكسور وعلى ذلك فالأنشطة الهندسية يمكن أن تستخدم فى إعطاء تدريبات على موضوعات عددية متنوعة فى منهج المرحلة الإبتدائية.

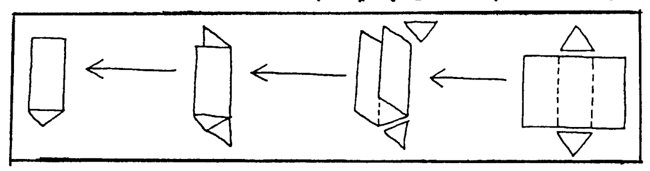
٥- عندما ينفذ الأطفال الأنشطة الهندسية فإن المعلم يعطى الفرصة لتشخيص نقاط الضعف والقوة فى العلاقات الفراغية.

٦- الهندسة غير الشكلية تساعد على التعلم بالإكتشاف وهذا الإكتشاف يمكن أن يتحقق من خلال سلسلة من الأسئلة تؤدى إلى نتيجة محددة أو تترك الباب مفتوح لنتائج متنوعة.

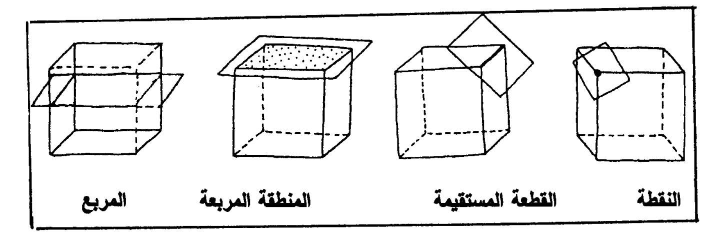
وفيما يتعلق بإستراتيجيات تدريس الهندسة للأطفال الصغار فقد أوضح Fielker (22) أنه بالنظر إلى الأنشطة الموجودة فى معظم الكتب المدرسية وجد انها لا تدرس التوبولوجى ولكنها تختبر مفاهيم الإرتباط والإتصال داخل ، خارج وهذا للأطفال. وأوصى بأن تكن الأشكال التى تعطى للأطفال لتصنيفها إلى منحنيات مغلقة ومفتوحة تكون كل الخطوط منحنية كما أن الأشكال يجب أن تقدم فى صورة غير متبلورة أى لا شكل لها لتجنب أى مصاحبة معا الأشكال الاقيلدية مثل الدوائر والقطوع الناقصة. وكمثال لتوضيح فكرة داخل وخارج تقدم منحنيات تشبه الأمبيا ثم سؤال الأطفال عما إذا كانت النقطة تقطع داخل أو خارج الشكل؟ كما هو مبين.



وبالنسبة للأشكال الهندسية فيجب أن نركز فى تدريسنا على أنشطة الطى واللصق وأن نعود على بناء المجسمات بأنفسهم تحت إشرافناوفى خطوات وفيما يلى مثال لأحد الأنشطة بناء الأشكال الهندسية المجسمة.



وفيما يتعلق بتدريس المفاهيم الأساسية كالنقطة والقطعة المستقيمة وما إلى ذلك فيجب التعامل معها من خلال المجسمات وفيما يلى مثال لذلك



بعض الأخطاء الشائعة عند تعلم التلاميذ للهندسة ومعالجتها.

يحتاج تدريس الهندسة إلى متابعة التلاميذ عند تعلمهم الجوانب الهندسية المختلفة فى بدء خبرتهم بهذا النوع من النشاط الرياضى. ومن ملاحظة المعلمين ودراسات الباحثين أمكن التعرف على بعض الأخطاء التى تتكرر عند تلاميذ المرحلة الإبتدائية عند دراستهم لموضوعات الهندسة فى الصفوف المختلفة.

ويذكر عبيد وزميلاه (١٣) أن من بين هذه الأخطاء الشائعة ما يلى:

(١) أخطاء فى التمييز بين الأشكال المجسمة المختلفة:

ولعل ذلك راجع إلى قصور فى التصور وربط الادراك البصرى بالادراك للأشكال الهندسية عندما ترسم كأشكال منظورة فى المستوى أى على سطح ورقة الكراسة حيث تتداخل مكونات الشكل ويصعب على بعض التلاميذ الفصل بين مستقيمات متقاطعة وأخرى متوازية، كما يصعب أحيانا إدراك تصور شكل مربع وهو مرسوم بصورة متوازى أضلاع.. وهكذا.

ولعل علاج ذلك هو أن يربط المعلم بين الشكل المجسم وهو معروض أمام التلاميذ وبين صورته المرسومة على السبورة أو الورقة كما يجب على المعلم أن يوضح كيفية رسم الشكل المجسم ويبرز أوجهه وأضلاعه ورؤوسه والعلاقة بينهما أمام التلاميذ موضحا ذلك فى نفس الوقت على الشكل المجسم ذاته.

(٢) أخطاء فى التمميز بين الأشكال المستوية:

ولعل ذلك يعود إلى أن بعض المعلمين يقدمون أسماء لأشكال وتعاريفها قبل تقديم مدلول الأسم نفسه (أى الشكل)، ويعالج مثل هذا الموقف بأن يقدم الشكل وخواصه ثم يعطى له الأسم أو الرمز.

كما يجب أن يقدم الأشكال المستوية مثل المربع والمستطيل ومتوازى الأضلاع والمثلث فى صورة واضحة وأوضاع مختلفة ويطلب من التلاميذ رسمها والتعرف عليها وتسميتها والربط بينها وبين أوجه بعض المجسمات المحيطة بالتلميذ مثل أوجه الغرف وأسطح بعض المجسمات المصنوعة خصيصا لذلك. وتنفيذ الشفافيات والصور المتحركة فى توضيح ذلك.

(٣) أخطاء فى بعض المفاهيم الأساسية:

ومن أمثلة ذلك الخلط بين القطعة لمستقيمة والمستقيم وبين المثلث متساوى الساقين والمثلث متساوى الأضلاع والتعرف على الزوايا المتساوية المقابلة للأضلاع المتساوية. كذلك هناك أخطاء ناجمة عن عدم تسمية القطع المستقيمة والزوايا بالطريقة الصحيحة.

والعلاج هنا يعتمد على تحسين طرق التدريس والعمل مع أفراد التلاميذ لتشخيص أخطائهم مبكرا وتصحيحها قبل أن يثبت الطفل أفكارا خاطئة فى ذهنه وإستخدام الوسائط المعينة وإعطاء أشكال فى أوضاع مختلفة وتبسيط لغة التعاريف وربط الرسم والصورة باللفظ وإعطاء التلاميذ فرصا لإكتشاف أخطائهم وتصحيحها تحت إشراف من المعلم هذا بالإضافة إلى تخصيص وقت كاف للمفاهيم الهندسية وعدم تركها لنهاية العام وفى عجالة من الوقت مما يعطى للأطفال إنطباعا إما بصعوبتها أو بعدم أهميتها.

(٤) أخطاء فى طرق إستخدام الأدوات الهندسية:

يخطىء بعض التلاميذ فى طريقة إستخدامهم للأدوات الهندسية بدءا من عدم إستخدام القلم الرصاص غير المناسب فى الرسم وجعل سنه مدببا بدرجة كافية وإستخدام القلم فى الكتابة والرسم فى نفس الوقت مما يحدث خطأ فى القياس ودقته. كذلك فإن عدم الدقة فى وضع المسطرة أو تأكل حافتها أو عدم وضوح أرقامها يسبب أخطاء عديدة ومن ثم يلزم تعويد التلاميذ على الأوضاع الصحيحة للمسطرة والتأكدمن سلامة إستقامة حافتها ووضوح تدريجها ووضع القلم عموديا عليها عند تحديد النقط وعند الرسم بمحاذاة المسطرة. كذلك يجب أن يتعلم التلميذ كيفية حساب المسافة أو البعد بين أى رقمين على المسطرة الذى هو فى الواقع درس عن الاحداثيات على خط الأعداد.

كذلك الحال بالنسبة لطريقة إستخدام المنقلة فى قياس الزوايا ذات الأوضاع المختلفة وطريقة حساب قياس الزوايا المنعكسة بالإستعانة بالمنقلة وفهم طريقة القياس ومد القطع المستقيمة اللازمة لذلك ومعرفة نقطة بدء القياس والعد السليم بدءا من الضلع المطابق لصفر الترقيم حتى الضلع الثانى الذى يحدد الرقم الذى يدل على قياس الزاوية.

كذلك الإهتمام بالتدريب على التحكم فى دوران الفرجار مع تثبيت سنه وموازنة وضع قلم الرصاص ذى السن المدبب مع سن الفرجار حتى لا يحدث عدم إتزان فىحركة الفرجار. هذا بالإضافة إلى التحكم فى ورقة الرسم أثناء دوران الفرجار حتى يستكمل دورة كاملة أو رسم قوس ببعد معين وفى إتجاه معين.

(٥) أخطاء فى رسم شكل هندسى بشروط معينة:

كثيرا ما يخطىء بعض التلاميذ فى رسم مثلث أو شكل رباعى بشروط معينة حيث قد يحدث خلط فى تتابع أسماء رؤوس الشكل أو خلط فى قياس زاوية بدلامن الأخرى أو ضلع بدلا من الأخر. ويعالج ذلك بأن يرسم التلميذ شكلا تقريبيا فى اول الأمر يحدد عليه الأبعاد والقياسات المعطاه ثم يضع خطة لكيفية البداية وبالأدوات التى سوف يستخدمها وبعد ذلك يبدأ تنفيذ الشكل المطلوب برسم وقياسات دقيقة.

معلومات إضافية

مستويات فان هايل V an H iele **للنمو الهندسى**

المستوى (صفر) : التصور Visualization إكتشاف التلميذ للمفاهيم الهندسية الأساسية مثل الأشكال البسيطة بصورة بصرية للمفهوم ككل دون إعتبار لخصائص مركباته.

المستوى (١) : التحليل Analysis إكتشافالتلميذ للمفاهيم الهندسية بوسائل تحليلية غير شكلية لتركيب أجزائه وصافته المميزة. تكونت الخصائص الضرورية للمفهوم.

المستوى (٢) : التجريد Abstraction يرتب التلميذ خصائص المفهوم منطقيا، يضع تعريفات مجردة يستطيع التمييز بين الضرورة والكفاية لمجموعة من الخصائص فى تحديد المفهوم.

المستوى (٣) : الإستنتاج Deduction إكتشاف التلميذ شكليا من خلال نظام رياضى- يكمل فقرات غير معرفه، مسلمات – النظام المنطقى – مفهوم نسبيا – يتعامل مع المعرفات والنظريات.

المستوى (٤) : التجسيد Rigor يستطيع الطالب مقارنة الأنظمة بناء على إفتراضات يستطيع دراسة هندسات متعددة فى غياب النماذج الحسية.

إختبر فهمك

١- صف بعض الأنشطة للتعامل مع المفاهيم التوبولوجية التالية

القرب – الإنفصال – التطويق.

٢- لماذا يكون من المفضل البدء فى دراسة المفاهيم الإقليدية فى الهندسة من خلال المجسمات بدلا من الخطوط والأشكال المستوية؟

٣- صف بعض الأنشطة التى تساعد الأطفال على التعامل مع: المجسمات – الأشكال المستوية.

٤- أكتب عبارة تميز بين الأشكال المتطابقة والمتشابهة.

٦- رسم قطعتين مستقيمتين $\overline{اب}$ ، $\overline{جد}$ بحيث.

أ- لا تتقاطعان ب- تقاطعهما هو $\overline{اب}$.

جـ- يتقاطعان فى نقطة واحدة د- إتحادهما قطعة مستقيمة.

هـ- إتحادهما ليس قطعة مستقيمة .

ضع علامة (√) ، (×) أمام العبارات التالية:

أ- مستقيمان متوازيان يحددان مستوى

ب- مستقيمان متقاطعان يحددان مستوى

جـ- كل مربع مستطيل

د- كل مستطيل مربع

لدينا المستقيم $\overleftrightarrow{اب}$ والنقطة ق لا تقع على $\overleftrightarrow{اب}$ كم عدد المستقيمات التىيمكن رسمها من ق موازية لـ $\overleftrightarrow{اب}$

. . . .
. . . .
. . . .

صل النقط المبينة برسم أربع قطع مستقيمة مع مراعاة عدم رفع القلم عن الورقة أو إعادة رسم قطعة مرتين

الفصـــــل الثـانــــى عشــــر

الإحصـــــــاء

- مفهوم الإحصاء وتطوره
- أهدف تدريس الأحصاء فى المدارس
- أساليب تدريس الإحصاء
- مصادر جمع البيانات
- أقسام الإحصاء
- إستخدام الإحصاء فى كتابة وتحليل الشفرة

من المتوقع بعد قراءة هذا الفصل ودراسته أن يصبح الدارس قادرا على أن:-

١- يعرف أسباب تضمين الإحصاء فى مستوى المدارس.

٢- يضع قائمة بمصادر البيانات التى يمكن أن يجمعها الأطفال وينظموها فى جداول ورسوم بيانية.

٣- يجمع بيانات وينظمها فى جدول ويمثل الجدول فى صورة بيانية.

٤- يصف أنشطة تساعد على بناء الحس الإحصائى لدى الأطفال.

٥- يعرف أقسام الإحصاء.

٦- يعرف مجالات إستخدام الإحصاء فى حياتنا العصرية.

٧- يكتسب الخبرة فى تدريس الإحصاء للأطفال.

من المتوقع بعد أن يكمل الطفل دراسة الموضوعات الموصوفة فى هذا الفصل أن يقدر على أن:-

١- يجمع بيانات عن ظاهرة معينة فى محيط فصله ومدرستة.

٢- ينظم بيانات فى جدول.

٣- يمثل بيانات موجودة فى جدول بيانيا بإستخدام الرسم بالصور أو الأعمدة البيانية أو الخط المنكسر أو الدائرة.

٤- يعرف متى يستخدم طريقة عرض البيانات المناسبة.

مفهوم الإحصاء وتطوره:-

كلمة إحصاء مشتقة من فعل أحصى ومضارعها يحصى بمعنى يعد أو يحصر. ويرجع إشتقاق فعل أحصى إلى الحصى أو الحجارة الصغيرة، وهى الأداة التى تعلم الإنسان عن طريقها عد الأشياء المحيطة.

وقد ورد ذكر الإحصاء فى القرآن الكريم فقد قال تعالى "وأحاط بما لديهم وأحصى كل شيء عددا" ، "وإن تعدوا نعمة الله لا تحصوها".

وللإحصاء تعاريف كثيرة أهمها الذى يقول أن:

الإحصاء هو ذلك الفرع من العلوم الذى يهتم بجمع البيانات وتصنيفها وعرضها وتحليلها وتفسيرها بغرض المقارنة ومعرفة النتائج وإستنتاج العلاقات لإستخدامها فى إتخاذ القرارت المناسبة.

وأقدم الإحصائيات فى التاريخ يعود تاريخها إلى حوالى ٣٠٠٠ سنة قبل الميلاد، وهى إحصائية قدماء المصريين بهدف معرفة الثروات وأعداد العمال قبل بناء الأهرامات.

وفى عام ٥٩٠ ق.م. تقريبا أجرى أول إحصاء رسمى للسكان فى اليونان بهدف جمع الضرائب من الأغنياء.

أما أول إحصائية قام به المسلمون فكانت فى عهد الخليفة الثانى عمر بن الخطاب رضى الله عنه، عندما أمر بكتابة أسماء الناس فى قوائم حسب أسبقيتهم للإسلام وما قدموه من تضحيات فى سبيله. وعندما دخلت العراق فى الخلافة الإسلامية قيست الأرض الصالحة للزراعة بالعراق وصنفت حسب ملاكها وما تنتجه من محصول. وفى أيام الخليفة عمر بن عبد العزيز أعدت قوائم بأسماء الفقراء والمعوقين فى الدول الإسلامية بغرض دفع رواتب منتظمة لهم من بيت مال المسلمين.

أما الإحصاء الحديث فقد بدأ بكتاب "ملاحظات طبيعية وسياسية حول معدل الوفيات" فى عام ١٦٦٢م قام بتأليفه الإنجليزى جون جارنت John Graunt ثم تطور الإحصاء نتيجة أعمال بعض علماء الرياضيات مثل باسكال وفيرمات وبرنولى ودى موافر وبيرسون وغيرهم ثم إستخدمه أيضا علماء مثل كاتل وسيبرمان ثم أضاف فيشر إضافات رئيسية إستخدمت فى مجال البحوث الزراعية والبيولوجية. ومع تقدم الحضارة الإنسانية تعددت إستخدامات الإحصاء لتشمل مختلف أنواع الأعمال الحياتية من زراعة وصناعة وإقتصاد وتجارة وسياسة وتعليم.

أساليب تدريس الإحصاء:-

يوجد أسلوبان منفصلان لتدريس الإحصاء وهما:

١- إسلوب التداخل ما بين المواد أو المقررات الدراسية:

ووجهه النظر فى هذا الإسلوب هو عدم إعتبار الأحصاء مادة دراسية منفصلة ولكنها تقدم كأداة لتطبيقها فى مشكلات بحثية وبصياغة أخرى يجب أن يبنى تدريس الأحصاء على مشكلات مع التركيز على تجميع البيانات من الظواهر الحياتية و تحليلها و تفسيرها بالاضافة الى تدريب الطلاب على استخدام مالديهم من معرفه احصائية.

٢- اسلوب التجارب العملية :

و يقوم هذا الاسلوب على اكتساب المتعلم للمفاهيم و المبادىء الاحصائية من خلال اشتراكه فى اجراء بعض التجارب العملية المستخدمة فى حياتنا اليومية وتتكون ملامح العمل فى هذا الاسلوب مما يلى:

١- صياغة المشكلة

٢- تجهيز البيانات

٣- عمل الإجراءات اللازمة (خطوات العمل).

٤- رصد النتائج وتحليلها.

٥- توفير تجارب إضافية تستخدم كنموذج لمجموعة من المشكلات.

٦- تقدم التجارب الإضافية بعض الإقتراحات لكيفية إجرائها.

٧- توضع أسئلة بغرض مساعدة المتعلم على مناقشة نتائجه وصياغة تعميماته.

أهداف تدريس الأحصاء فى المدارس:-

إجتمعت كثير من اللجان فى العقود الأخيرة وعقدت كثير من المؤتمرات التى إهتمت بتدريس الأحصاء وكان من أهمها المؤتمر الأول لتدريس الإحصاء فى sheffield فى بريطانيا فى أغسطس ١٩٨٢.

وإنعكست نتائج تلك المؤتمرات على الإهتمام بالإحصاء وتدريسه فى المدارس لما له من أهمية كبرى لأنها أى الإحصاء تتعامل مع مواقف يمكن تحديدها كما أنها تزودنا بطرق للدراسة والفهم وضبط ما هو غير مؤكد.

كما يلعب التفكير الإحصائى دورا هاما فى الحياة اليومية للمتعلمين كما أن الإستدلال الإحصائى يساهم بطريقة أساسية فى عمليات صنع القرار فى الأنشطة المتعددة فى كل من العلوم الطبيعية والإنسانية بالإضافة إلى الأهمية المتزايدة للإحصاء وأورد هولمز Holmes (٧) خمسة أسباب لتضمين الإحصاء فى مسوى المدارس هى:-

١- هدف ثقافى حيث أن الإحصاء جزء من الثقافة الإنسانية فإن دراسته تكمل ثقافة المتعلم.

٢- التفكير الإحصائى جزء أساسى من التفكير العددى.

٣- يساعد على الكشف عن التاريخ الحقيقى للشخص مما يساعد على النمو الشخصى.

٤- هدف نفعى: حيث أن أفكار الإحصاء تستخدم على نطاق واسع فى العمل بعد المدرسة.

٥- تدريس الإحصاء مبكرا فى المدارس يعطى أساسا للفهم الحدسى Intutive للمادة.

تقديم الأحصاء

نتناول فى هذا الفصل تقديم المفاهيم الإحصائية التالية :-

أولا جمع البيانات :-

البيانات هى العمود الفقرى للإحصاء. و المرحلة الأولى من مراحل العملية الإحصائية هى جمع البيانات عن الظاهرة موضوع الدراسة والبيانات التى تجمع عن الظواهر لا تجمع لذاتها بل تجمع بهدف دراستها وتحليلها وإستخراج النتائج منها.

وبالتالى فإن جمع البيانات هى القاعدة التى تبنى عليها كل المراحل التالية فى العملية الإحصائية.

مصادر جمع البيانات

لقد وضع المركز القومى (NCTM) لمعلمى الرياضيات القائمة التالية وهى عبارة عن: البيانات التى يمكن جمعها واستخدامها من قبل الأطفال

١- مقاسات أحذية الأطفال.

٢- أطوال الأطفال.

٣- أوزان الأطفال.

٤- لون العينين، والشعر للأطفال.

٥- المشتركون فى النوادى والجماعات المدرسية.

٦- الألوان المفضلة للأطفال.

٧- أسعار بعض الأشياء فى محلات مختلفة كما جاءت فى إعلانات الصحف.

٨- برامج التليفزيون المفضلة.

٩- تسجيل درجات الحرارة على مدى أسبوع فى مكان محدد من حجرة الدراسة فى ثلاثة أوقات مختلفة كل يوم.

١٠- عدد السيارات التى تمر أمام شباك الفصل خلال فترة خمس دقائق فى نفس الموعد كل يوم.

١١- درجات الحرارة القصوى والدنيا للمدن كما جاءت فى نشرة الأخبار.

١٢- الاسم الأول لخمسين شخصا.

١٣- تاريخ الميلاد للأطفال.

١٤- نمو نبات فى أسبوع.

١٥- المسافة بالأمتار التى يبعدها كل طفل عن المدرسة.

١٦- الزمن الذى يستغرقة كل نشاط صفى فى اليوم.

١٧- نوع الفاكهة المفضل لدى الأطفال.

١٨- أنواع الكتب التى يقرأها الأطفال.

كل هذه الأمثلة تقدم الفرصة للأطفال لكى يجمعوا البيانات من مصادر أولية تتمثل فى : الأطفال أنفسهم - أصدقائهم - الأطفال فى فصول أخرى والمراهقين فى مدارسهم ويفضل إستخدام البيانات من المصادر الاولية عن التى يمكن الحصول عليها من التقاويم almanacs -دوائر المعارف-الكتب المدرسية لأنها تمثل معنى أكبر بالنسبة للأطفال وأيضا يكتسب الأطفال خبرات فنية من خلال جمع وتنظيم وتفسير البيانات عندما يجمعونها بأنفسهم وأخيرا يمكنهم أن يستخدموا معرفتهم لقراءة وتفسير الجداول والرسوم البيانية الجاهزة.

طرق عرض البيانات

أولا: العرض الجدولي:

بعد أن يجمع الأطفال البيانات فإنهم يحتاجون إلى تنظيمها حتى يمكنهم تفسيرها بسهولة والجداول من الأساليب المفيدة فى ذلك

مثال: فى إنتخابات الفصل كان المرشحون هم خالد، سامح، كمال وكانت الأصوات التى حصلوا عليها كما يلى:

كمال	كمال	كمال	سامح	سامح	خالد	خالد
كمال	خالد	سامح	خالد	كمال	سامح	كمال
خالد	كمال	كمال	سامح	كمال	كمال	سامح

يقول المعلم بإمكاننا عمل جدول يبين عدد الأصوات التى حصل عليها كل مرشح ويوضح أننا سنرمز لكل صوت بعصا (العلامة /) ولكل خمسة أصوات بالعلامة 卌

ولعمل الجدول نتبع الخطوات التالية:

١- نرسم جدولا كالمبين .

٢- نضع علامة فى عمود العلامات لكل مرشح يحصل على صوت بعد قراءة الإسم على البطاقة.

نتائج الإنتخابات		
التكرار	العلامات	الإسم
٥	卌	خالد سامح
٦	卌	كمال
١٠	卌 卌	

٣- نكتب عدد الأصوات التى حصل عليها كل مرشح فى عمود التكرار.

ثم يطلب المعلم من الأطفال أن ينظروا فى الجدول ويجيب على الأسئلة التالية:

١- ما عدد الأصوات التى حصل عليها كل من:

خالد-----، سامح------، كمال------.

٢- كيف يمكنك معرفة العدد الكلى للتلاميذ الذين أدلوا بأصواتهم؟

٣- كم عدد تلاميذ الفصل الذى أجرى فيه الإنتخابات؟

٤- من الذى فاز فى الإنتخابات؟

ثانيا: العرض البيانى

يستخدم العرض البيانى لإعطاء فكرة واضحة وسريعة عن البيانات. وهناك طرق مختلفة للعرض البيانى وفيما يلى بعض منها:

أ- الكتابة بالصور أو الرسوم Pictograph أحيانا يكون من المفيد إستخدام الصور أو الرسوم لتمثيل البيانات ومن مميزات هذه الطريقة أنها تعرض البيانات وتقارن بينها بطريقة جذابة.

مثال:

الشكل يوضح عدد الأهداف التى سجلها فريق كرة القدم فى دورى المدارس

المهاجمون	عدد الأهداف المسجلة
أسامة	
على	
ياسر	

المفتاح: ٦ أهداف

ويوضح المعلم للأطفال الإرشادات التالية لعمل التمثيل بالصور

١- ضع عنوانا.

٢- إرسم المحورين.

٣- إستخدم المفتاح لبيان الرموز وقيمتها.

٤- مثل الرموز على الرسم.

العنوان:-

المفتاح:-

ثم يوفر المعلم للأطفال تدريبات متعددة على هذا النوع من التمثيل البيانى.

٢ - الأعمدة البيانية:

الأعمدة البيانية تساعدنا فىالمقارنة بين البيانات بصورة أكثر دقة.

مثال: حصل تلميذ بالصف الرابع على الدرجات الأتيـة لبعض المـواد الدراسـية (علما بأن النهاية العظمى ٥٠ درجة)

المادة الدراسية	اللغة العربية	الرياضيات	الدراسات الإجتماعية	العلوم	التربية الدينية
الدرجة	٣٠	٥٠	٣٥	٤٠	٤٥

والمطلوب تمثيل ذلك بالأعمده البيانية.

إن معظم الأطفال لديهم القدرة على رسم الأعمدة البيانية البسيطة ولكنهـم يحتـاجون فـى معظم الأحوال إلى مزيد من المساعدة والتوجيه عندما تقدم لهم فكرة البدء قد لا يكـون دائما بالصفر على المحورين.

وفيما يلى خطوات مقترحة يسير على هديهـا الأطفـال - تحـت إشـراف المعلـم - عنـد التمثيل بالأعمدة البيانية.

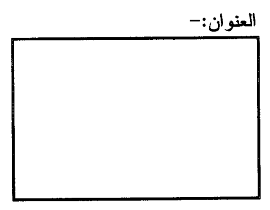
١- ضع عنوانا للرسم.

٢- إستخدم مقياس رسم مناسب بفترات متساوية.

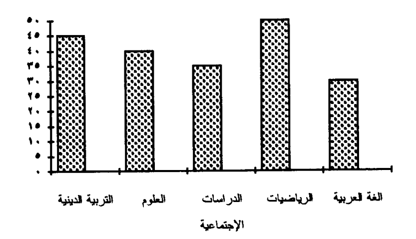
٣- إستخدم أعمدة (مستطيلات) ذات عرض متساو.

٤- إستخدم مسافات متساوية بين الأعمدة.

العنوان:-



والشكل التالى يوضح التمثيل البيانى للجدول السابق:



٢- الخط البيانى المنكسر Line Graph

يستخدم الخط المنكسر لبيان التغيرات حسب الوقف وإرشادات عمل الخط المنكسر هـى نفسها مثل الخطوات الثلاث الأولى فى عمل الأعمدة البيانيـة وفيمـا يلـى تمثيـل الجـدول السابق بإستخدام الخط المنكسر.



٤- التمثيل بالدائرة Pie Graph

نستخدم الدائرة فى العرض البيانى عندما نريد أن نعرض نسب كميات مختلفة بـدلا مـن الكميات نفسها ويظهر هذا النوع من العرض البيانى فـى كتـب الجغرافيـا وكتـب العلـوم والصحف والمجلات ويجب تشجيع الأطفال علـى جمـع مثـل هـذه الرسـوم حتـى يمكـن مناقشتها ويمكن تلخيص خطوات العرض بالدائرة كما يلى:

١- نرسم دائرة بإستخدام نصف قطر مناسب.

٢- نحدد زاوية كل قطاع بإستخدام المعادلة التالية

$$\text{زاوية القطاع} = \frac{\text{قيمة الجزء الممثل بالقطاع}}{\text{المجموع الكلى}} \times ٣٦٠^{\circ}.$$

٣- بعد تحديد زوايا جميع القطاعات نبـدأ فـى تحديد كـل قطـاع علـى الدائـرة بواسـطة المنقلة. ويجب أن يكون مجمـوع زوايـا هـذه القطاعـات مسـاويا للزاويـة المركزيـة (أى ٣٦٠ °) ثم نعطى كل قطاع لونا (أو تظليلا) معينا

ويجب أن يتعلم الأطفال أن يعملوا ويفسروا التمثيل بالدائرة. وهذا التمثيل عادة يعـرض نسبا ولهذا يجب عدم إستخدامه قبل التمكن من النسبة وكيفية حسابها. كما أنهم يحتاجون أيضا إلى معرفة كيفية قياس الزاوية على دائرة

وفيما يلى مثال على إستخدام التمثيل بالدائرة

الجدول التالى يبين عدد التلاميذ المشتركين فـى بعـض جماعـات النشـاط المدرسـى فـى فصلك

الجماعة	عدد التلاميذ
الرياضيات	١٠
الصحافة	٥
العلوم	٥

والمطلوب تمثيلها بإستخدام الدائرة

والجدول التالى يبين متى تستخدم كل نوع فى التمثيل البيانى

نوع التمثيل البيانى	متى يستخدم
الأعمدة البيانية	لبيان المقارنة بين البيانات
الكتابة بالصور	لبيان المقارنة بين البيانات بطريقة جذابة
الخط البيانى	لبيان التغير حسب الوقت والتغيرات والتباينات
التمثيل الدائرى	لبيان الأجزاء من كل والعلاقة بين هذه الأجزاء

توجهات فى تدريس الأحصاء

يذكر Lennort أنه توجد خمسة توجهات Trends رئيسية ظاهرة فى تعليم الإحصاء على المستوى المدرسى هى:-

١- التركيز على الإحصاء Emphases on statistics

وخاصة الأحصاء الوصفى حيث أنه من الممكن تقديم مقرر تفكيرى بدون خلفية فى الإحتمالات وإدخال مفاهيم الإحتمالات عند الحاجة إليها فقط كما أنه من الممكن إدخال طرق تحليل البيانات reasonable course Exploratory Data Analysis حيث يجب أخذها فى الإعتبار.

٢- التركيز على التطبيقات وبناء النموذج

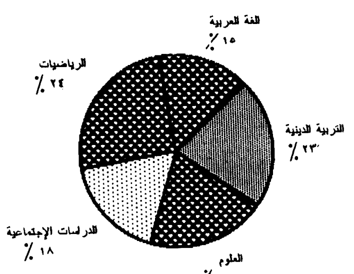
ويعنى شرح المادة مع التركيز على تطبيقات من مجالات متعددة مثل العلوم - التكنولوجيا - التأمين - ضبط المرور - العلوم الإجتماعية - الإدارة ولكن المشكلة الخطيرة إيجاد تطبيقات مناسبة من هذه المجالات الواسعة.

كما أن التطبيقات من وجهة نظر أخرى توسع من خبرة المتعلم فى النمذجة الرياضية ويمكن القول أن التركيز على النمذجة الرياضية إتجاه فى التدريس فى هذه الأيام ليس فقط فى الأحصاء ولكن فى الرياضيات بصفة عامة.

٣- إستخدام المحاكاة Use of simulation

المحاكاة أداة أو وسيلة هامة ومبدأ هام فى تدريس الإحصاء والإحتمالات ويمكن إستخدامها لدراسة التجارب العشوائية عندما تكون المعالجة التحليلية غير ممكنة. ٤- **إستخدام الآلات الحاسبة والكمبيوتر**

يوجد الأن اتجاه فى تدريس الإحصاء مفاده إستخدام الآلات الحسابة والكمبيوتر نظرا للإمكانيات الواسعة التى ظهرت حديثا ويركز هذا الإتجاه على الإهتمام بالإجراءات



تعليق ومتابعة:

يفيدنا عرض البيانات بيانيا فى حالات متعددة منها:-

أ- يمكن من خلاله عرض بيانات فى صورة سريعة وسهلة الفهم.

ب- يشير إلى العلاقة بين عناصر مجموعتين.

جـ- يزودنا بمعلومات لم تكن معلومة لدينا من قبل.

ولا يجب تقديم العرض البيانى كموضوع مستقل بذاته. بل يستخدم أثناء أى نشاط ويعتقد معظم المعلمين أن التمثيل البيانى لا يزيد من فهم الطفل للنشاط فقط ولكنه عادة رياضية جيدة يجب تنميتها وبصفة عامة يستمتع الأطفال بالعمل البيانى وقد يعجبون بأنفسهم عندما ينتجون أعمالا ملونة ودقيقة ومحكمة ونابضة بالحياة كما أنهم يشعرون بالسعادة عندما تعلق أعمالهم فى الفصل.

وقد يواجه الأطفال بعض الصعوبات وخاصة فىالمرحل الأولى فى إستخدام الكتابة بالصور والأعمدة البيانية ولذلك يفضل عدم التعجل فى تدريس تلك الموضوعات.

والقدرة على قراءة الأشكال البيانية وفهمها على درجة من الأهمية مثلها مثل القدرة على رسم الأشكال البيانية وعلى مناقشة مدى إستفادتهم من هذه الأشكال كما يجب على المعلم الإستخدام الجيد للأشكال البيانية التى تحدث فى المواد الدراسية غير الرياضيات لأن ذلك يصقل خبرة الأطفال وفى نفس الوقت يساعدهم على تنمية عادة النظر إلى الشكل البيانى وسوف يصبح الأطفال على وعى بأن الشكل البيانى يمكنه إعطاء معلومات شيقة ومفيدة كما يجب على المعلم تدريب أطفاله على إختيار التمثيل البيانى المناسب.

الحسابية الكثيرة فى تدريس الأحصاء لأن هذه الإجراءات تحسب بسهولة من خلال الآلة الحاسبة – كما توجد برامج جاهزة للتحليل الأحصائى بإستخدام الكمبيوتر ومن هنا فالتدريس يجب أن يركز على إكتساب المفاهيم الإحصائية وتنمية الحس الأحصائى لدى المتعلم وليس الإهتمام بالإجراءات الحسابية.

٥- إستخدام المشروعات Project Work

يذكر هولمز Holmes الأسباب التالية لتضمين مشروعات.

العمل فى تدريس الإحصاء

١- إنها تضع إستخدام الأساليب الأحصائية فى سياق عملى.

٢- أنها أكثر دافعية للمتعلم من الدروس الروتينية (هذا بصفة خاصة إذا اختار المتعلم مشروعه من المجالات التى يهتم بها).

٣- أنها تعطى احساسا سريعا بأن البيانات حقيقية.

٤- أنها تظهر قيمة تعلم الأحصاء من خلال تطبيقاتها المختلفة.

معلومات إضافية

١- أقسام الإحصاء:

يمكن تقسيم مجال الأحصاء إلى مجالين أساسيين هما :-

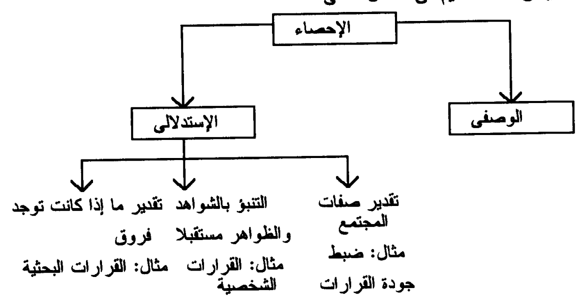
أ- الأحصاء الوصفى Descriptive Statistics

ويعتبر جزءا صغيرا من المادة ويهتم بتلخيص خصائص وصفات العينات وتستخدم الطرق الأحصائية فيه فى جمع البيانات ومعالجتها بغرض إستنباط الخواص الأساسية التىتميز هذه البيانات وينحصر عمل الأحصائى فى هذا المجال داخل اطار توصيف البيانات المتاحة بإستخدام طرق تسجيل وعرض البيانات جدوليا وبيانيا وحساب بعض المقاييس منها (مثل مقاييس النزعة المركزية والتشتت والإرتباط) ولا يمتد عمل الإحصائى هنا إلى محاولة تعميم النتائج المحسوبة على مجتمعات أكبر من مجموعات البيانات التى حسب منها

ب- الأحصاء الإستدلالى: Inferencial Statistical

وتنتمى معظم الطرق الأحصائية إليه ويختص بتقدير خواص المجتمع من واقع خواص مجموعة البيانات المتاحة من عينة أو أكثر ثم بحثها. ويقوم هذا التقدير أساسا على مجموعة من الإفتراضات عن العلاقة بين العينة التى يمكن قياس خواصها مباشرة وبين

المجتمع الذى يعتقد أن العينة مأخوذة منـه والـذى نرغـب فـى تقدير مواصفاتـه ويمكن تلخيص هذا التقسيم فى الشكل التالى:-



٢- إستخدام الأحصاء فى كتابة وتحليل الشفرة

إنـه لمـن الضـرورى لقراءة عبـارة مثل ZH WKH SHRSOH معرفـة مفتـاح شفرتها. decode وعلم التشفير cryptology هو دراسة تشفير وفك تشفير الرسـائل فالتشفير يعنى كتابة العبارت كرموز in codes بينما فك وتحليل الشفرة يعنـى ترجمـة هذه الرموز إلى العبارت الأصلية.

والإحصاء هى أحد الطرق المستخدمة فى تشفير وفك وتحليل الشفرات. ولما كـان علم الأحصاء هو دراسة تنظيم وتحليل البيانات فإن المشفرين يستخدمونه أى الإحصـاء فـى تحليل مقالات عادية من الجرائد والمجلات يحسبون مدى تكرار حروف الهجاء فى هذا المقال ويطلق على هذا الإجراء ما يسمى بتحليل المحتوى.

وفى دراسة عن اللغة الإنجليزية أثبت الباحث أن حـرف الهجـاء E هوالحـرف الأكثر تكرارا فى هذه اللغة والجدول التالى يوضـح التكرار النسبى (الصـورة مقربـة) لجميـع حروف الهجاء فى اللغة الإنجليزية من Aإلى Z

A- 7.3%	J- 0.2%	S- 6.3%
B- 0.9%	K- 0.3%	T- 9.3%
C- 3.0%	L- 3.6%	U- 2.7%
D- 4.3%	M- 2.5%	V- 1.3%
E- 13.0%	N- 7.8%	W- 1.6%
F- 2.7%	O- 7.4%	X- 0.6%
G-1.7%	P- 2.7%	Y- 1.8%
H-3.4%	Q- 0.3%	z- 0.1%
I - 7.5%	R- 7.3%	

وبمعرفة هذه التكرارت يعرف المشفرون أن الرمز الأكثر تكرار فى أى عبارة يقابل الحرف E ولهذا فإذا نظرنا إلى العبارة السابقة فإننا نستطيع أن نخمن أن الحرف H يقابل الحرف E فى النص الأصلى وليس من الضرورى أن يكون هذا التخمين صحيحا ولكنه ليس سيئا كمحاولة أولى

س: هل يمكنك حل الشفرة السابقة ZH WKH SHRSOH؟

جـ: WE THE PEOPLE

وطريقة تشفير هذه العبارة كانت إزاحة الحرف الأصلى ٣ خانات إلى الأمام.

وهذه الطريقة تسمى طريقة يوليوس قيصر Julius Caesar الذى كان أول من إستخدامها.

إختبر فهمك:

١- أذكر أربعة أسباب لتضمين الإحصاء فى البرنامج المدرسى.

٢- ما الفرق بين الإحصاء الوصفى والإحصاء الإستدلالى؟

٣- قارن بين طرق عرض البيانات التالية الرسم بالصور - الأعمدة البيانية - الخط المنكسر - الدائرة.

٤- البيانات التالية تعبر عن سكان بعض المدن (بالآلاف)

المدينة	أ	ب	جـ	د	هـ
عدد السكان	٢٠	٤٠	٨٠	١٠٠	١٢٠

والمطلوب تمثيل هذه البيانات بإستخدام الأعمدة البيانية - الخط المنكسر - الدائرة.

المــــراجـــــع

١-**أحمد أبو العباس، محمد على العطرونى:** تدريس الرياضيات المعاصرة بالمرحلة الإبتدائية، الكويت، دار القلم ١٩٧٨.

٢-المشروع الريادى لتطوير تدريس الرياضيات، المجلة العربية للتربية، تونس، المجلد الخامس ، العدد الأول، مارس ١٩٨٥.

٣-الملكة العربية السعودية، وزارة المعارف الرياضيات للصف الأول والثانى والثالث :كتاب المعلم. بيروت، دار الكتاب اللبنانى.

٤-المملكة العربية السعودية، وزارة المعارف: الأحصاء الوصفى. "كتاب الطالب" ١٤٠٩-١٩٨٩.

٥-**جلال شوقى، على الدفاع:** العلوم الرياضية فى الحضارة الإسلامية الجزء الأول، دار جون وايلى وأبنائه١٩٩١

٦-**روبرت موريس (مترجم)** دراسات فى تعليم وتعلم الرياضيات، ترجمة عبد الفتاح الشرقاوى مطبوعات مكتب التربية العربى الدول الخليج ١٩٨٧.

٧-**سعيد جابر المنوفى:** تجريب تدريس بعض موضوعات الإحصاء الإستدلالى لدى طلاب الصف الثانى من المرحلة الإبتدائية، مجلة كلية التربية جامعة المنوفية العدد الثانى ابريل ١٩٩١.

٨-**شكرى سيد أحمد:** أخطاء التلاميذ الشائعة فى الكسور العشرية و الإعتيادية فى منهج الرياضيات بالمرحلة الإبتدائية، رسالة الخليج العدد ٤٧ السنة ١٤،١٩٩٣ ص ص ١١٩-١٥٧.

٩- **عبد الله عبد الرحمن المقوشى، عبد العزيز حمد العزوز، محمد على الملق:** طرق تدريس الرياضيات، الكتاب الثانى، المملكة العربية السعودية وزارة المعارف، الكليات المتوسطة ١٩٨١.

١٠- **محمد فيالة:** تدريس الهندسة فى التعليم العام، المجلة العربية للتربية، تونس المجلد الخامس، العدد الأول ١٩٨٥.

١١- **نظلة حسن خضر:** أصول تدريس الرياضيات، القاهرة، عالم الكتب ط٣ ١٩٨٥.

١٢- **نظلة حسن خضر:** أصول تدريس الرياضيات، القاهرة، عالم الكتب ط٣ ١٩٨٥.

١٣- **وليم عبيد:** تطور مفهوم المهارات الأساسية ودور المدرسة الإبتدائية،

١٤- **وليم عبيد، محمد المفتى، مسعد نوح:** تدريس الرياضيات بالمرحلة الإبتدائية "المستوى الرابع"، وزارة التربية والتعليم ، برنامج التأهيل التربوى ١٩٨٧.

١٥- **وليم عبيد، نظلة حسن خضر، وممدوح محمد سليمان:** تدريس الرياضيات بالمرحلة الإبتدائية، المستوى الثالث، وزارة التربية والتعليم، برنامج التأهيل التربوى، ١٩٨٧

١٦- **يحيى حامد هندام**، جابر عبد الحميد جابر: تدريس الحساب وأسسه النفسية والتربوية، القاهرة، دار المعارف ١٩٨٦.

17- Alan Wise & Carol Wise: Arithmetic H B J Publishers 1986.

18- Brian Greer : Noncoservation of Multiplication and Division Involving Decimals. Journal for Research in Mathematics Education. Vol. 18, No. 1 January 1987.

19- Cecil D. Mercer & Ann R. Mercer Teaching Students With learning Problems., Charles E. Merrill Pablishing Company 2nd Ed. 1985.

20- ***David J. Fuys ad Rosamond W. Tischler:*** Teaching Mathematics in the Elementary School. Little, Brown and Company 1979.

21- ***D Paling;*** "Teaching Mathematics in Primary Scholls" Oxford Universty Press 1982.

22- ***Deborah Loewenberg Ball:*** Prospective Elementary And Secondary Teacher's Under standing of Pivision. JRME Vol 21 No. 2 1990.

23- ***David S. Fielker:*** Strategies for Teaching Geometry to Younger Children, Educational studies in Mathematics, (10) 1979.

24- ***Deborah Schifter & Catherine Twomey Fosnot:*** Reconstructing Mathematics Education, Teachers College, Columbia University 1993.

25- ***Burger and J.M. Shaughmessy:*** Characterizing The Van Hiele levels of Development In Geometry: JRME Vol. 1 No. 1 1988.

26- ***Harvey Gerber:*** Mathematic For Elementry School Teachers Saunders College Publishing 1982.

27- ***Grace M-Burton. et al :*** Mathematics Plus. H B J Harcourt Brace Jouandovich (H B J). Inc 1992.

28- ***Lioyd I. Richard son, Jr. et al:*** A Mathematics Activety Curriculum for Early Childhood and Special Education. Macmillan Publishing Co. Inc 1980.

29- ***Leonard M. Kennedy:*** Gulding Children To Mathematical Discovery, Wadsorth Publishing Company 1980.

30- ***Malcolm Graham:*** Modern Elementary Mathematics. 4 th ed. Harcourt Brace Joucenovich Publishers. 1984.

31- ***Max S. Bell & Karen C. Fuson Richard A Lesh:*** Algebraic And Arithmetic Structures, A Concerete Approach For Elementary School Teachers 1976.

32- ***Richard N. Aufmann & Vernon C. Baeker:*** Basic College Mathematics, An Applied Aproach third Edition. Houghton Mifflin Company 1987.

33- ***Susan J. Lamon: Ratio and Proportion:*** Connecting Content and children's Thinking. Journal for Research in Mathematics Education Vol. 24 No. 1 1991